À quoi servent les expériences d'A. Aspect ?

Le paradoxe E.P.R. - Bell à contre-courant

Depuis le papier original de E.P.R., le contexte a beaucoup évolué. Les inégalités de J. S. Bell en ont changé l'enjeu : action causale instantanée à distance, oui ou non ? L'impossibilité de variables cachées locales, prouvée par J. S. Bell contraint (même) son auteur à reconnaître : « So we cannot dismiss intervention on one side as a causal influence on the other » (dans J. S. Bell : Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics, p. 150 en haut).

On peut dire que la grande majorité des physiciens (ou épistémologues) ont pris la même position, vu l'impressionnante série de preuves d'impossibilité qui ont suivi celle de Bell. Des centaines d'articles ont été écrits sur le sujet, et on peut se demander à quoi cela sert d'en rajouter encore un. Il nous semble néanmoins que certaines remarques ont été oubliées et que cela vaut encore la peine de les faire. Nous tirons ici les conclusions résultant d'un exposé fait le 24 janvier 2008 au séminaire Épiphymaths de Besançon.

1 – Le titre de ce séminaire portait la mention de « Paradoxe de J. S. Bell ». En effet, celui qui ne croit pas en une action à distance, va parler de paradoxe, alors que celui, enclin à accepter celle-ci, en verra dans les inégalités de Bell une preuve. Les expériences de A. Aspect en fournissent alors une corroboration.

Le propre d'un paradoxe est que son énoncé engage la pensée dans une ornière de laquelle il est difficile de se dégager. Essayons de le faire en faisant une première remarque.

La majorité des physiciens, surtout depuis qu'on est capable de manipuler un objet quantique individuel, penchent pour attacher un ψ à un système individuel et appliquent le postulat de projection sans hésitations.

Plaçons-nous donc dans ce cadre-là et regardons le vecteur d'état de D. Bohm :

$$\psi_B = 1/\sqrt{2}\,[\,|+>_{\mathbf{u}}\otimes|->_{\mathbf{u}} - |->_{\mathbf{u}}\otimes|+>_{\mathbf{u}}]$$

qui garde la même forme quelle que soit la direction **u**. Posons-nous alors la question : « Quand a lieu cette influence causale instantanée à distance » ? Ceci, il faut insister, en restant dans le cadre de l'interprétation du formalisme adoptée.

Faisons une mesure à gauche (selon Oz par exemple) et supposons qu'on trouve le résultat +1. D'après les principes admis, le système à droite est alors projeté dans l'état $|->_{Oz}$ et une mesure à droite selon Oz donnerait avec certitude le résultat –1. Les systèmes G (à gauche) et D (à droite) sont alors totalement découplés et le système D évolue librement. Plus aucune influence de G sur D n'est envisageable. C'est-à-dire, si action à distance il y a, elle se place exactement au moment de la première mesure à gauche. Ceci, qu'on fasse ou non une mesure à droite selon l'axe Oz ou selon n'importe quel autre axe.

Or, le phénomène de corrélation stricte (+1,-1) et (-1,+1) est un phénomène classique de conservation et n'a nullement besoin d'une intervention causale à distance. Le côté aléatoire d'une mesure à gauche (avec une probabilité ½ pour +1 (resp. -1) est reproductible par autant de systèmes classiques qu'on veut et ce n'est pas la peine d'en exhiber un. Se pose alors la question du rôle joué par le coefficient de corrélation C(**a**,**b**) pour des orientations **a**, **b** à gauche et à droite différentes. Ce coefficient de corrélation (dans le cadre où nous nous sommes placés) n'a aucune pertinence relativement à la question de l'action à distance. En effet, les systèmes à droite faisant partie d'une série statistique, évoluent tous librement après la première mesure et c'est le fait qu'il n'y a, dans le cas de l'espace de Hilbert en question, aucune autre grandeur à mesurer que le spin le long d'un axe qui induit, apparemment, l'importance donnée à ce coefficient de corrélation. Dans le cadre de l'interprétation du formalisme quantique adopté, les expériences de A. Aspect sont sans aucun intérêt.

2 – Qu'en est-il dans le cadre d'une interprétation statistique ?

Voici donc une deuxième réflexion. Nous supposons l'interprétation purement statistique, c'est-à-dire on prohibe l'usage du postulat de projection. Les mesures sont donc supposées être destructrices. (Il va de soi qu'un tel formalisme est incapable de rendre compte de tout ce que le physicien sait opérer au niveau d'un système individuel).

Dans ce cadre, en admettant que le sens d'une mesure du type $A \otimes B$ est bien clair, seuls sont à notre disposition, les coefficients de corrélations, ou, plus généralement les valeurs moyennes d'opérateurs pour un état spécifié. Les coefficients de corrélations théoriques C(**a**,**b**) (qui sont dans le cas discuté ici des valeurs moyennes) ne vérifient pas les inégalités de J. S. Bell. Que peut-on en conclure ?

La conclusion standard (y compris celle de J. S. Bell) est d'en inférer une action causale instantanée à distance. Cette inférence, qui porte sur la réalité <u>physique</u>, est obtenue à partir d'une incompatibilité <u>formelle</u> entre deux <u>formalismes</u>. Dans l'un des formalismes, les algèbres (d'observables) sont commutatives et dans l'autre elles sont non commutatives. Vouloir les rapprocher, c'est comme vouloir couvrir un cercle avec un rectangle. Il nous paraît hasardeux de découvrir un fait nouveau, fondamental, contraire à la rationalité jusqu'alors admise, à partir d'une telle base. Une deuxième raison de critiquer cette inférence est qu'il n'est pas légitime de tirer une conclusion sur un événement individuel à partir de considérations statistiques, sauf en cas de corrélations strictes, comme dans l'exemple des détecteurs ayant la même orientation. Mais dans ce cas une explication par principe de conservation est suffisante. Par contre, dans la situation $\mathbf{a} \neq \mathbf{b}$, que veut pouvoir dire, pour un couple individuel, qu'une mesure (à gauche) le long de **a**, de résultat +1, par exemple, agit instantanément sur le système de droite qui donne, pour l'observateur à droite le résultat +1 ou -1 avec une égale probabilité de ½ ?

Regardons l'affaire plus en détail. Le coefficient de corrélation théorique $C(\mathbf{a},\mathbf{b}) = -\cos\theta$, où θ est l'angle entre les deux orientations, s'obtient en calculant la moyenne de l'opérateur $A\otimes B$ pour l'état ψ_B (A étant la grandeur spin suivant **a** et B selon **b**). Comme conséquence de la définition de la moyenne, on peut aussi calculer les probabilités $P_{(+,+)}$ $P_{(+,-)}$ $P_{(-,+)}$ $P_{(-,+)}$, où $P(\varepsilon_1,\varepsilon_2)$ est la probabilité conjointe pour qu'une mesure de A et B pour l'état ψ_B donne comme résultat le couple $(\varepsilon_1,\varepsilon_2)$ avec $\varepsilon_i = \pm 1$. En restant strictement dans le cadre de l'interprétation statistique on obtient ainsi les formules :

$$P_{(+,+)} = 1/2 \sin^2(\theta/2),\ P_{(+,-)} = 1/2 \cos^2(\theta/2),\ P_{(-,+)} = 1/2 \cos^2(\theta/2),\ P_{(-,+)} = 1/2 \sin^2(\theta/2)$$

(qui permettent de retrouver le coefficient $C(\mathbf{a},\mathbf{b})$).

Interprétons ces formules en supposant le processus de mesure suivant : on considère trois opérateurs S, G, D. L'opérateur S est celui qui garantit le départ d'un couple unique à l'instant t. G est l'opérateur à gauche qui fait une mesure à t+1 et D est supposé faire une mesure à t+2. Le facteur ½ est la probabilité d'obtenir +1 (resp -1) à gauche (prendre la trace partielle gauche (resp. à droite)) et le facteur $\sin^2(\theta/2)$ dans $P_{(+,+)}$ p. ex, est la probabilité conditionnelle d'obtenir +1 à droite sachant qu'à gauche le résultat était +1. Comme les coefficients de corrélations ne vérifient pas Bell, l'opérateur G conclut que ses mesures agissent sur les mesures de D. Or, en contrôlant le protocole de mesure établi, on se rend compte que D a « triché » : il a effectué sa mesure à t +1/2, donc avant G ! D conclut donc « logiquement » que ce sont ses mesures qui ont influencé celles de G. Donc chacun pense avoir influencé les résultats de l'autre ! Le coefficient $C(\mathbf{a},\mathbf{b})$ et les formules $P(\varepsilon_1,\varepsilon_2)$ sont en effet symétriques : on peut écrire aussi bien : $P_{(+,+)} = \sin^2(\theta/2)\text{x}1/2$ etc. Dans le formalisme rien ne distingue la gauche de la droite et en conclusion, il ne saurait y avoir action à distance.

En classique, l'indépendance entre la gauche et la droite va de soi, comme c'est le cas dans l'exemple trivial de deux « moments » vectoriels plans (V,-V) opposés où l'un va à gauche et l'autre à droite, le résultat d'une mesure étant le signe de la projection de V (resp. –V) sur l'axe **a** (resp.**b**) orienté. Dans ce cas, le coefficient de corrélation est classique, mais la symétrie des mesures à droite et à gauche, expliquée par un principe de conservation, et leur indépendance sont acceptées comme étant normales, car il n'y a pas de lien physique entre la gauche et la droite. Mais inversement, une telle symétrie exclut une action à distance.

L'intérêt des expériences d'Orsay se réduirait alors tout simplement à ce qu'elles ont vérifié que les distributions statistiques prédites par la Mécanique Quantique sont les bonnes. Mais ceci aurait pu s'obtenir à moindres frais.

3 – Faisons une troisième remarque en nous remettant dans le cadre interprétatif du n°1.

Cette remarque est au sujet de l'article de Greenberger – Horne – Shimony – Zellinger : « Bell's theorem without inequalities » Am. J. Phys. 58 (12) Dec.1990.

Ces auteurs pensent prouver, pour un système de 2x2 spins couplés

$$\Psi = 1/\sqrt{2}\,[\; |+>_1 \otimes |+>_2 \otimes |->_3 \otimes |->_4 - |->_1 \otimes |->_2 \otimes |+>_3 \otimes |+>_4 \;]$$

(« 1 et 2 » à gauche, « 3 et 4 » à droite)

que, dans le cas de corrélations strictes, une conception classique est exclue.

Dans le cas du vecteur plus simple ψ_B, Bell postulait l'existence de deux fonctions $\mathcal{G}$ et $\mathcal{D}$, qui pour un λ, variable cachée déterminant un couple, donne les résultats de mesure à gauche et à droite :

$$\mathcal{G}\,(\,\mathbf{a}, \lambda\,) = \pm\,1 \qquad\qquad \mathcal{D}\,(\,\mathbf{b}, \lambda\,) = \pm\,1$$

Le paramètre λ caractérise le couple de particules. Or, ces deux particules, en Mécanique Quantique, sont indiscernables. Dans une théorie de type classique appelée à mimer la théorie quantique, il devrait en être de même.

Sous cette hypothèse, pour un même couple λ, la répétition d'un envoi avec le même λ, peut donner des réponses opposées : si, dans le premier envoi, la particule partant à gauche donnait le résultat +1, pour une orientation 0z par exemple, et la particule à droite par conséquent le résultat -1 suivant le même axe, dans un deuxième envoi les parcours peuvent éventuellement être permutés et donner des résultats inversés. Autrement dit, on ne peut pas parler de <u>fonctions</u> $\mathcal{G},\mathcal{D}$. Cette remarque s'applique aussi au cas considéré par G–H–S–Z. Dans leur article, ils considèrent quatre fonctions $\mathcal{A},\mathcal{B},\mathcal{C},\mathcal{D}$ (au lieu de deux) et font apparaître une contradiction algébrique. Mais, comme il ne s'agit pas de fonctions, les raisonnements contrefactuels ne sont plus valables et leur argumentation tombe. D'aucuns feront remarquer que rien n'empêche, en classique, de considérer des paramètres qui déterminent chaque particule du couple ainsi que son départ vers la gauche ou la droite (ce qui donnerait une théorie plus précise que la mécanique quantique) et donc d'arriver néanmoins à des contradictions. Mais, est-ce bien raisonnable d'accumuler davantage d'arguties ?

4 – En effet, à un système à deux états d'espace de Hilbert $\mathcal{H}$ on peut formellement associer un spin fictif. Dans le produit $\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2$, avec $\mathcal{H}_i = \mathcal{H}$, on trouve donc un ψ du type ψ_B et donc un phénomène de non-localité et une action à distance ! Plus généralement, l'article de Sheldon Goldstein : « Non locality without (sans) inequalities for (pour) almost all (presque tous) entangled states for two (deux) particles » (Phys. Rev. Vol. 72, N. 13, 28 March 1994), montre que le phénomène est général, ce qui d'ailleurs était intuitivement évident, et montre ainsi du doigt le problème de la signification du produit tensoriel dans une interprétation individuelle du ψ : il y aurait des actions à distance à profusion !

Dans le cadre de l'interprétation statistique du formalisme, le produit tensoriel a une raison formelle simple. Les états, dans le cadre statistique, sont les états statistiques η qui sont des fonctions essentiellement linéaires $\eta : \mathcal{A} \to \mathbf{R}_+$ définies sur l'algèbre des observables. Le nombre η (A) est la moyenne de l'observable A dans l'état η. La linéarité de η est d'ailleurs une caractéristique de la Mécanique Quantique. Pour un système composé de deux sous-systèmes S_1 et S_2, d'algèbres d'observables $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ respectivement, qui n'interagissent pas entre eux, à partir de deux états η_1 et η_2 on en définit un pour le système S combiné en posant d'abord :

$$\eta'(A_1,A_2) = \eta_1(A_1).\eta_2(A_2)$$

Cette définition traduit l'indépendance de S_1 et S_2, comme dans une théorie classique. À la fonction bilinéaire η' correspond alors une fonction linéaire η (un état) définie sur le produit tensoriel d'algèbres $\mathcal{A}_1 \otimes \mathcal{A}_2$ et vérifiant $\eta(A_1 \otimes A_2) = \eta_1(A_1).\ \eta_2(A_2)$. Le produit tensoriel d'observables a donc un statut clair dans l'interprétation statistique. Le « vecteur d'état » ψ par contre a un rôle secondaire : à chaque ψ est associé un état statistique, noté η_ψ défini par :

$$\eta_\psi = < \psi \mid A \mid \psi > \qquad (|\psi| = 1)$$

Le produit tensoriel entre vecteurs d'états s'introduit alors de la manière suivante : si $\mathcal{H}_1$ est un espace de Hilbert de représentation de $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{H}_2$ celui pour $\mathcal{A}_2$, alors $\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2$ en est un pour $\mathcal{A}_1 \otimes \mathcal{A}_2$ de sorte que $\eta_{\psi 1 \otimes \psi 2} = \eta_{\psi 1}.\ \eta_{\psi 2}.$

Un état du type η_ψ est pur, dans le sens qu'il ne peut pas être décomposé en une somme barycentrique d'autres états et un théorème, dû d'ailleurs à Von Neumann, dit que tout état η pur est, de façon unique de la forme η_ψ (ψ défini à un facteur scalaire près). En interprétation statistique, seuls les états statistiques sont signifiants, et il ne faut pas mélanger « états η » et « états ψ », car la décomposition barycentrique d'un état η en états purs $\eta_{\psi i}$, elle, n'est pas unique. Ce fait est bien connu des physiciens, mais souvent ignoré, consciemment ou non (voir à ce sujet l'article de J. L. Park : Nature of Quantum States, Am. J. of Phys. 1968, t. 36, p. 211).

Dans le cadre de l'interprétation individuelle, la signification du produit tensoriel $\varphi\otimes\psi$ est moins claire, surtout que son emploi s'est généralisé à des situations sujettes à caution. Il n'est pas légitime de parler de $\varphi\otimes\psi$ n'importe comment tout en faisant croire que cela découle des postulats généraux de la Mécanique Quantique (cf. la théorie de la décohérence). Un sérieux travail sur les fondements et la justification du produit tensoriel est nécessaire.

Pour conclure, je proposerai l'idée suivante pour donner un sens au produit tensoriel (idée bien sûr informelle) : son application à un système composé consiste à introduire, ou exprimer un principe (généralisé) de conservation, plus large qu'en physique classique, mais néanmoins de même nature. Cette position rend intuitif les faits observés et réintroduit un principe de localité <u>quantique</u> dans le problème considéré, contrairement à la tendance générale, à savoir : c'est ce qui s'est produit à la source, au moment où le système combiné était lié, qui détermine (au sens statistique) ce qui peut se produire ultérieurement.

Pour les questions de <u>vraie</u> non-localité en Mécanique Quantique, il y a de quoi faire avec l'interféromètre de Mach-Zender par exemple.

Malheureusement, en Mécanique Quantique, les mystères sont fascinants pour l'esprit spéculateur, et une idée prosaïque est rarement la bienvenue. Comme si les affaires n'étaient pas déjà assez compliquées sans mystères inutiles.

Jean Merker

24 janvier 2009