L D A R Laboratoire de Didactique

Du tracé de figures aux concepts et énoncés géométriques

Marc Godin

Marie-Jeanne Perrin-Glorian

Ldar
Laboratoire de Didactique André Revuz
Mathématiques • Physique • Chimie

André Revuz

UNIVERSITÉ D'ARTOIS

Plan

- Introduction
- Partie 1 : Géométrie physique. Travail sur des figures matérielles
  - Partie conférence
  - Partie atelier
- Partie 2 : Géométrie théorique. Travail sur des figures géométriques définies par des énoncés
  - Partie conférence
  - Partie atelier

Introduction

Quelques réflexions et hypothèses à la base d'une approche de la géométrie visant une progression cohérente de 6 ans (et même de la maternelle) à 15 ans (la fin du collège)

- Pourquoi conserver dans l'enseignement secondaire une place conséquente à l'enseignement de la « géométrie synthétique » ?
- Objet principal de la géométrie élémentaire
- Deux aspects de la géométrie à accorder et faire interagir : géométrie physique / géométrie théorique
- Les objectifs et les points d'ancrage de notre approche

Pourquoi une géométrie des figures ?

- Fondement des nombres sur les grandeurs géométriques
- Modélisation de l'espace sensible
- Créer l'intuition géométrique pour s'en servir dans les représentations et le traitement d'autres problèmes, pas seulement en mathématiques
- Le modèle de l'espace euclidien vient dans un deuxième temps quand on a construit un modèle de la géométrie appuyé sur l'espace sensible
- Se fonder d'abord sur l'axiomatique d'Euclide complétée par Hilbert mais en intégrant les transformations. L'axiomatique sous-jacente à la géométrie du collège n'a pas besoin d'être minimale.

Objet principal de la géométrie élémentaire

- Dans l'espace
  - Décrire des objets, positions et déplacements ainsi que des transformations d'objets (agrandissements et réductions…)
  - Prévoir des positions, décrire des relations entre deux objets
  - Calculer des rapports de grandeurs.
- Géométrie plane : décrire des figures et des relations entre figures, comment les construire, décrire et prévoir des déplacements et transformations de figures dans le plan.
  - Décrire : énoncer un ensemble si possible minimal de propriétés qui suffisent à caractériser la figure et en tirer d'autres propriétés conséquences par déduction. Importance des conditions nécessaires et suffisantes pour minimiser les déductions à faire.
  - La construction même de la figure peut être problématique (une description ne donne pas toujours un procédé de construction).
  - Donner un programme de construction : donner une suite d'instructions qui permettent de construire une figure décrite par un énoncé.

Deux aspects de la géométrie à accorder et faire interagir

Deux modes de validation radicalement différents

- *Géométrie physique* ($\pm$G1 pour HK, problématique pratique pour BS)
  - L'objet d'étude est la figure matérielle tracée sur le papier ou sur l'écran. La validation se fait par superposition avec un calque.
  - Deux figures sont identiques (égales) si elles coïncident par superposition.
- *Géométrie théorique* (G2 pour HK, problématique géométrique pour BS)
  - L'objet d'étude est une figure théorique définie par des propriétés (données par des énoncés ou un codage sur un schéma).
  - La validation se fait par déduction en utilisant des propriétés déjà validées.
  - Certaines des propriétés sont prises comme axiomes ; les propriétés déjà validées et qui méritent d'être retenues parce qu'on les utilisera souvent sont des théorèmes.
  - D'autres propriétés sont données comme hypothèses : elles sont spécifiques de la figure considérée.

Comment aborder cette rupture dans l'enseignement ?

  - Problématique spatio-géométrique : faire interagir les deux, taille de l'espace
  - Mettre en évidence la rupture : « petites provocations » : irrationnels
  - Mettre en défaut la géométrie physique ou s'en servir comme point d'appui ?

Les points d'ancrage de notre approche

- Mettre l'accent sur la continuité entre ces deux géométries : s'appuyer sur la construction de figures de la géométrie physique en y faisant entrer des raisons de la géométrie théorique.
  - Les propriétés des figures de la géométrie théorique se traduisent par des propriétés visuelles des figures matérielles qui les représentent
  - Dans la géométrie physique, on peut établir un répertoire de figures et de propriétés qu'on connaît et qui permettent d'éviter d'aller jusqu'à la superposition
- L'enseignement à l'école est centré sur les propriétés des figures classiques, quadrilatères et triangles particuliers en mêlant géométrie et mesure dans le but d'aller vite à des connaissances utiles socialement. Nous pensons que cela contribue au malentendu dans le passage à G2.
- Nous parlons de grandeur et non de mesure dans la géométrie physique comme dans la géométrie théorique : si la taille des figures est fixée, c'est par des grandeurs qu'on se donne

Les points d'ancrage de notre approche

- Il est essentiel d'aborder les opérations (addition, soustraction, multiplication et division par un entier) sur les grandeurs géométriques indépendamment de leur mesure pour qu'elles puissent servir d'appui pour la construction des nombres.
- Il faut apprendre à mesurer avec la règle graduée ou avec le rapporteur. Mais la mesure est pour nous du côté des nombres et pour qu'elle puisse jouer son rôle dans la conceptualisation des nombres, il faut aussi (d'abord ou simultanément) travailler la mise bout à bout des longueurs, l'addition des aires et des angles…
- Notre objectif à long terme : Penser une progression cohérente de la géométrie du cours préparatoire jusqu'à la fin du collège coordonnée à une progression sur les nombres

Nos hypothèses

- Pour faire de la géométrie, il faut développer à la fois un raisonnement logique à partir d'énoncés et un regard géométrique sur les figures.
  - 1ère hypothèse : ce regard géométrique sur les figures n'est pas naturel (cf. Duval) et il est nécessaire de le travailler pour qu'il se développe chez les élèves
  - 2ème hypothèse : il est possible de développer le langage et les concepts géométriques en articulation avec un travail sur les figures de la géométrie physique.
  - Autrement dit, il est possible de travailler sur les figures dans la géométrie physique de façon à développer
    - une vision des figures qui sera nécessaire dans la géométrie théorique (G2)
    - un rapport aux objets géométriques et à la notion de propriété qui sera en adéquation avec celui de la géométrie théorique (G2).

Qu'entendons-nous par figure ?

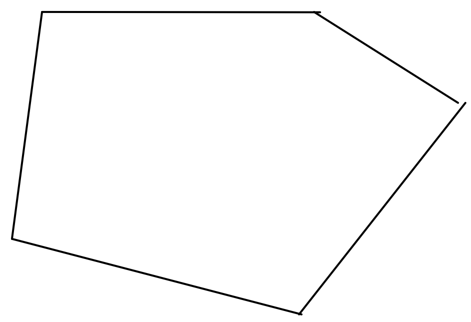
- Figure matérielle (géométrie physique mais aussi géométrie théorique)
- Figure géométrique : ensemble d'objets géométriques avec leurs relations qu'on peut décrire par des énoncés
- Figure codée (dans la 2ème partie)

Première partie
Géométrie physique
Travail sur des figures matérielles

- Construction de triangles
- Différentes visions des figures
- Des instruments pour tracer des figures
- Une situation pour faire évoluer le regard sur les figures : restauration de figure avec coût sur les instruments
- Enrichir une figure avec des nouveaux tracés
- Augmenter l'épaisseur sémiotique de la figure et du vocabulaire
- Le langage accompagnant les actions matérielles

Reproduction de triangles

- Atelier :
  Voici un polygone. Tracez en un du même genre (quadrilatère ou pentagone) sur votre feuille et
  - 1) reproduisez le avec comme seuls instruments une règle non graduée et un petit morceau de papier aux bords arrondis.
  - 2) imaginez différents moyens de le reproduire et indiquez les instruments utilisés

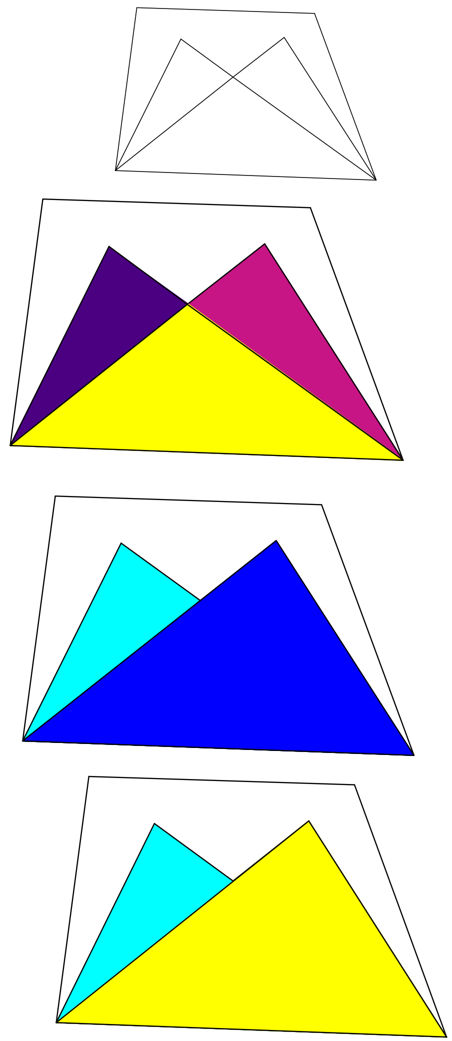


- Site de Marc

Différentes visions des figures

Vision surfaces ou D2 (vision naturelle)

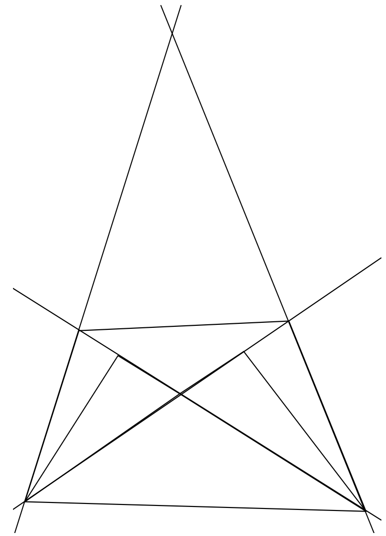
- Dans une vision « surfaces », n voit
  - des surfaces juxtaposées
  - à la rigueur superposées,
- Des lignes et des points peuvent apparaître mais
  - les lignes sont seulement des bords de surfaces,
  - les points sont des sommets de surfaces ou, en cas de superposition, des intersections de bords.
- On ne peut pas créer de nouvelles lignes

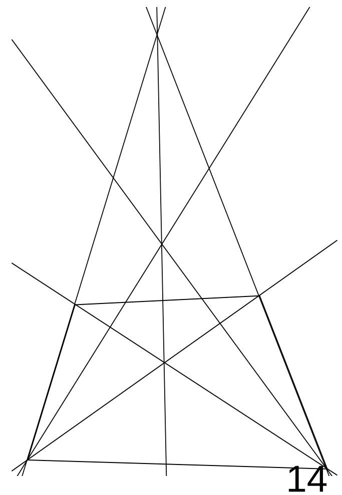


Différentes visions des figures

Vision « lignes » (ou D1)

- Dans une vision « lignes » la figure est constituée de lignes qui peuvent se tracer avec des instruments :
  - la règle pour les droites, les demi-droites (qu'on peut prolonger) et les segments,
  - le compas pour les cercles ou les arcs de cercles.
- Les points sont des extrémités de lignes ou des intersections de lignes qu'on a déjà.
- On peut tracer des segments (voire des demi-droites ou des droites) qui relient des points qu'on a déjà.
- On ne peut pas créer de nouveaux points
- Sur l'exemple, on verra plus ou moins de lignes supports des côtés.
- Il peut rester difficile de prolonger des lignes pour définir des points dont le lien avec la figure n'est pas direct

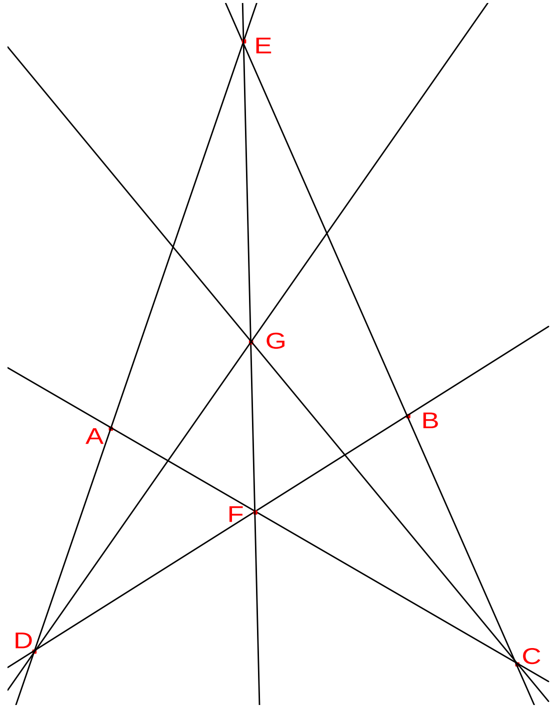




Différentes visions des figures

Vision « points » (ou D0)

- Dans une vision « points » de la figure, on peut créer des points par intersection de deux lignes et les points peuvent définir des lignes :
  - il faut deux points (ou un point et une direction) pour déterminer une droite, une demi-droite ;
  - pour un segment, il faut deux points ou un point et une longueur sur une demi-droite déjà tracée ;
  - il faut deux points pour déterminer un cercle (le centre et un point du cercle) ou un point et une longueur.
- Sur l'exemple, on peut identifier des points qui permettent de définir les lignes :
  - la donnée de A, B, C, D (le quadrilatère) détermine E et F.
  - Le choix de G sur (EF) détermine les petits triangles



Des instruments pour tracer des figures

- Dans la géométrie physique, les figures matérielles se tracent avec des instruments : les tracés à main levée, éventuellement codés sont des schémas
- Dans la géométrie théorique, les figures matérielles se tracent à main levée ou avec des instruments, la figure de travail est la figure géométrique (immatérielle)
- Nous considérons des instruments de tracé variés
  - Des instruments qui permettent de transporter toute la figure : gabarits, pochoirs, calque
  - Des instruments qui permettent de transporter des informations D2 sur la figure : gabarit ou pochoir déchiré, calque trop petit, morceau de papier opaque sur lequel on peut écrire, équerre, compas d’angle, règle à bords parallèles
  - Des instruments qui permettent de tracer des lignes ou de reporter des longueurs sur une ligne déjà tracée : règle, compas, réglet (morceau de règle informable sur le bord), équerre et compas d’angle dans certaines de leurs utilisations.

André Revuz

Une situation pour faire évoluer le regard sur les figures

Restauration de figure avec coût sur les instruments

- Une situation (TSD) est définie par
  - Le problème et la règle du jeu
  - Le milieu
  - Les variables didactiques
  - Les connaissances en jeu

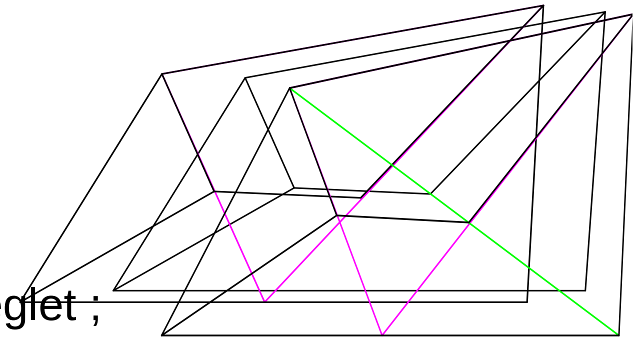
- Le problème et la règle du jeu : Une restauration de figure est une reproduction de figure mais avec des contraintes particulières :
  - Une figure modèle est donnée (en vraie grandeur ou non)
  - Une partie de la figure à obtenir (amorce) est donnée soit par son tracé, soit par un instrument qui permet de reporter des informations D2 de la figure initiale mais sans donner toute l'information.
  - On dispose d'instruments variés qui ont un coût d'utilisation

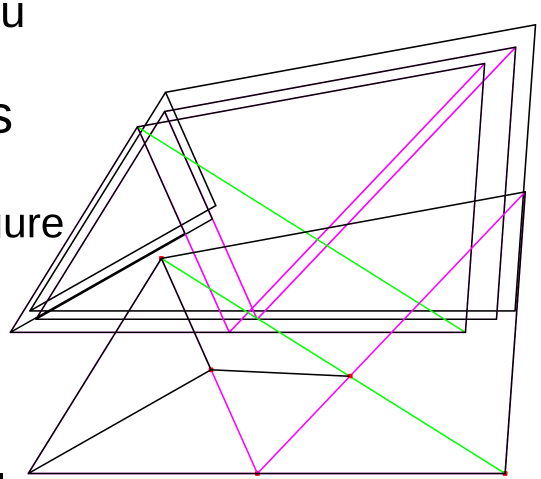
Une situation pour faire évoluer le regard sur les figures

Restauration de figure avec coût sur les instruments

- Le milieu : le modèle, l'amorce, les instruments et leur coût
- Les variables (didactiques) à fixer :
  - Le modèle
  - L'amorce
  - Les instruments à disposition et leur coût
- Les connaissances en jeu : à examiner dans chaque cas. Choisir le milieu et la règle du jeu en fonction des connaissances supposées disponibles et de celles dont on veut favoriser l'émergence.
- Exemples

Restauration de figure : un exemple

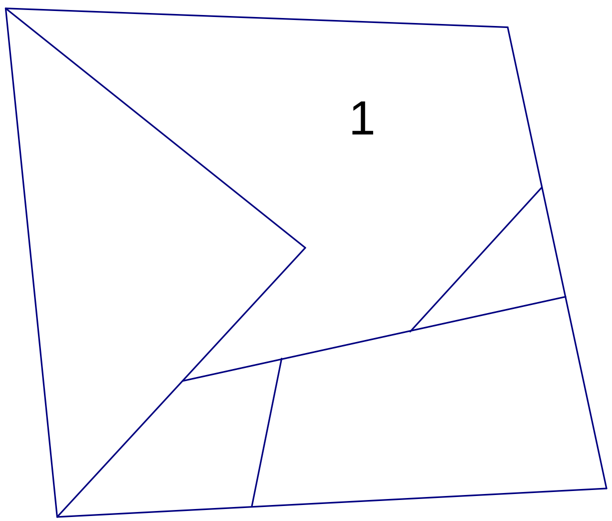




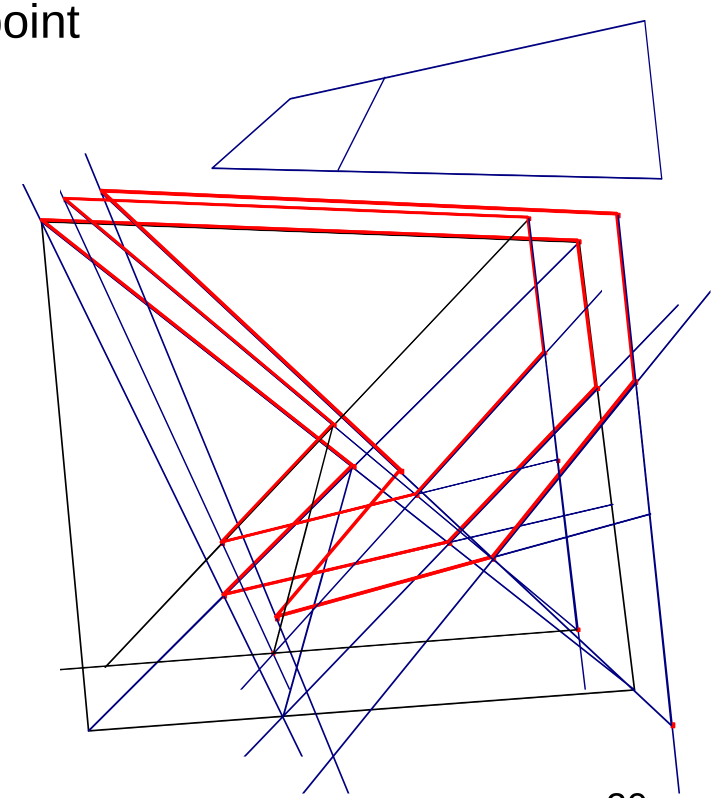
- Avec des tracés, sans gabarit
  - Exemple d'amorce
  - Coût :
    - 0 point pour la règle ;
    - 5 pts pour un report de longueur avec un réglet ;
    - 5 pts par usage du compas, du compas d'angle ou de l'équerre.
  - Il manque deux segments qui sont déterminés par un point
    - On peut chercher des lignes de construction de la figure sur le modèle
    - Cela permet de trouver la direction d'un segment manquant sur lequel se trouve ce point. On peut compléter l'amorce.
    - Il manque une deuxième ligne pour trouver le point. On peut la trouver sur le modèle puis la reporter sur la figure à compléter.
    - Reste à tracer le dernier segment et à gommer des lignes de construction
  - On peut reproduire uniquement avec une règle

Restauration de figures

- Exemple : favoriser le repérage d'alignements ; le moins de reports de longueur possible (voir article Grand N 79)
- Donner un coût aux instruments : tracé à la règle gratuit ; report de longueur : 5 points. On peut même différencier
  - Prolongement d'un segment existant : 1 point
  - Nouveau tracé à la règle : 0 point

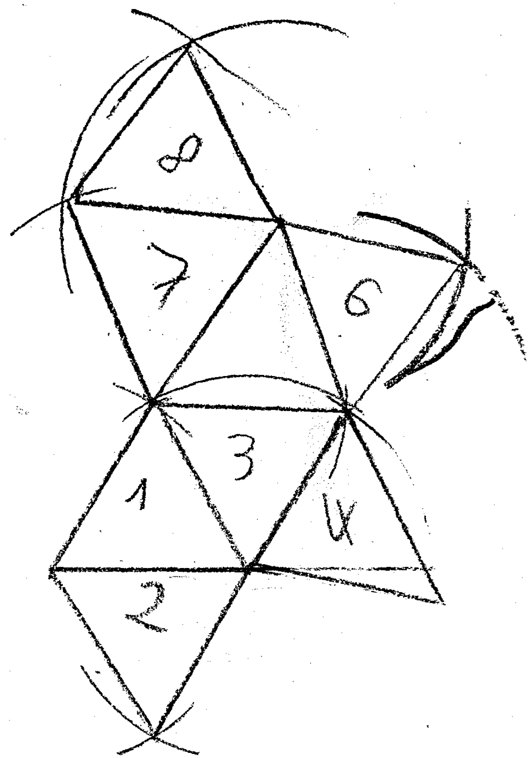


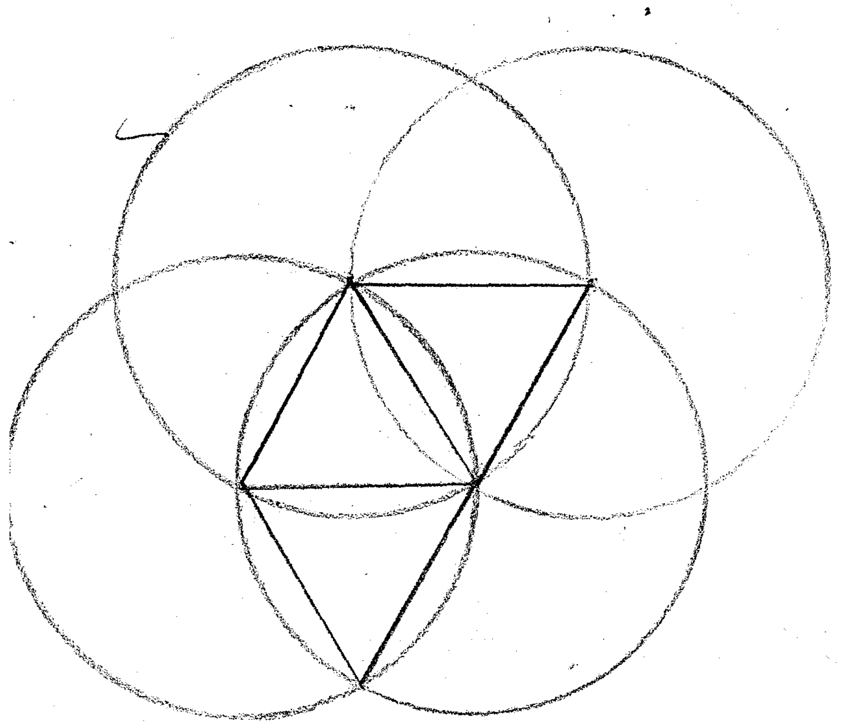
Restaurer la figure complète à partir de la pièce 1



Restaurer le patron d'un octaèdre régulier

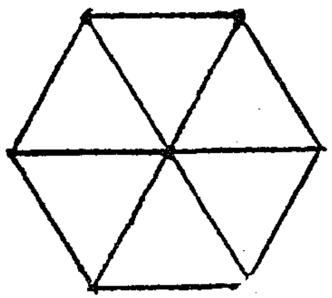
- Le patron du dodécaèdre. Triangles juxtaposés.
- Comment économiser les instruments ? Un même cercle peut servir pour plusieurs triangles…

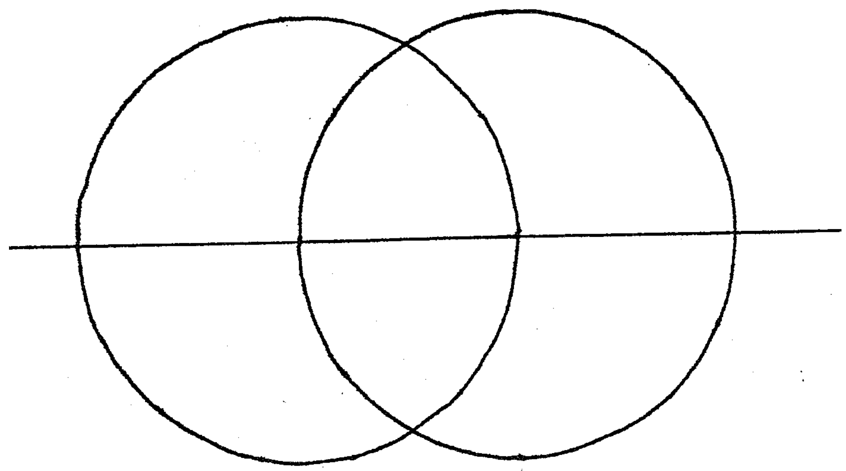




Restaurer un hexagone régulier

- Restaurer un hexagone à partir d'une amorce
  - Compas : 5 euros
  - Règle : gratuit
  - Report de longueur : 2 euros
- Avec la symétrie, on en déduit la construction d'un milieu à la règle et au compas





Des apprentissages géométriques

Quels sont les apprentissages géométriques visés dans la restauration de figure ?

- La pratique des objets géométriques et de leurs relations
  - Une droite peut toujours se prolonger
  - Il faut deux points pour définir une droite
  - Il faut un support rectiligne pour reporter une longueur et trouver un point sinon on prend un compas qui donne tous les points à une distance fixée d'un point donné
  - Il faut deux lignes pour déterminer un point
- Enrichir une figure avec des nouveaux tracés avec un projet d'utilisation dans la restauration : ces éléments nouveaux sont reliés à ceux qu'on a déjà et à ceux qu'on cherche à obtenir.
- Augmenter l'épaisseur sémiotique de la figure (elle devient porteuse d'informations qui ne sont pas visibles d'emblée mais qu'il faut rechercher) et du vocabulaire (par exemple un carré, un rectangle sera progressivement porteur de relations de plus en plus nombreuses entre ses éléments : angles, sommets, côtés, et ceux de la figure enrichie : diagonales, axes de symétrie etc.

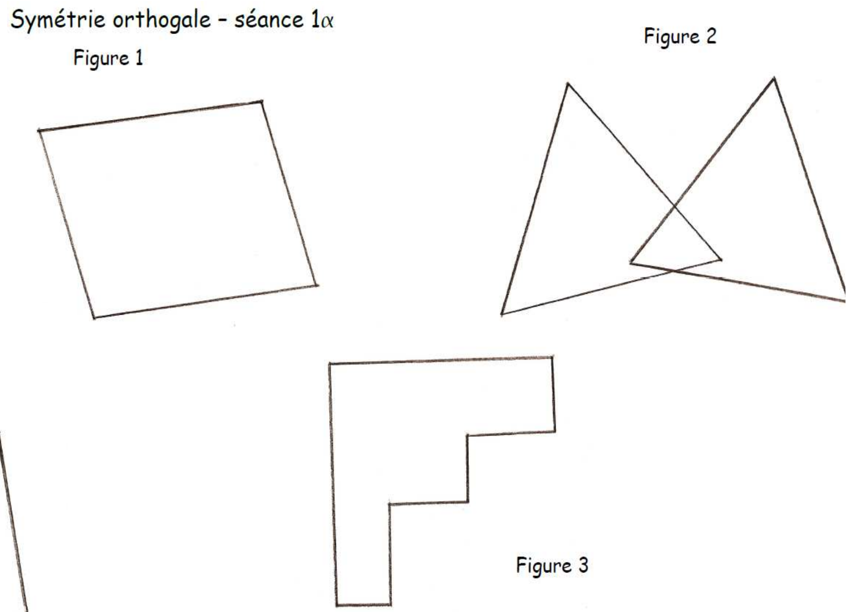
Le langage accompagnant les actions matérielles

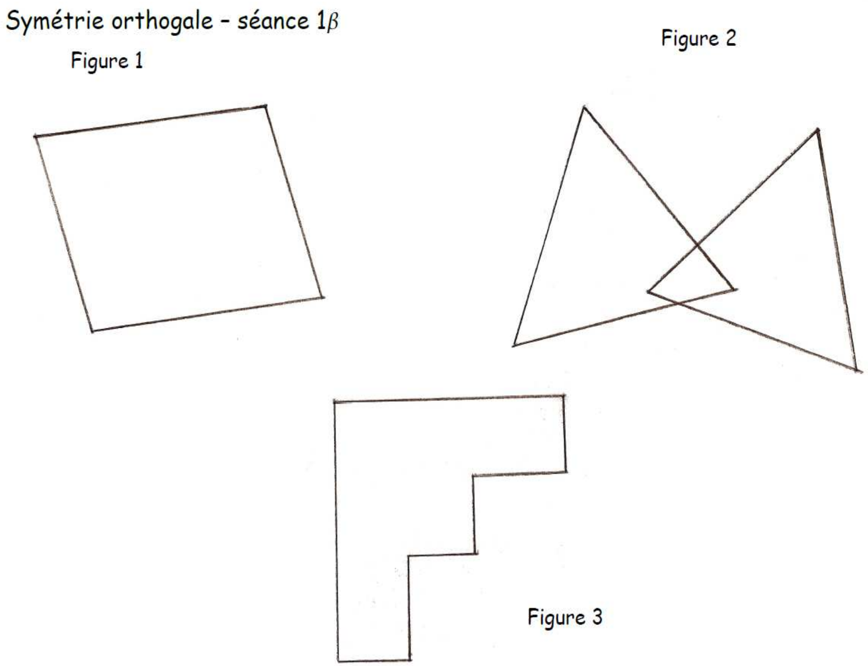
- Le langage qui accompagne les actions matérielles sur les figures ou qui les décrit est essentiel si l'on veut que ces actions participent à la conceptualisation des objets géométriques
- Un exemple vidéo en CE2 sur la symétrie

LDAR Laboratoire de Didactique

Une séance sur la symétrie en CE2

- Pour chaque figure dire si elle est symétrique ou non et pourquoi





La moitié de la classe reçoit le groupe de figures 1α où la figure 2 est symétrique l’autre moitié reçoit les figures 1β où c’est la figure 3 qui est symétrique

André Revuz

LDAR Laboratoire de Didactique

Deuxième partie
Géométrie théorique
Travail sur des figures géométriques définies par des énoncés

- Retour sur la notion de figure
- Les figures codées
- Les figures clés
- Restauration et démonstration
- Construction de figures
- Des constructions associées à des figures clés
- A la recherche de figures clés

Retour sur la notion de figure

- Figure est pour nous un terme générique qui englobe :
  - figure matérielle (plutôt que dessin) objet du travail ou représentant une figure géométriques ;
  - figure géométrique : ensemble d'objets géométriques avec leurs relations qu'on peut décrire par des énoncés
  - figure codée i.e. figure caractérisée par des propriétés données par des énoncés ou par des signes (codes) ajoutés à la figure matérielle, que celle-ci soit l'objet même du travail ou qu'elle représente une figure géométrique immatérielle.
- Quand dit-on que deux figures sont identiques ?
  - Pour les figures matérielles :
    - Superposition directe/ après retournement
    - À agrandissement près : comment le vérifier ?
  - Pour les figures géométriques, on dira qu'elles sont identiques si elles vérifient les mêmes propriétés.
    - La notion de propriété est liée à l'axiomatique sous-jacente, par exemple plan orienté ou non.

Les figures codées

- Dans le cadre de la géométrie physique on travaille sur la figure matérielle.
  Le code est constitué de signes portés sur la figure matérielle pour indiquer des propriétés vérifiées instrumentalement. Il peut avoir différentes fonctions :
  - Dans une recherche de propriétés d’une figure, mémoriser les propriétés reconnues et vérifiées afin de poursuivre la recherche d'autres propriétés.
  - indiquer, sur une figure à main levée, les propriétés qu'une figure à construire doit satisfaire
  - indiquer, au fur et à mesure de la construction d'une figure les propriétés utilisées.

Les figures codées

- Dans le cadre de la géométrie théorique, la figure matérielle est une représentation d'une figure géométrique, on travaille sur la figure géométrique.
  Le code est constitué de certaines propriétés identifiées pour la figure ; ces propriétés peuvent être énoncées en langue naturelle ou traduites par des signes conventionnels sur une figure matérielle qui représente la figure géométrique et sert de support pour le codage. Ce code a également plusieurs fonctions :
  - les mêmes fonctions que celles déjà identifiées pour la géométrie physique, à la différence essentielle près que les propriétés ne sont pas validées instrumentalement mais déduites à partir d'hypothèses et d'énoncés d'un répertoire (définitions, axiomes, théorèmes).
  - indiquer les propriétés affirmées par les hypothèses ou confirmées logiquement pendant une démonstration.

Figures codées et démonstration

- Dans un problème de géométrie, on ne dispose en général que d'une partie des propriétés que vérifie une figure et il s'agit d'identifier et de prouver de nouvelles propriétés géométriques vérifiées par la figure. Autrement dit, dans les démonstrations, il s'agit d'enrichir le code d'une figure codée.
  Un des objectifs de l'activité géométrique est donc d'enrichir le codage des figures géométriques.
- Deux figures codées différentes peuvent correspondre à la même figure géométrique.

Construction de figures

Construction d'une figure matérielle à vérifier aux instruments

Exemple : construire un rectangle dont une diagonale et un côté sont donnés

- Contrairement à la restauration ou à la reproduction, les propriétés de la figure à construire ne sont pas à identifier dans un modèle mais sont données sous forme de texte ou de figure à main levée codée.
- Si les connaissances de celui qui construit la figure ne lui permettent pas de répondre directement au problème, il est amené à rechercher les propriétés sur lesquelles peut s'appuyer la construction en faisant l'analyse d'un schéma codé (souvent à main levée) portant les propriétés à obtenir pour les relier éventuellement à celles qu'il sera possible d'utiliser pour la construction (phase d'analyse).
- Au cours de cette analyse, il est amené à enrichir la figure pour en rechercher d'autres propriétés à partir desquelles on peut mener la construction. Même si on est en géométrie physique, il est nécessaire de passer un minimum par la géométrie théorique dans cette phase d'analyse.

Construction de figures

- Une fois la construction réalisée, on vérifie les propriétés demandées avec les instruments. En géométrie dynamique, il faudra vérifier que la figure ne se déforme pas.
- On peut envisager une solution pratique en ajustant les instruments (pour l'exemple fabriquer une équerre dont un côté de l'angle droit a la dimension donnée et l'ajuster sur la diagonale. Se pose ici la question de l'usage géométrique de l'équerre : on doit poser un côté de l'angle droit de l'équerre sur une droite qu'on a déjà. Comme on ne peut reporter une longueur que sur une droite qu'on a déjà.
- On a ainsi un usage différent de l'équerre qui ne sert plus à reporter un angle droit (élément D2 d'une figure) mais à tracer une perpendiculaire à une droite qu'on a déjà : les deux côtés de l'angle droit jouent des rôles différents.

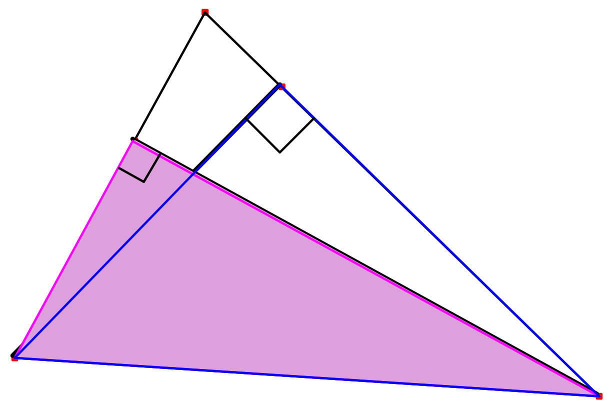
Construction de figures

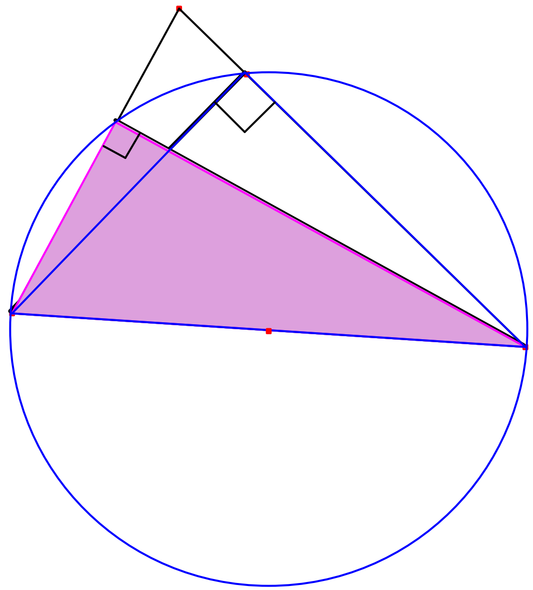
Dans les problèmes de construction de la géométrie théorique

- Le codage qui est donné est un objectif à atteindre : il faut montrer qu'il existe une figure géométrique vérifiant les propriétés demandées et qu'on peut exhiber un procédé séquentiel qui, à partir des données, permette d'obtenir tous les éléments de la figure avec leurs propriétés par des tracés de droites et cercles.
- Les propriétés à obtenir ne sont en général pas celles qui permettent de construire la figure et, là encore, il faut procéder à une analyse en enrichissant la figure pour trouver d'autres propriétés qui entraînent celles qu'on cherche. La différence principale est au niveau de la validation des propriétés et des instruments qu'on s'autorise pour la construction. La solution peut ne pas être unique.
- Exemples
  - Construire un rectangle dont une diagonale et un côté sont donnés (en grandeur)
  - Construire un cercle tangent aux côtés d'un angle
  - Construire un triangle connaissant (en grandeur) un côté et les hauteurs issues des extrémités de ce côté.

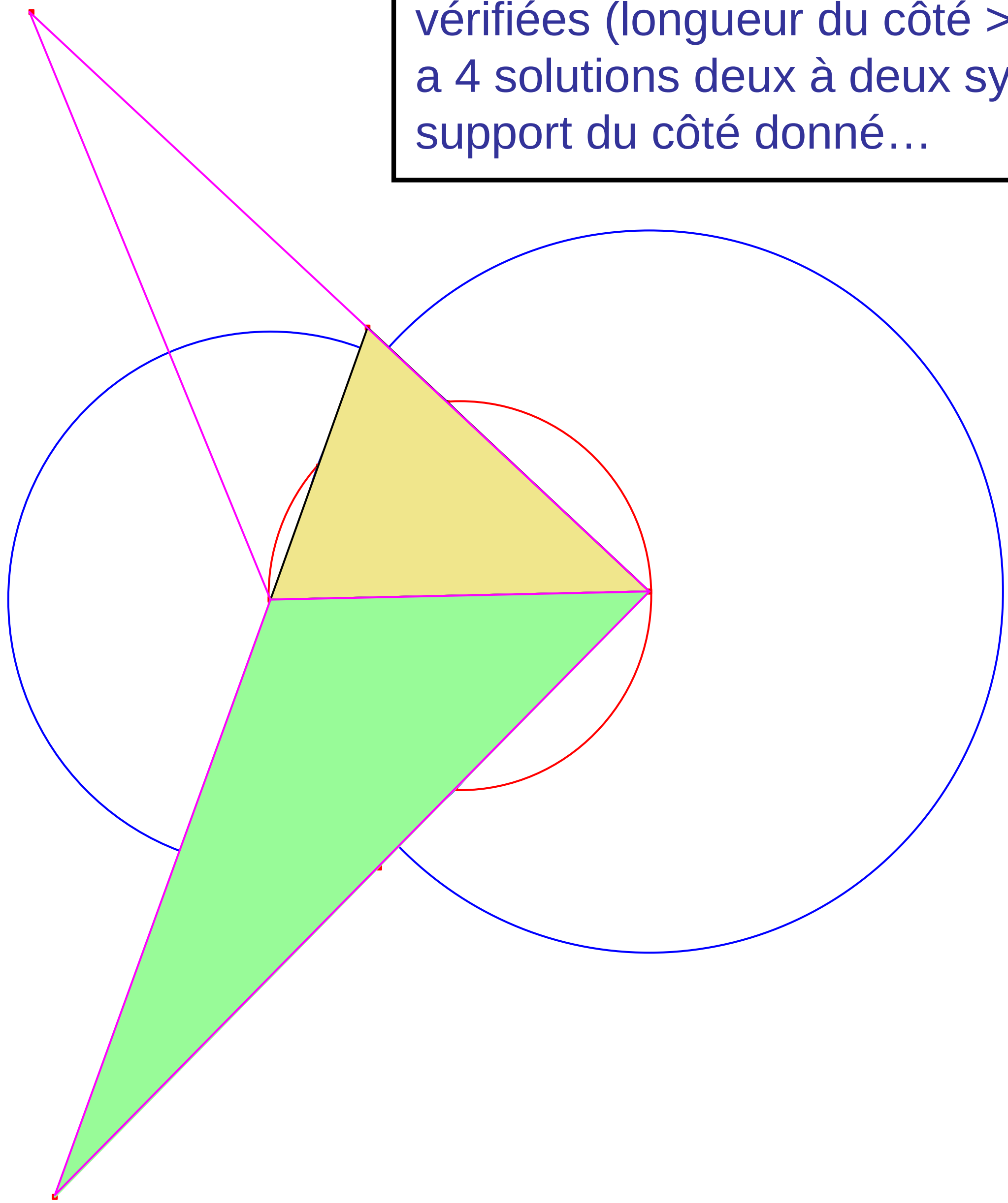
Construire un triangle connaissant un côté et les hauteurs issues des extrémités de ce côté

- Analyse : recherche de conditions nécessaires
  Le problème revient à construire deux triangles rectangles de même hypoténuse donnée dont un côté de l'angle droit est donné.
- On est ramené à la construction d'un triangle rectangle connaissant l'hypoténuse et donc à l'inscription des triangles rectangles dans un cercle.
- Parmi tous les triangles il faut prendre ceux dont le côté de l'angle droit a la bonne dimension.
- Ce n'est possible que si ces dimensions sont inférieures à celle de l'hypoténuse donc si les longueurs données pour les hauteurs sont inférieures à celle donnée pour le côté.





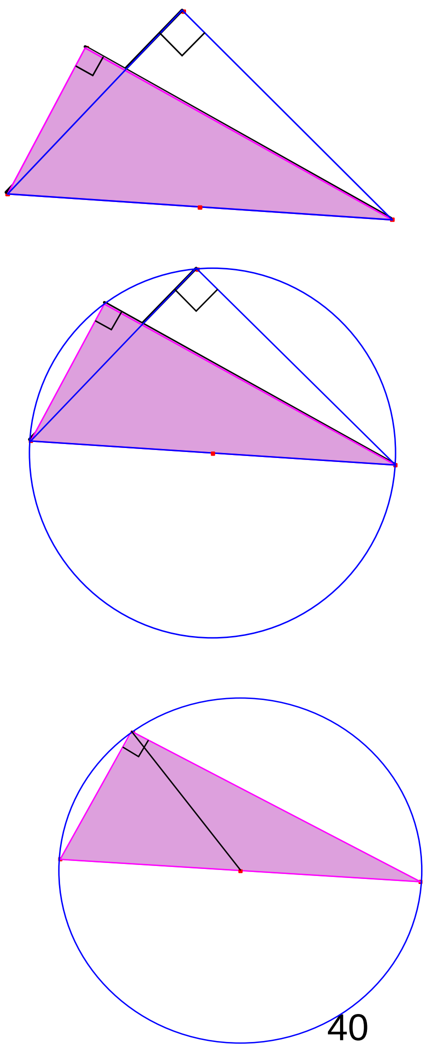
Synthèse : Si les conditions sur les longueurs sont vérifiées (longueur du côté > longueurs des hauteurs), on a 4 solutions deux à deux symétriques par rapport au support du côté donné…



L D A R L a b o r a t o i r e d e D i d a c t i q u e

Les figures clés

- Dans l'exemple précédent, la figure des deux triangles rectangles de même hypoténuse, isolée du grand triangle, aide à identifier le cercle c'est-à-dire une ligne sur laquelle seront les pieds des hauteurs.
  Reste alors à trouver l'autre ligne qui permettra de déterminer chacun de ces points.
- Dans la géométrie théorique, la déduction se fait par démonstration à partir d'axiomes, de définitions et de théorèmes. Ces axiomes, définitions et théorèmes sont exprimés dans des énoncés qui traduisent des propriétés de figures. Les figures qui correspondent à ces énoncés de géométrie élémentaire seront à reconnaître dans des figures plus complexes : il faudra les isoler comme sous-figure, voire compléter la figure donnée pour faire apparaître des lignes qui se définissent à partir des lignes données mais n'apparaissent pas au premier coup d'œil.
- Un théorème de géométrie élémentaire peut ainsi souvent se traduire (au moins en partie) par deux figures codées : l'une représentant les hypothèses et l'autre la conclusion.



André Revuz

Les figures clés

- Une figure clé est une figure matérielle codée susceptible d'enrichissement du code parce que celui-ci correspond au codage des hypothèses ou de la conclusion d'un théorème.
- La figure clé représente donc une partie des propriétés d'une figure géométrique (immatérielle) qui possède d'autres propriétés que celles représentées et qui sont reliées à celles-ci par un théorème.
- Les figures clés jouent un rôle essentiel dans les démonstrations.
  - Si la figure codée représente les hypothèses d'un théorème, on peut l'enrichir des conclusions.
  - Si la figure clé représente la conclusion d'un théorème en partant de ce que l'on cherche à démontrer, on peut lui associer la figure clé des hypothèses de ce théorème et rechercher comment on pourrait les démontrer (progression en remontant dans la recherche d'un chemin entre les hypothèses et la conclusion).
- La reconnaissance des figures clés est donc un point sensible de l'apprentissage de la géométrie.

Restauration et démonstration

- La démarche de restauration d'une figure matérielle est une bonne initiation à la démarche de démonstration.
  - reproduire ou restaurer une figure suppose de s'appuyer sur certaines propriétés pour réaliser une figure qui vérifiera d'autres propriétés, conséquences de celles-là.
  - De même, dans la démonstration, on connaît certaines propriétés d'une figure et on cherche à en déduire d'autres, conséquences de celles-là.
- La grande différence est que, dans un cas, la validation des propriétés se fait à l'aide d'instruments matériels et dans l'autre à l'aide d'un raisonnement logique appuyé sur des définitions et théorèmes qu'on peut considérer comme des instruments théoriques.

Restauration et démonstration

Cas de la restauration d'une figure matérielle avec des instruments de tracé

- La figure à reproduire fait l'objet d'une recherche plus ou moins exhaustive des propriétés de la figure.
- Dans le cas d'une restauration, une partie de la figure à obtenir est déjà tracée (l'amorce). Des propriétés de la figure à obtenir sont donc déjà vérifiées ; il faut trouver des propriétés permettant de relier les autres parties de la figure à obtenir à cette amorce qui est prise comme point de départ. Cette recherche est analogue à celle d'un chemin qui relie hypothèses et conclusion dans une démonstration.
- Pour la reproduction comme pour la restauration, il peut être nécessaire d'enrichir la figure à reproduire par de nouveaux tracés pour faire apparaître les propriétés nécessaires pour la construction. Cet enrichissement se fait à l'aide des instruments de tracé.

Restauration et démonstration

Cas de la restauration d'une figure matérielle avec des instruments de tracé

- Les propriétés qui ont servi à la construction sont codées, Il reste à vérifier (justifier) que la figure construite est bien conforme à la figure demandée.
- La validation de la reproduction peut se faire par superposition mais aussi par vérification avec les instruments des propriétés de la liste.
- On peut, lors de ces reproductions de figures matérielles donner aux élèves l'occasion de s'apercevoir qu'un même cahier des charges peut donner lieu à des constructions différentes et aussi que des cahiers de charges différents peuvent aboutir à une même figure et s'interroger sur les différents cahiers des charges...

André Revuz

Restauration et démonstration

Cas de la démonstration

- Certaines propriétés d'une figure géométrique sont décrites dans un énoncé. En général (ce n'est pas le cas dans un problème de construction), ces propriétés permettent de construire avec des instruments une figure matérielle qui la représente. Il s'agit de déduire d'autres propriétés de la figure.
- Il s'agit donc cette fois d'enrichir une figure codée. L'enrichissement peut se faire de deux manières : en faisant apparaître des propriétés conséquences de celles qui sont données, ou en recherchant des propriétés qui permettraient de déduire celles qu'on cherche à démontrer. Cet enrichissement amène éventuellement à considérer de nouveaux objets géométriques qui ne faisaient pas partie de la description initiale.

Restauration et démonstration

Cas de la démonstration

- Les outils pour démontrer sont des énoncés (axiomes ou théorèmes) qui sont représentés par des figures clés qu'il s'agit de reconnaître dans la figure en général plus complexe du problème cherché. Dans un théorème, une figure clé a deux codages : celui des hypothèses et celui de la conclusion ; il s'agit donc d'identifier dans la figure du problème des figures clés avec l'un de leurs codages qui figure dans un répertoire connu. Si c'est le codage des hypothèses, on pourra enrichir la figure de nouveaux codes (ceux des conclusions). Si c'est le codage des conclusions, il faut rechercher le code des hypothèses comme conclusion d'une autre figure clé codée.
- Les figures-clés peuvent ainsi être considérées comme des instruments permettant de construire du code.

Restauration et démonstration

- Exemples

Des constructions liées à des figures clés

- Exemple : constructions des milieux

Augmenter l'épaisseur sémiotique

- Des mots : un carré, c'est….
  Enrichissement des significations
- Des figures : derrière une figure, on en voit d'autres…

A la recherche de figures clés

- Discussion ouverte sur les propositions des participants.

L
D
A
R

L
a b o r a t o ir e
d e
D
i d a c ti q u e

Merci de votre attention

www.aider-ses-eleves.com

Laboratoire de Didactique André Revuz
Mathématiques • Physique • Chimie

André Revuz

UNIVERSITÉ D'ARTOIS

- Géométrie théorique : les figures sont définies à partir de points qui s’obtiennent à partir d’intersection de droites et de cercles. On ne considère que des rapports de grandeurs ; une grandeur étant donnée par un segment, on en déduit les autres
- La réalisation matérielle de la figure avec des instruments physiques dépend des instruments à disposition

- Exemple : constructions des milieux : je pense que tu en as plusieurs… qui réfèrent aux parallélogrammes, à la symétrie à Thalès, avec la règle à bords parallèles etc