Réflexions sur l’enseignement de l’algèbre au collège

Sylvie Coppé
Université de Genève, FPSE, équipe DiMaGe

Plan

- Place de l’algèbre au collège dans les programmes français
- Place et rôle de la distributivité
- Introduction de l’algèbre
- Une activité phare : les carreaux colorés

Rapide tour d'horizon de l'évolution de la place de l'algèbre dans les programmes

Evolution depuis 1923

- 1923, 1945, 1958 : deux domaines arithmétique / algèbre ; algèbre comme arithmétique généralisée
- Les mathématiques modernes (1970-1978)
  - Disparition de la dialectique arithmétique /algèbre (Chevallard, 1985)
  - Rapport formel au calcul algébrique
    - Le calcul algébrique intervient de façon non motivé dans des exercices non finalisés
    - Peu d'usage de l'algèbre comme outil de résolution d'exercices (modélisation, démonstration)
- A partir de 1985, entrée progressive dans l'algèbre en classe de 5e (pas de partie explicitement intitulée « Algèbre »)

Programme de 5e, 1985 puis 1995, accent mis sur équations

- 1. Travaux géométriques
- 2. Travaux numériques

Enoncer sous leur formulation littérale et utiliser uniquement sur des exemples numériques, les égalités k(a+b) = ka +kb et k(a-b) = ka -kb.

2.3 Equations numériques

- résoudre une équation à coefficients numériques du type a+x = b où a et b sont deux nombres décimaux relatifs ou ax=b avec a non nul. Mettre en équation un problème dont la résolution conduit à une équation à coefficients numériques de l'un des types précédents.
- 3. Gestion de données, fonctions.

Programme de 5^{e}, 2005 (atomisation, Assude et al., 2012)

Intro : Le travail sur les nombres, sur le calcul numérique, puis sur le calcul littéral offre également des occasions de démontrer

- 1. Organisation et gestion de données. Fonctions
  - « utiliser/produire des expressions littérales
  - De nombreux thèmes du programme, notamment dans le domaine grandeurs et mesures, conduisent à utiliser des expressions littérales (formules). »
- 2. Nombres et calculs

« initier les élèves au calcul littéral : priorité opératoires, développement, mise en équation et résolution »

  - Distributivité
  - Initiation à la résolution d'équation (tester….)

- 3. Géométrie
- 4. Grandeurs et mesures
  - Formules
- Socle commun de connaissances et de compétences et Démarche d'investigation

Programme cycle 4, 2016

La mise en œuvre du programme doit permettre de développer les six compétences majeures de l'activité mathématique : **chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer**

Dès le début du cycle 4, les élèves comprennent l'intérêt d'utiliser une écriture littérale. Ils apprennent à tester une égalité en attribuant des valeurs numériques au nombre désigné par une lettre qui y figure. À partir de la 4e, ils rencontrent les notions de variables et d'inconnues, la factorisation, le développement et la réduction d'expressions algébriques. Ils commencent à résoudre, de façon exacte ou approchée, des problèmes du 1er degré à une inconnue et apprennent à modéliser une situation à l'aide d'une formule, d'une équation ou d'une inéquation. En 3e, ils résolvent algébriquement équations et inéquations du 1er degré et mobilisent le calcul littéral pour démontrer. Ils font le lien entre forme algébrique et représentation graphique.

Programme cycle 4, 2016

Utiliser le calcul littéral

Mettre un problème en équation en vue de sa résolution. Développer et factoriser des expressions algébriques dans des cas très simples. Résoudre des équations ou des inéquations du premier degré. - Notions de variable, d'inconnue. Utiliser le calcul littéral pour prouver un résultat général, pour valider ou réfuter une conjecture.	Comprendre l'intérêt d'une écriture littérale en produisant et employant des formules liées aux grandeurs mesurables (en mathématiques ou dans d'autres disciplines). Tester sur des valeurs numériques une égalité littérale pour appréhender la notion d'équation. Étudier des problèmes qui se ramènent au premier degré (par exemple, en factorisant des équations produits simples à l'aide d'identités remarquables). Montrer des résultats généraux, par exemple que la somme de trois nombres consécutifs est divisible par 3.

Thème E - Algorithmique et programmation

Bilan de l'évolution

- L'algèbre n'est plus un domaine des programmes du collège depuis 1971 (Chevallard, 1985)
- Après la période des mathématiques modernes (développement d'un aspect formel des mathématiques), les programmes ré-introduisent la résolution de problèmes.
- La classe de 5e constitue une année « de première rencontre » avec des savoirs qui seront étudiés en 4e et après
- Des indications des raisons d'être de l'algèbre en évolution. Diversification des types de tâches (pas seulement résoudre des équations) mais de façon pas toujours lisible
- Depuis 1978 des organisations mathématiques régionales encore peu articulées
  - Équations
  - Preuve
  - Calcul littéral

Bilan (suite)

- Statuts de la lettre variable/ inconnue sont évoqués mais de façon peu lisible
- Distributivité

Sur des exemples numériques, utiliser les égalités

$k(a + b) = ka + kb$ et $k(a - b) = ka - kb$ dans les deux sens.

Sur des exemples littéraux, utiliser les égalités

$k(a + b) = ka + kb$ et $k(a - b) = ka - kb$ dans les deux sens.

- La place des relatifs entre 5e /4e n'aide pas à développer des organisations mathématiques autres que ponctuelles ou locales

Rôle et place de la distributivité dans les manuels

3 Utiliser la distributivité

a Développer une expression

On transforme un produit en somme ou en différence.

- $k \times (b + c) = k \times b + k \times c$ autrement dit $k\,(b + c) = kb + kc$
- $k \times (b - c) = k \times b - k \times c$ autrement dit $k\,(b - c) = kb - kc$

On dit que l'on distribue k.

Exemples

➡ $11(x + 3) = 11 \times (x + 3) = 11 \times x + 11 \times 3 = 11x + 33$
➡ $4(x - 7) = 4 \times (x - 7) = 4 \times x - 4 \times 7 = 4x - 28$

b Factoriser une expression

On transforme une somme ou une différence en produit.

- $k \times b + k \times c = k \times (b + c)$ autrement dit $kb + kc = k(b + c)$ ou encore $bk + ck = (b + c)k$
- $k \times b - k \times c = k \times (b - c)$ autrement dit $kb - kc = k(b - c)$ ou encore $bk - ck = (b - c)k$

On dit que l'on met k en facteur.

Exemples

➡ $15x - 35 = 5 \times 3x - 5 \times 7 = 5(3x - 7)$
➡ $2a + 5a = (2 + 5)a = 7a$
➡ $8a - 3a = (8 - 3)a = 5a$

Ici, on dit que l'on réduit les expressions.

Mathématiques Collection Zénius 5e, 2010

2 Développement d'un produit

Définition Lorsque l'on transforme un produit en une somme ou une différence, on dit que l'on **développe** le produit.

Propriété de distributivité

k, a et b désignent trois nombres.

La multiplication est **distributive** par rapport à l'addition et à la soustraction.

- $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$

Produit **Somme**

- $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ avec $a > b$

Produit **Différence**

EXEMPLES :

- On a développé chaque expression numérique :

$12 \times (10 + 8) = 12 \times 10 + 12 \times 8$;

$17\ (3 - 0{,}2) = 17 \times 3 - 17 \times 0{,}2$.

- On a développé chaque expression littérale :

$7\ (x + 5) = 7 \times x + 7 \times 5 = 7x + 35$;

$4 \times (3 - a) = 4 \times 3 - 4 \times a = 12 - 4a$.

Mathématiques Collection Phare 5e, 2010

2 Développer un produit ▶ Vidéo

Définition

Développer, c'est transformer un produit en somme ou en différence.

Règle

k, a et b désignent des nombres.

$$\underbrace{k(a+b)}_{\text{produit}} \xrightarrow{\text{développer}} \underbrace{ka+kb}_{\text{somme}}$$

$$\underbrace{k(a-b)}_{\text{produit}} \xrightarrow{\text{développer}} \underbrace{ka-kb}_{\text{différence}}$$

Exemples

On veut développer $A = 7(4 + x)$:

$A = 7(4 + x)$

$A = 7 \times (4 + x)$

$A = 7 \times 4 + 7 \times x$

$A = 28 + 7x$

On distribue le 7 à chacun des termes de la parenthèse, puis on réduit l'expression pour qu'elle soit la plus simple possible.

! $28 + 7x \neq 35x$

On veut développer $B = 3(x - 4)$:

$B = 3(x - 4)$

$B = 3 \times (x - 4)$

$B = 3 \times x - 3 \times 4$

$B = 3x - 12$

Hachette 4^e 2016

3 Factorisation d'une expression littérale

Définition Lorsque l'on transforme une somme ou une différence en un produit, on dit que l'on **factorise** la somme ou la différence.

Propriété de distributivité

k, a et b désignent trois nombres.

- $\underbrace{k \times a + k \times b}_{\text{Somme}} = \underbrace{k \times (a + b)}_{\text{Produit}}$
- $\underbrace{k \times a - k \times b}_{\text{Différence}} = \underbrace{k \times (a - b)}_{\text{Produit}}$ avec $a > b$

EXEMPLES : On a factorisé chaque expression :

- $7{,}8 \times 5{,}25 + 7{,}8 \times 4{,}75 = 7{,}8 \times (5{,}25 + 4{,}75)$;

  7,8 est un facteur commun aux deux termes.
- $6r - 18 = 6 \times r - 6 \times 3 = 6 \times (r - 3)$.

  6 est un facteur commun aux deux termes.

Remarque : On peut parfois factoriser pour **réduire** une expression littérale.

EXEMPLES :

- $3x + 5x = 3 \times x + 5 \times x = (3 + 5) \times x = 8x$;

  x est un facteur commun aux deux termes.
- $6a - a = 6 \times a - 1 \times a = (6 - 1) \times a = 5a$.

  a est un facteur commun aux deux termes.

Mathématiques Collection Phare 5e 2010

Expressions littérales et tests d'égalités

J'apprends

2. Le test d'une égalité entre deux expressions littérales

a) Une égalité entre deux expressions littérales

Définitions

- Une égalité comporte deux expressions séparées par le signe « = ».
  L'expression à gauche du signe « = » s'appelle « membre de gauche » et l'expression à droite du signe « = » s'appelle « membre de droite ».
- Deux expressions sont égales si elles donnent le même résultat.
  L'égalité peut être vraie pour certaines valeurs et pas pour d'autres.

b) Le test d'une égalité

Définition

Tester l'égalité de deux expressions signifie remplacer chaque lettre identique par une même valeur et indiquer si l'égalité est vraie ou fausse pour cette valeur.

Manuel Kwyk 5^e 2016

Réduire 1

3 Applications de la distributivité

a) Réduction d'une expression littérale

VOCABULAIRE **Réduire** une expression littérale revient à l'écrire avec le moins de termes possible.

EXEMPLES :

- Réduire $E = 3a - 5a$.

$E = 3 \times a - 5 \times a$

$E = (3 - 5) \times a$

$E = -2a$

- Réduire $F = 5x^2 - x + 5 - 2x^2 + 3x - 9$.

$F = 5x^2 - x + 5 - 2x^2 + 3x - 9$

$F = (5 - 2)x^2 + (-1 + 3)x + 5 - 9$

$F = 3x^2 + 2x - 4$

■ **Remarque :** On considère l'expression $7x^2 - x$.
On peut factoriser cette expression : $7x^2 - x = (7x - 1)x$.
$7x^2$ et x n'ont pas la même partie littérale, donc on ne peut pas réduire l'expression $7x^2 - x$.

Phare 4e 2011

Réduire 2

méthode 1 Réduire une expression littérale

Exercice Réduire l'expression littérale $A = 2x^2 - 7x - 10 + x^2 - 8 + x$.

Solution

$A = 2x^2 - 7x - 10 + x^2 - 8 + x$

étape 1 Je regroupe les termes en x^2, les termes en x et les **termes constants**.

$A = 2x^2 + x^2 - 7x + x - 10 - 8$

étape 2 Je me souviens que $x^2 = 1 \times x^2$ et $x = 1 \times x$.

$A = 2x^2 + 1x^2 - 7x + 1x - 10 - 8$

étape 3 Je factorise $2x^2 + x^2$ par x^2, $-7x + x$ par x.

$A = (2 + 1)x^2 + (-7 + 1)x - 10 - 8$

$A = 3x^2 + (-6)x - 18$

étape 4 Je termine la réduction.

$A = 3x^2 - 6x - 18$

On a « compté » les termes en x^2 entre eux, les termes en x entre eux et les **termes constants** entre eux.

Zenius 4^e 2011

b) Suppression des parenthèses précédées d'un signe + ou d'un signe −

PROPRIÉTÉ **Ajouter** une somme algébrique revient à **ajouter** chacun de ses termes.
a, b et c désignent des nombres relatifs. On a : $a + (b + c) = a + b + c$.

EXEMPLES :

- $2 + (x + 3y) = 2 + x + 3y$
- $s + (-t + r - 4) = s - t + r - 4$
- $a + (7 - 2b) = a + 7 - 2b$

PROPRIÉTÉ **Soustraire** une somme algébrique revient à **ajouter l'opposé** de chacun de ses termes.
a, b et c désignent des nombres relatifs. On a : $a - (b + c) = a - b - c$.

EXEMPLES :

- $5 - (2x + y) = 5 - 2x - y$
- $r - (-s + t - 7) = r + s - t + 7$
- $b - (3 - 4a) = b - 3 + 4a$

Phare 4^e, 2011

Maths 4^{e} Hachette, 2016

Comme en français

3

1. En lisant son cours de mathématiques dans le chapitre « Calcul littéral », Justine se rend compte qu'il existe, dans certaines phrases, des règles similaires entre les mathématiques et la langue française.
En effet, on peut dire : « Lucie nage et court » ou bien « Lucie nage et Lucie court ». On a ***développé*** le sujet.
De la même façon, développer les phrases suivantes :
   a. « Léonard dessine et peint des portraits. »
   b. « Les vampires, les loups garous et les sorcières hantent ses rêves. »

2. Justine se rend compte que cela fonctionne également dans l'autre sens.
On peut dire : « Jennifer chante et Mika chante » ou bien « Jennifer et Mika chantent ». On a ***factorisé*** le sujet.

De la même façon, factoriser les phrases suivantes :
   a. « Les serpents sont des reptiles, les serpents sont recouverts d'écailles, les serpents peuvent être de toutes les couleurs. »
   b. « Au feu rouge, la voiture s'arrête, la moto s'arrête, le vélo s'arrête. »

des erreurs…..

$$B = 5(x - 4) - (x + 7)$$

$$B = \cancel{5x - 4} - x + 7$$

$$B = 1x - x + 7$$

$$B = 8x^2 \qquad 5 \times x + 5 \times$$

Conclusions sur la distributivité

- Des types de tâches multiples en fonction de la forme de l’expression
  - Développer (….)(….)
  - Factoriser….
  - Réduire….
  - Simplifier….

    Supprimer les parenthèses (…...) +/- (…..)

- Des techniques spécifiques
  - énoncées avec utilisation d’ostensifs (couleurs, flèches) et des termes pas toujours mathématiques (« transformer »)
  - peu justifiées par un discours technologique opérationnel
  - déficit de contrôles par le sens

- Place peu claire de la distributivité (entre numérique et algébrique) et peu mise en avant comme une propriété

Introduction de l’algèbre

3 entrées qui donnent des finalités au calcul littéral

- Les équations : entrée progressive en 5e avec procédures non expertes (lettre comme inconnue)
- Les activités de preuve, de généralisation (lettre comme variable)
- La modélisation (en 3e avec les fonctions)

Les activités d'introduction en 5e, 2010

Thèmes et types de tâches	Phare	Prisme	Transmath	Triangle	Sésamath	Myriade	Zenius
Travail sur les expressions algébriques							
Etablir une formule	2	4	5	7	5	1	7
Substituer un nombre dans une formule	1	1	4	5	8	3	6
Transformer une expression littérale	4	3	2	4	2		0
Supprimer le signe x	1	1		1			
Prouver un résultat	0	0	0	1	0	0	0
Insérer une formule dans un tableur			1	1	1		
Résolution d'équations							
Résoudre une équation	1	1	3	4	5	1	1
TOTAL activités	6	4	6	3	5	5	4

Les exercices de preuve en 4e, 2011

	preuve	Développer, réduire …
Phare	5/60	33
Prisme	5/110	50
Transmath	7/106	39
Triangle	8/109	88
Sesamath	8/68	42
Myriade	9/165	83
Zénius	6/192	106

Chevallard, 2007

La notion de programme de calcul se construit aujourd’hui à l’école primaire et dans les premières années du collège : elle formalise l’idée de faire un calcul c’est –à-dire le fait d’opérer sur les nombres d’une manière déterminée, **selon un certain programme**.

« Lorsque la notion d’expression algébrique est dûment introduite au collège comme mathématisant la notion de programme de calcul, un certain nombre de difficultés « traditionnelles » prennent un tout autre sens, quand elles ne disparaissent pas tout à fait. »

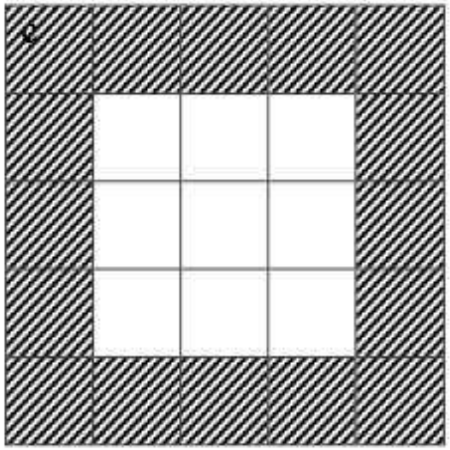
Quels problèmes ? Raisons d'être

- A quelles conditions 2 programmes de calcul donnent-ils toujours le même résultat ?

Les carreaux colorés : un exemple prototypique

Un exemple significatif : les carreaux colorés (carré bordé) Combier et al., 1996

Voici un carré quadrillé de côté 5. On hachure tous les carreaux qui sont le bord. Combien de carreaux sont hachurés ?



On refait avec un carré de côté 6, puis de côté 10, puis de côté 100, puis de côté 123. Combien de carreaux sont hachurés à chaque fois.

Trouve une formule, une expression, un moyen de dire comment calculer ce nombre de carreaux.

Plusieurs objectifs

- Motiver l’introduction de la lettre, des expressions algébriques ou de la distributivité (un moment de première rencontre)
- Utiliser la distributivité pour justifier l’égalité des expressions trouvées pour tout …(construction du bloc technologico théorique)
- Travailler sur les aspects sémantiques et syntaxiques

1996 à 1999	**2000 à 2004**	**2005 à 2008**	**2009 à 2012**	**2013 ou 2014**
Triangle Hatier 5e	**Triangle Hatier 5e**	**Triangle Hatier 5e**	**Triangle Hatier 5e**	
Cinq sur cinq Hachette	Cinq sur cinq Hachette	**Phare Hachette 4e**	Phare Hachette	
	Diabolo Hachette	Diabolo Hachette		
	Math Magnard 4e	Math Magnard	**Zenius Magnard 4e**	
	Nouveau décimale Belin	Prisme Belin	Nouveau prisme Belin	
Transmath Nathan	Transmath Nathan	**Transmath Nathan 4e**	Transmath Nathan	**Transmath Nathan 5e**
	Dimathème Didier	**Dimathème Didier 4e**	**Horizon 4e** Didier	
		Babylone Bordas	**Myriade Bordas 5e**	
			Sesamath 5e et 4e	
		Mathématiques Bréal		

Utilisé dans plusieurs manuels (Coppé et al. 2016)

Texte court avec une seule question « Exprime en fonction de x (ou n) … »	Plusieurs calculs numériques et production d'une expression littérale	Un texte long avec de nombreuses questions intermédiaires.	Pas de production de formule
Finalité : produire une expression littérale.	Finalité : produire et comparer expressions littérales	Finalité : travailler le calcul littéral	Finalité : trouver des techniques pour dénombrer
aspect sémantique	Aspect sémantique et syntaxique : comparer les formules	aspect syntaxique	aspect sémantique

Une mise en place appauvrie (Coulange et Grugeon, 2008)

- Situation isolée
- Raisons d'être de la notion visée ou de la propriété travaillée peu motivées
- Niveau technologique visé oublié
- Institutionnalisation limitée

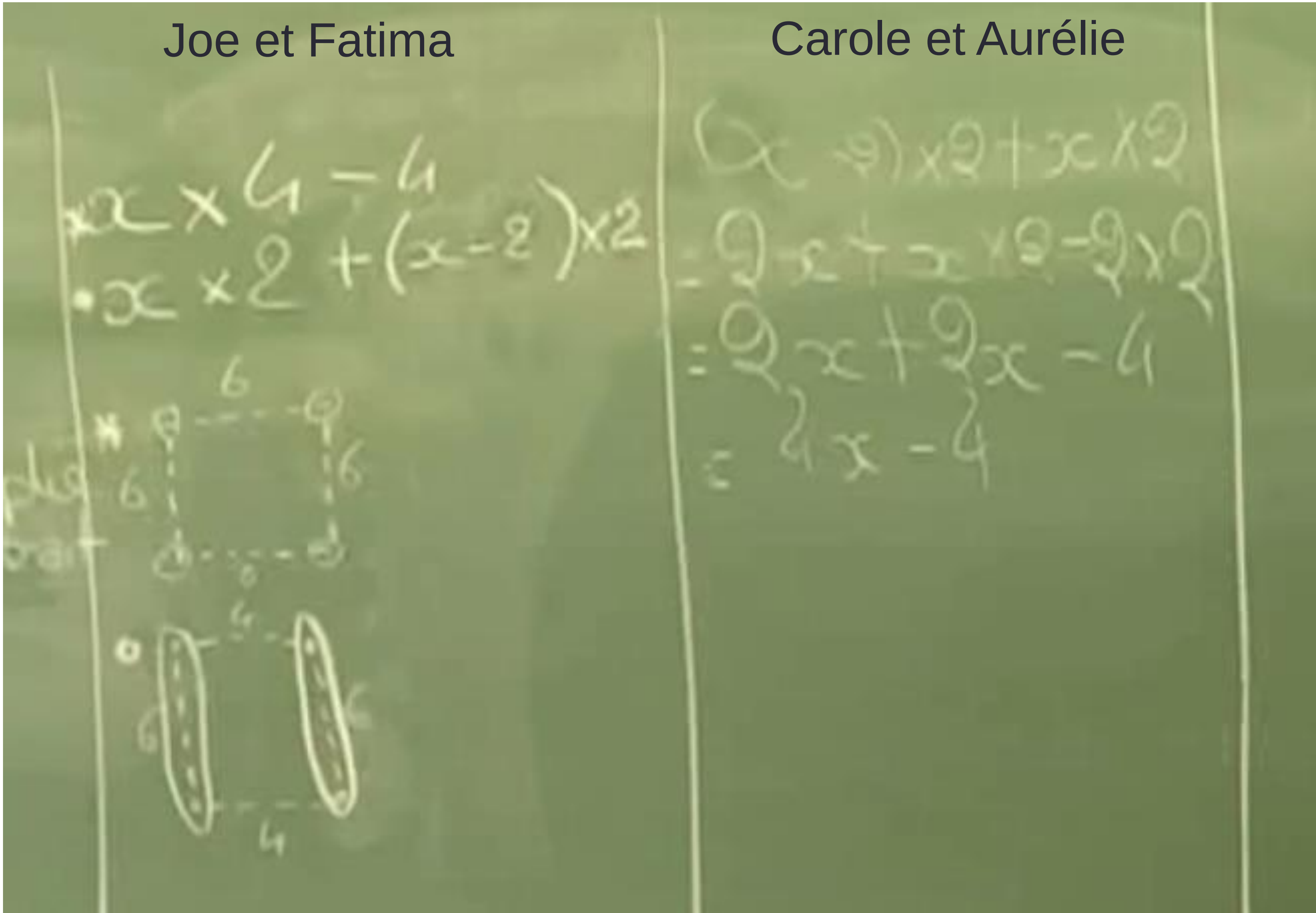
Une mise en place plus experte mais exigeante (Coppé, 2013, S TEAM)

Mise en place par une professeure experte qui participe à un groupe de recherche collaborative

- Inséré dans une progression avec des programmes de calcul
- Dévolution du problème avec des consignes qui évoluent et qui préparent la mise en commun
- Mise en commun fortement pilotée par la professeure en fonction des objectifs
- Institutionnalisation en lien avec le problème

Les phases

Etape	Durée
présentation du problème, questions	5’02’’
recherche individuelle	5’56’’
recherche en groupe de 4, confrontation des procédures et des formules produites	17’29’’
Mise en commun	14’02’’
Institutionnalisation	7’


Joe et Fatima
Carole et Aurélie
x × 4 − 4
x × 2 + (x − 2) × 2
(x − 2) × 2 + x × 2
= 2x + x × 2 − 2 × 2
= 2x + 2x − 4
= 4x − 4

- 35. P : Alors Fatima est-ce que t'es partie de l'autre formule pour trouver celle là
- E : Non
- 36. P : Non hein c'est des formules qui ont été trouvées de manière séparée c'est des modes de calcul qu'y ont été trouvé de manière séparée c'est que après on se dit est-ce que c'est les mêmes parce que vous vous n'avez pas fait cela c'est ça
- 37. P : Alors Carole votre formule c'est celle-ci est-ce qu'elle ressemble pas un tout petit peu à celle de Fatima
- E : Si c'est la même
- 38. P : C'est la même alors vous comment vous vous avez fait pour trouver cette formule est ce que vous avez fait comme Fatima, Aurélie
- E : En fait on s'est rendu compte que on enlevait ben comme elle a fait le dessin on enlevait deux côtés en fait on faisait moins 2 pour chaque côté pour deux des côtés et donc on a fait x moins 2 et on le multiplie fois 2 vu que
- 39. P : Y'en a deux comme ça
- E : Et on a fait x fois 2
- 40. P : D'accord alors comment vous avez trouvé votre autre formule oui
- E : Alors on s'est dit que comme elle était assez dure il y avait peut-être une formule plus simple donc on a utilisé la distributivité
- 41. P : D'accord

- E : Et on a obtenu à force de trouver $4x – 4$

- 42. P : D’accord Joe dans ton groupe à Fatima et toi est ce que vous avez fait comme elles c’est à dire on a essayé de simplifier la formule en utilisant la distributivité
- E : Non moi j’avais trouvé la première et après on a mis en commun nos deux réponses et on a ces deux formules
- 43. P : D’accord vous voyez que c’est complètement différent au niveau du point de vue c’est-à-dire que Fatima et Joe ils ont trouvé ces deux formules de manière séparée en disant on va trouver 2 modes de calcul différents par contre vous vous avez utilisé la distributivité pour trouver la deuxième formule sauf que est-ce que pour vous cette formule elle représente quelque chose on n’est pas sûrs on pense que c’est la même enfin que ça va donner la même valeur par contre on ne sait plus à quoi elle correspond dans le calcul dans la situation je veux dire d’accord alors simplement en faisant ça donc la distributivité (elle l’écrit) vous avez quand même prouvé d’accord que on trouve la même expression que les précédentes
- E : Madame
- 44. P : Donc finalement cette expression-là là ici c’est une preuve que cette expression elle est égale à toutes les précédentes qu’on a vu d’accord

- 48.
  P alors Joe il nous dit ça sert à quoi qu'ils partent de si compliqué pour parvenir à plus simple alors qu'est ce que vous répondez à Joe
- E : ben on a prouvé
- 49. P : alors de cette manière en utilisant la distributivité on a prouvé que ces deux formules étaient égales la première elle est compliqué certes mais elle représente la situation donc finalement ce qu'il faut vous dire c'est que face à une situation est ce que j'ai qu'une seule possibilité qu'une seule formule possible
  E : on comprend pas que c'est deux manières différentes on comprend que c'est juste simplifié
- 50. P :ah tu veux dire on comprend pas que c'est deux manières différentes

- E : voilà
- 51. P : D'accord alors que vous comme vous avez écrit les deux séparément on comprend mieux que c'est deux manières différentes c'est ça que tu veux dire
- E : voilà
- 52. P : alors qu'est ce que vous en pensez qu'est ce que vous en pensez de ce que Joe a dit donc Joe il dit le problème c'est quand on écrit comme ça on voit que ces deux formules elles sont égales mais par contre on voit pas que c'est deux modes de calcul différents
- E : on dirait que c'est une solution qui aboutit à une autre
- E : mais c'est ça en fait

Conclusions

- Des évolutions notables dans les programmes français sur la place de l’algèbre, sur les types d’activités proposées
- Il reste encore un manque d’articulation entre les OM sur le calcul littéral et sur équations ou preuve
- La distributivité pas suffisamment utilisée comme élément technologique
- Un grand chantier : les pratiques des professeurs !!!

Références bibliographiques

- Assude, T., Coppé, S. & Pressiat, A. (2012). Tendances de l'enseignement de l'algèbre élémentaire au Collège : atomisation et réduction. In L. Coulange et al. (Eds.). *Enseignement de l'algèbre élémentaire - Bilan et perspectives. Numéro spécial hors-série de la revue Recherches en Didactique des Mathématiques* (pp. 41-62), Grenoble : la Pensée Sauvage.
- Coppé, S. (2013). Effets du travail collaboratif sur la pratique d'enseignement : une étude de cas d'une enseignante de mathématiques en collège. In M. Grangeat (Ed.). *Les enseignants des sciences face aux démarches d'investigation : des formations et des pratiques de classe (pp. 115-125).* Grenoble : Presses Universitaires
- Coppé, S. & Grugeon, Allys, B. (2015). Étude multidimensionnelle de l'impact des travaux de recherche en didactique dans l'enseignement de l'algèbre élémentaire : Quelles évolutions ? Quelles contraintes ? Quelles perspectives ? In D. Butlen et al. (Éds). *Rôles et places de la didactique et des didacticiens des mathématiques dans la société et le système éducatif (pp 41-74)*. Grenoble : La Pensée Sauvage
- Coppé, S. Grugeon, B. & Pilet, J. (2016). Conditions pour diffuser des situations issues de la recherche en didactique des mathématiques : l'exemple du carré bordé. Petit x 102, 57-80.
- Pilet, J., Coppé, S. & Grugeon Allys, B. (2015). Analyse de situations de classe et de pratiques enseignantes en algèbre élémentaire. In D. Butlen et al. (Éds). *Rôles et places de la didactique et des didacticiens des mathématiques dans la société et le système éducatif (pp. 333-356)*. Grenoble : La Pensée Sauvage.