Figures de style – Styles de Figure

Les pratiques géométriques
Journées bisontines de didactique et d'épistémologie
10-11 avril 2014

Caroline Jullien / LPHS-Archives Henri Poincaré (Université de Lorraine)

Introduction

“[…] it should be clear by now that reflection on mathematical style is present in contemporary philosophical activity and deserves to be taken seriously”

(Mancosu, “Mathematical Style”, Stanford Encyclopedia of Philosophy, Spring 2010 Edition)

Figures de Style-Styles de figure

I. Cadre Général : à propos de rhétorique en mathématique

II. Figures de l'infini

III. De la métaphore à la catachrèse : extension conservative

I. Cadre général

L'écriture mathématique actuelle laisse-t-elle une place à ce type de stratégies, aux figures de style et à une forme de rhétorique ?

D'un point de vue externe:

« *Le langage artificiel des mathématiciens fournit, depuis des siècles, à beaucoup de bons esprits, un idéal de clarté et d'univocité que les langues naturelles, moins élaborées, devraient s'efforcer d'imiter. Toute ambiguïté, toute obscurité, toute confusion sont, dans cette perspective, considérées comme des imperfections, éliminables non seulement en principe, mais encore en fait. L'univocité et la précision de ses termes feraient du langage scientifique l'instrument le meilleur pour les fonctions de démonstration et de vérification, et ce sont ces caractères que l'on voudrait imposer à tout langage.* »

(Perelman & Olbrechts-Tyteca, Traité de l'argumentation. La nouvelle rhétorique, U.L.B ed. 1970)

D'un point de vue interne, on trouve tout autre chose :

« Le style mathématique, tout comme le style littéraire, ne va pas sans subir d'une époque à l'autre d'importantes fluctuations. Sans doute, chaque auteur possède-t-il un style propre; mais on peut apercevoir à chaque époque une tendance générale assez bien reconnaissable. Ce style subit, de temps à autre, sous l'influence de personnalités mathématiques puissantes, des révolutions qui infléchissent l'écriture, et donc la pensée, pour les périodes qui suivent. »

(Chevalley, Variations sur le style mathématique, Revue de métaphysique et de morale,1935)

« Nous abandonnerons donc très tôt la Mathématique formalisée, mais non sans avoir pris soin de tracer avec précision le chemin par lequel on y pourrait revenir. Les facilités qu'apportent les premiers "abus de langage" ainsi introduits nous permettront d'écrire le reste de ce traité […] comme le sont en pratique tous les textes mathématiques, c'est-à-dire en partie en langage courant et en partie au moyen de formules constituant des formalisations partielles, particulières et incomplètes, et dont celles du calcul algébrique fournissent l'exemple le plus connu. […]

Souvent même on se servira du langage courant d'une manière bien plus libre encore, par des abus de langage volontaires, par l'omission pure et simple des passages qu'on présume pouvoir être restitués par un lecteur tant soit peu exercé, par des indications intraduisibles en langage formalisé et destinés à faciliter cette restitution.»

(Introduction au livre 1 Bourbaki)

Libertés et rigueur logique

« (…) Ceux qui les premiers se sont préoccupés avant tout de la rigueur nous ont donné des raisonnements que nous pouvons essayer d'imiter : mais si les démonstrations de l'avenir doivent être bâties sur ce modèle, les traités de mathématiques vont devenir bien longs : et si je crains les longueurs ce n'est pas seulement parce que je redoute l'encombrement des bibliothèques, mais parce que je crains qu'en s'allongeant, nos démonstrations perdent cette apparence d'harmonie dont j'ai expliqué tout à l'heure le rôle utile. »

(Poincaré Science et Méthode1908, l'Avenir des Mathématiques 31)

« Le logicien décompose pour ainsi dire chaque démonstration en un très grand nombre d’opérations élémentaires ; quand on aura examiné ces opérations les unes après les autres et qu’on aura constaté que chacune d’elles est correcte, croira-t-on avoir compris le véritable sens de la démonstration ? L’aura-t-on compris même quand, par un effort de mémoire, on sera devenu capable de répéter cette démonstration en reproduisant toutes ces opérations élémentaires dans l’ordre même où les avait rangées l’inventeur ?

Evidemment non, nous ne posséderons pas encore la réalité tout entière, ce je ne sais quoi qui fait l’unité de la démonstration nous échappera complètement. »

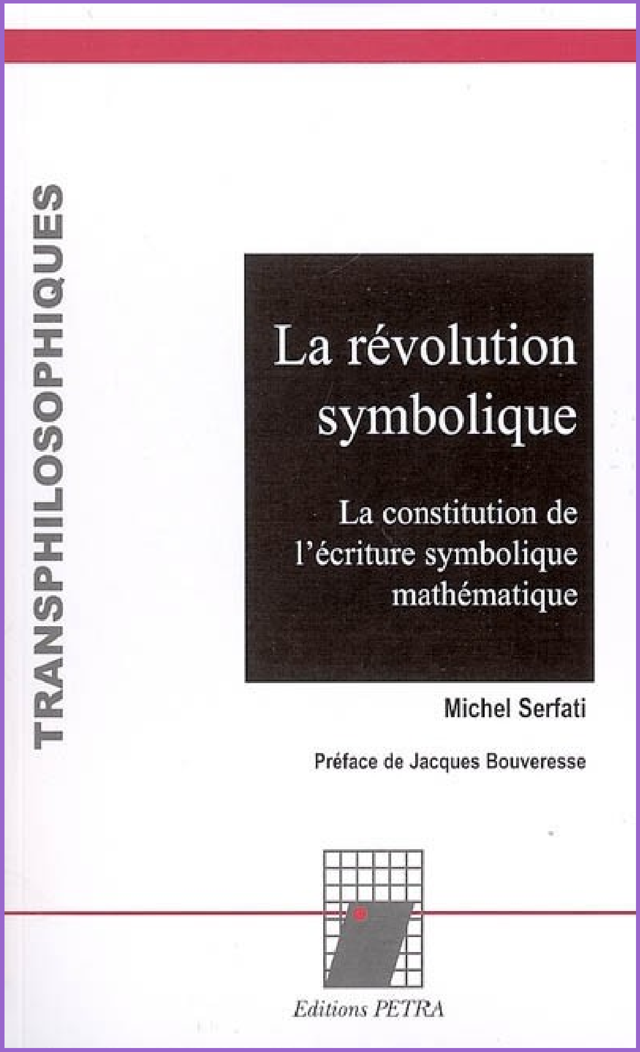
(Poincaré, La science et l’hypothèse 1905, Nature du raisonnement mathématique)

Compréhension et invention

« Je pense que la tradition russe en mathématiques a été moins formalisée et structurée que la tradition occidentale, qui est sous l'influences des mathématiques françaises. Les mathématiques françaises ont été dominantes et ont formé une école très formalisante. Je crois qu'il est regrettable que la plupart des livres aient tendance à être écrits de cette manière par trop abstraite et ne cherchent pas à communiquer la compréhension des choses. »

(Atiyah - cité selon Patras, 2001)

Le style mathématique



Serfati

Pas d’antériorité logique, chronologique ou causale entre le registre de la combinatoire et le registre de la signification

Granger

Interdépendance non nivelée entre forme et contenu en mathématiques.

« Structures et contenus se révèlent comme tout à tour l’actuel et le virtuel d’une opération dont la signification ne s’établit qu’au sein d’une pratique globale. »

(Granger, Essai d'une philosophie du style, p 187)

« La pensée mathématique n’est pleinement satisfaisante que lorsqu’elle parvient à fournir en même temps que ses chaînes démonstratives, la structure des objets qu’elle construit et explore »

(Granger, Essai d'une philosophie du style 103)

- Les faits de style : péripéties d'un effort d’unité.

- Leur analyse concerne la philosophie des pratiques mathématiques dans la mesure où les faits de style déterminent les modalités de compréhension et d’invention.

Actes du langages

Enoncés **constatifs** : énoncés susceptibles d’avoir une valeur de vérité (qui servent à décrire une réalité)

Enoncés **performatifs** : énoncés qui servent moins à dire quelque chose qu’à faire quelque chose (faire comprendre, inventer, relier des faits, souligner des affinités, distinguer des structures, etc.)

3 catégories d'actes pour les énoncés performatifs

Acte **locutoire** : réussi lorsque l’énoncé réussit à dire quelque chose (formulation correcte)

Acte **illocutoire** : acte réalisé au moyen du locutoire (ce qui est accompli au-delà de ce qui est dit)

Acte **perlocutoire** : contingence des effets obtenus par le locutoire

Exemple

Enoncé : *J'appelle f une fonction réelle dérivable*

Acte **locutoire** : je dis que j'appelle f une fonction réelle dérivable (je réussi à dire quelque chose)

Acte **illocutoire** : j'affirme que ce que j'ai appelé “f” est une fonction réelle dérivable (j'affirme certaines propriétés à propos de ce que j'appelle f)

Acte **perlocutoire** : je peux, en donnant cet énoncé, selon le contexte et l’interlocuteur (ou le lecteur), sous-entendre que f est une fonction continue, que le graphe de f admet en chaque point une tangente, etc.

L'effet obtenu par le perlocutoire est approprié (ou pas) mais il n'est pas prescrit.

Exemple 2 (Van Bendegem)

Un mathématicien dit “Je sais que cette équation a une racine”

Un interlocuteur formaliste comprendra que le mathématicien a, ou pense avoir, une preuve de cet énoncé.

Un interlocuteur constructiviste pensera que le mathématicien sait produire la construction effective de la racine.

L'analyse rhétorique des mathématiques, c'est (aussi) mettre à jour les stratégies qui permettent sinon de gouverner le perlocutoire, tout au moins l'orienter.

II. Représentation de l'infini mathématique

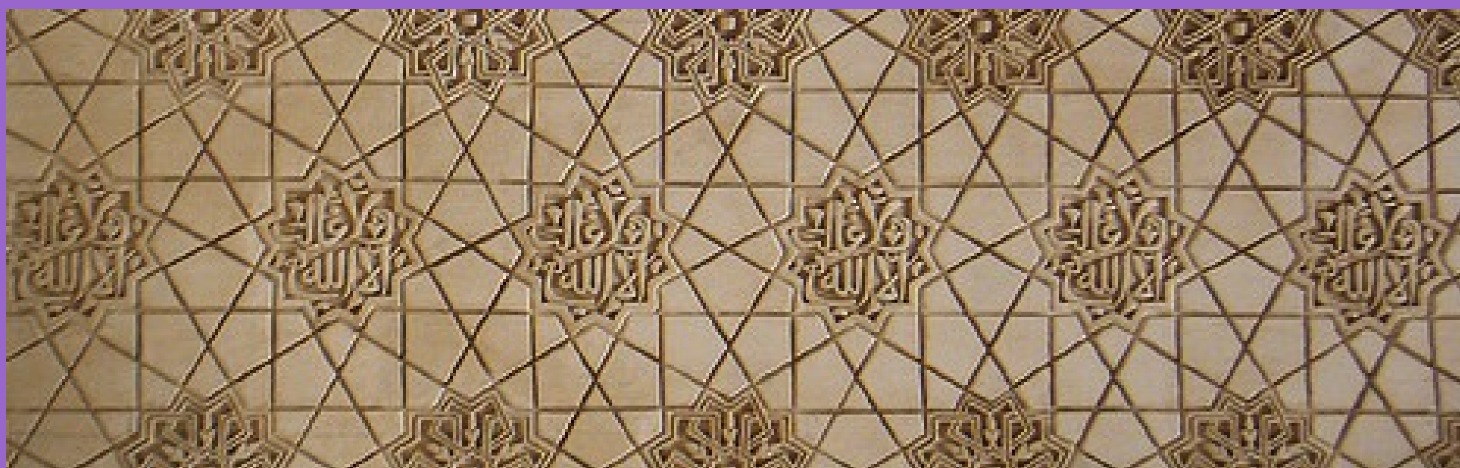
Quelles stratégies permettent de franchir l'obstacle de l'infini dans les constructions picturales mathématiques?

Je m'intéresse à 3 catégories:

a) Infini de la répétition séquentielle

b) Infini par prolongement par l'infiniment petit

c) Infini asymptotique



Pavages :

L’exercice consiste à se donner les moyens de fournir un accès à la notion de l’infini (ce qui n’est pas fini) par le biais d’une image (nécessairement fini, elle).

La stratégie consiste à donner l’idée que l’image n’est qu’un « bout », une « partie » de ce que l’on veut dire.

Autrement dit, l’idée est de faire rentrer l’image dans un « *etc.* ».

2 manières d'exploiter la densité syntaxique de l'image

La densité syntaxique?

On ne peut pas isoler de façon nette et catégorique chacune des marques constituant une image

Pavages : contingence et nécessité de la densité dans le processus de lecture correcte de l'image

Contingence :

Repérer les éléments du pavage de façon discrète (isolément les uns des autres)

Nécessité :

Exploiter au contraire la densité sur le pourtour de l'image : c'est le bord de **l'image qui va permettre de la faire rentrer dans un etc**.

Cas d'Amplification

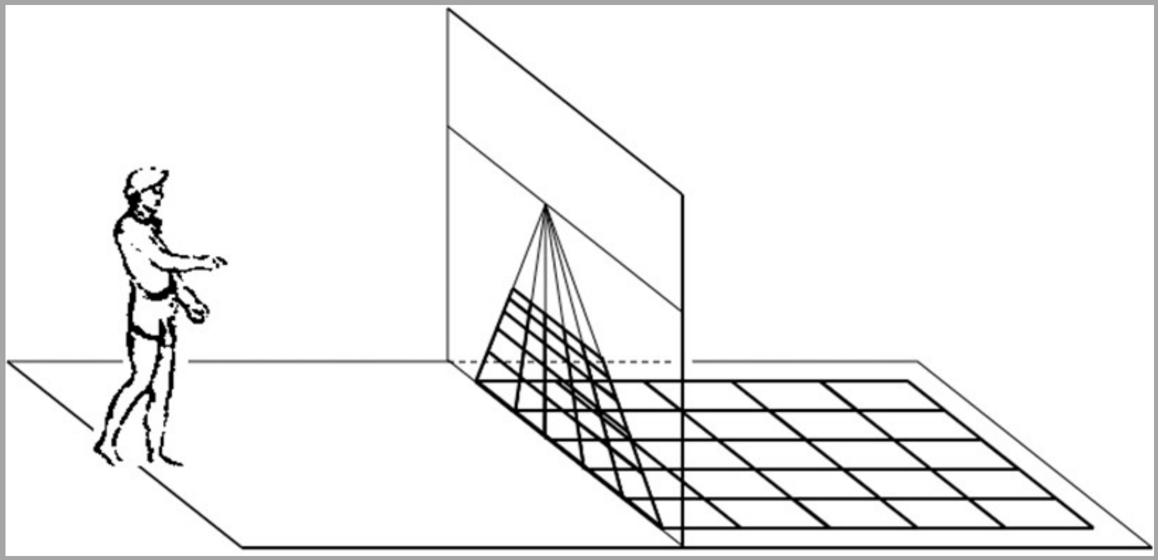
(jeu de répétition qui vise la mise en valeur du sujet)

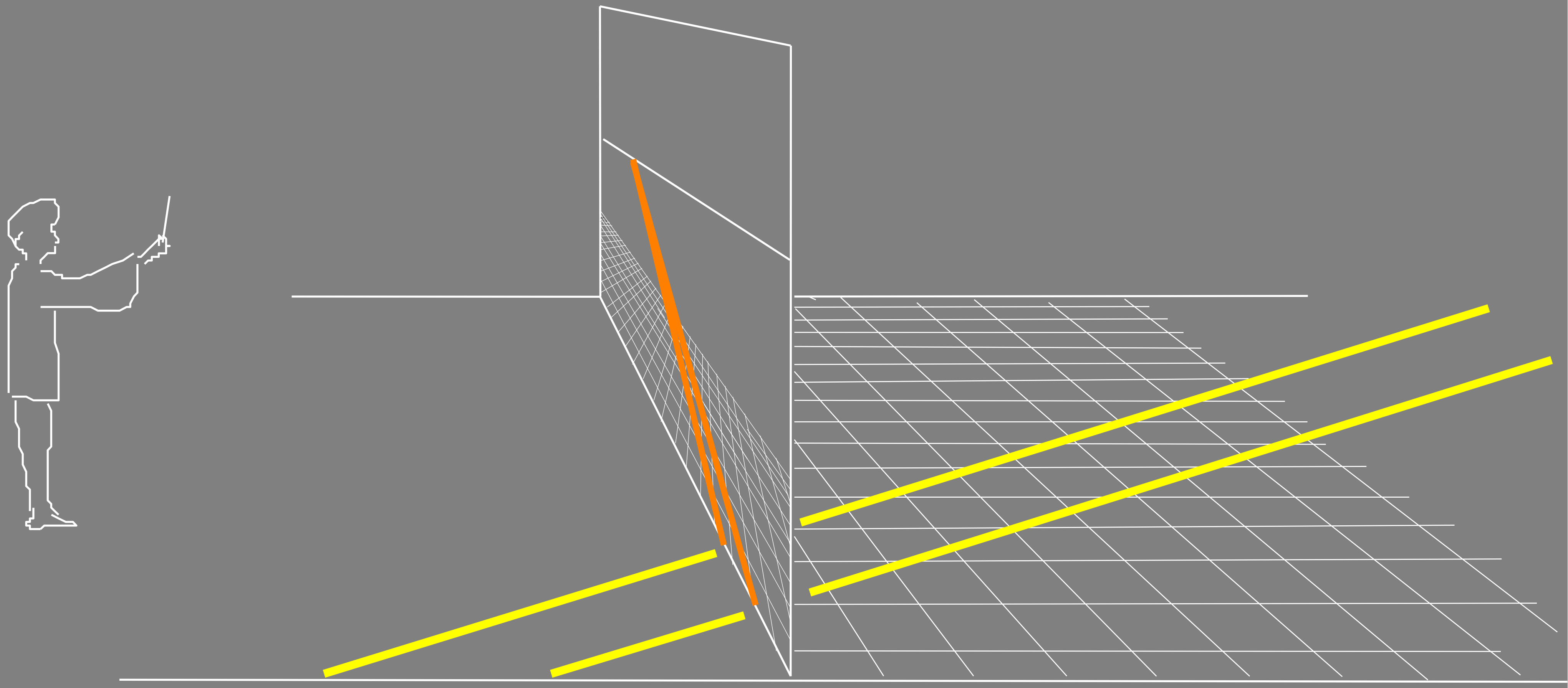
Fractals

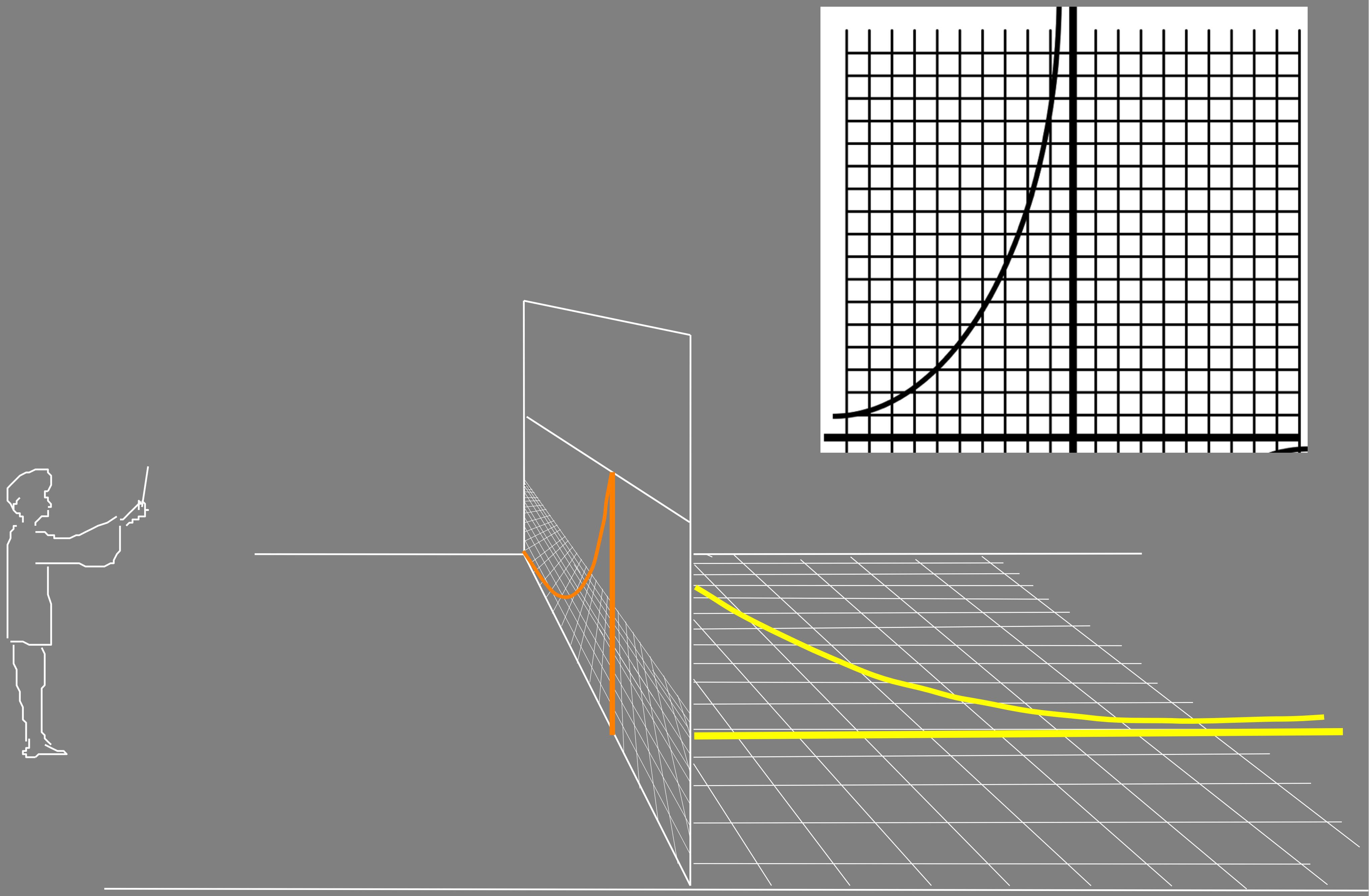
L’idée de l’infini dans le temps (par le prolongement infiniment petit) et l’infini de la répétition séquentielle (par la reproduction du motif)

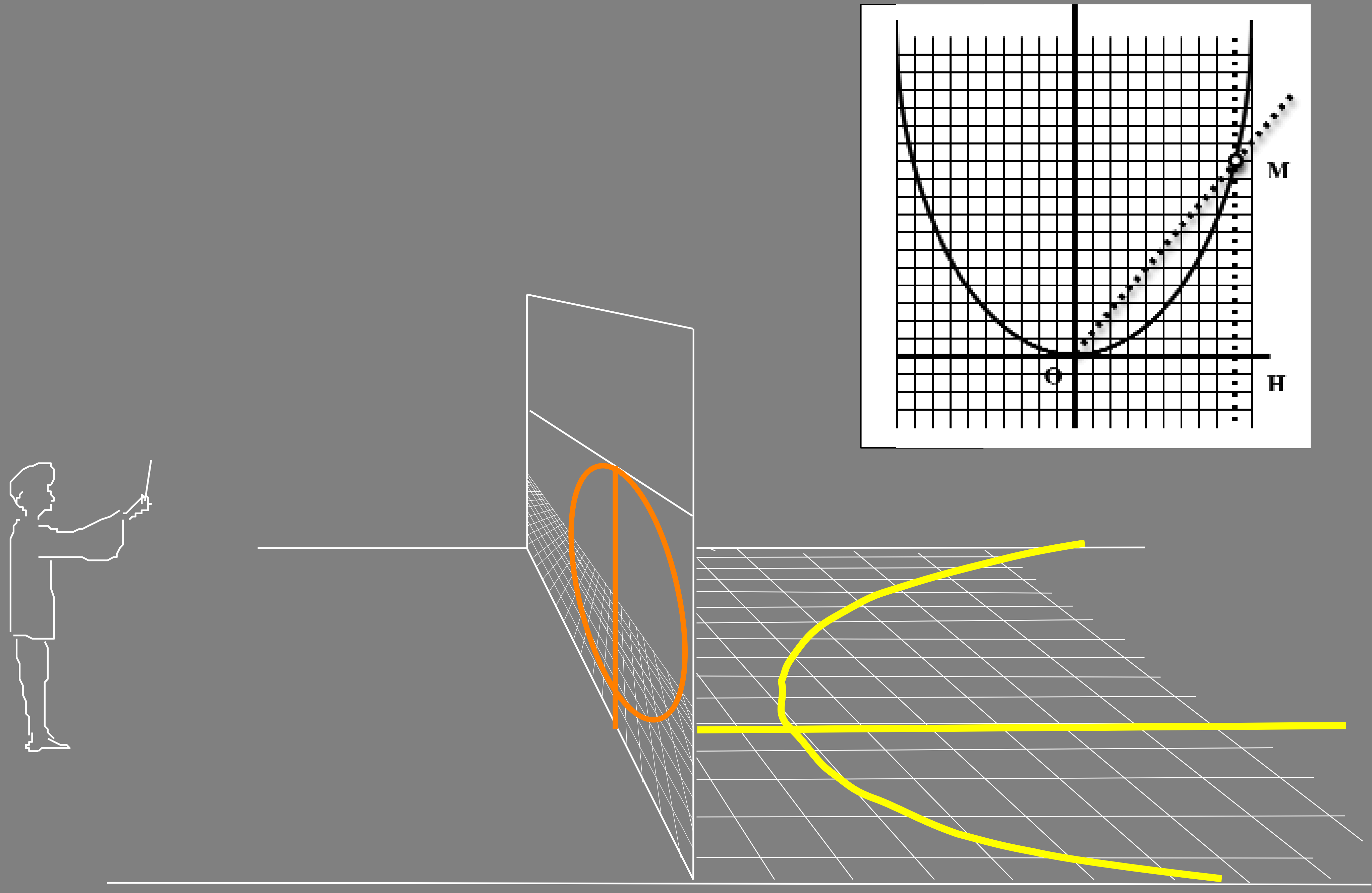
Figure de rhétorique

la partie pour le tout : la **synecdoque**








M
O
H

Métaphore

Usage non approprié d'une étiquette

C-à-d l’usage non indiqué par l’habitude, quoique déterminé par cette dernière, d’une étiquette. La métaphore combine donc un aspect de nouveauté et un aspect de filiation : il y a manquement et déférence.

Transfert de schème

Schème : famille d'étiquettes, **Domaine** (relatif au schème) : ensemble d'objets dénotés par le schème, **Règne** : c'est l'extension du schème organisée et structurée selon le choix du règne.

Application littérale/ application métaphorique : question de paternité et de filiation

« Puisque la métaphore dépend de facteur aussi fugaces que la nouveauté et l'intérêt, on comprend qu'elle soit mortelle. Par répétition, une application transférée d'un schème devient routine et cesse de dépendre de son application de base ou d'y faire allusion. Ce qui était originalité devient lieu commun, son passé est oublié, et la métaphore se défraîchit en simple vérité. »

(Goodman, Langages de l'art, 1968)

Extension conservative

Une théorie T2 est une extension conservative d'une théorie T1 si

le langage de T2 étend celui de T1 ;

chaque théorème de T1 est un théorème de T2 et

chaque théorème de T2 exprimé dans le langage de T1 est déjà un théorème de T1.

« On sait que la haute Géométrie fait un usage continuel des infiniment grands et des infiniment petits. Cependant les anciens ont évité soigneusement tout ce qui approche de l'infini et de grands Analystes modernes avouent que les termes grandeur infinie sont contradictoires.

L'Académie souhaite donc qu'on explique comment on a déduit tant de théorèmes vrais d'une supposition contradictoire, et qu'on indique un principe sûr, clair, en un mot vraiment mathématique propre à être substitué à l'infini […]. »

Lagrange 1784

(Proposition de Lagrange pour le thème du concours de Académie de Berlin 1786)