# Les lois du choc

**Analyse et présentation: Serge Cabala**.

## Seconde partie :
## De Descartes à Maupertuis.

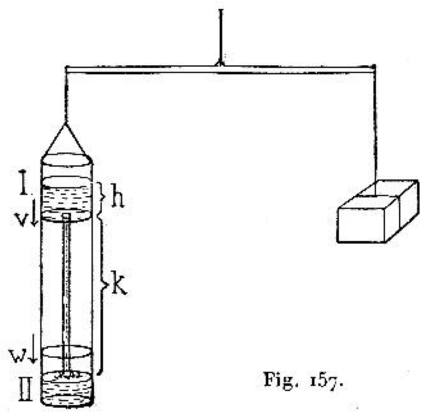
La communication du mouvement par le choc est un phénomène si fréquent qu'il aurait dû fixer de bonne heure l'attention des physiciens.
Descartes (1596-1650) est un des premiers qui ait soupçonné qu'il y avait là des lois à découvrir, ce qui a fait dire à Bernard Le Bovier de FONTENELLE (1657-1757) : « Il est presque honteux à la philosophie de s'être avisé si tard de s'en occuper. »

Traité de Physique par P.A. Daguin 1855

## **Section I** : jusqu'à Descartes

I) Les précurseurs.

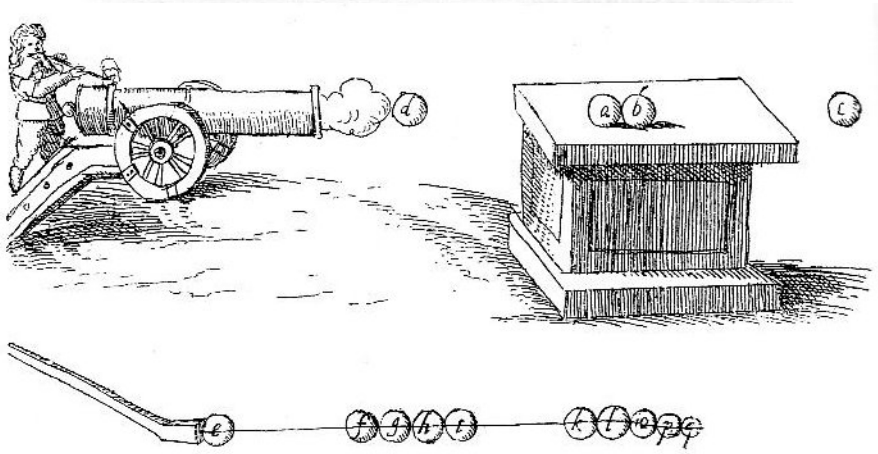
a) Galilée (1564-1642) tenta de trouver les lois du choc, il chercha à mesurer la « force d'un choc » en le comparant au poids d'un corps sur une balance.




Expérience de Galilée.
Figure extraite du livre de Mach « La Mécanique 1903 »

I est un vase rempli d'eau dont le fond est percé au centre, et que l'on maintient bouché au départ de l'expérience.
II est un vase vide suspendu au premier.
Le tout est suspendu à l'un des fléaux d'une balance que l'on équilibre par la suspension d'un poids à l'autre fléau.
Galilée pensait qu'une fois le trou débouché, et durant tout le temps d'écoulement du liquide, la balance pencherait du coté des vases, du fait de l'impact de la colonne d'eau dans le vase II.
Or, mis à part une instabilité brève, le temps que la colonne d'eau atteigne la vase II, la balance reste en équilibre, ce qui étonna fort Galilée et semble avoir mis fin à sa recherche des lois du choc.
Mariotte reprendra plus tard ce type d'expérience.

b) Jean Marc Marci de Cronland (1595-1677) publia à Prague en 1639 un traité intitulé « De proportione motus … » dans lequel il donne quelques lois sur les chocs, en particulier il écrit que deux corps égaux qui se choquent avec des vitesses égales rebondissent avec la même vitesse, et qu'un corps élastique qui choque un corps identique au repos perd toute sa vitesse et la communique à l'autre.

Gravure extraite de l'ouvrage de Marci « *De proportione motus* ».


DE PROPORTIONE MOTVS
seu
Regula sphygmica
Ad celeritatem et tarditatem pulsuum ex illius motu
ponderibus geometrice librato absq. errore metiendam
Authore
Ioanne Marco Marci Phil. et Medic. Doctore et
Professore eiusdem Medic. facultatis in
Pragensi Physico Reg. Boh.

II) René Descartes

Descartes, dans ses « Principes de Philosophie », publié en latin en 1644, puis traduit en français par l’abbé Picot en 1647, écrit ceci :

« Dieu par sa toute puissance, a créé la matière avec le mouvement et le repos de ses parties, et conserve maintenant en l’univers, par son concours ordinaire … , autant de mouvement et de repos qu’il y a mis en le créant. Lorsqu’une partie de la matière se meut deux fois plus vite qu’une autre et que cette autre est deux fois plus grande que la première, nous devons penser qu’il y a tout autant de mouvement dans la plus petite que dans la plus grande, et que, toutes fois que le mouvement d’une partie diminue, celui de quelque autre partie augmente à proportion. »

Plus loin, il énonce ce qui pour lui doivent être les lois du choc.

1. Si deux corps égaux se choquent avec des vitesses égales, ils se réfléchissent en arrière, chacun avec sa vitesse.
2. Si l’un des deux corps est plus grand que l’autre, et que les vitesses soient égales, le moindre seul sera réfléchi, et ils iront tous les deux du même côté avec la vitesse qu’ils avaient avant le choc.
3. Si deux corps égaux ayant des vitesses inégales viennent à se choquer, le plus lent sera entraîné de sorte que leur vitesse commune sera égale à la moitié de la somme de celle qu’ils avaient avant le choc.
4. Si l’un des deux corps est au repos et qu’un autre vienne le choquer, celui-ci se réfléchira sans lui emprunter aucun mouvement.
5. Si un corps au repos est choqué par un plus grand, il en sera entraîné et ils iront ensemble du même côté avec une vitesse qui sera à celle du corps choquant comme la masse de celui-ci à la somme des masse de l'un et de l'autre.
6. Si un corps C est en repos et qu’il soit choqué par un corps B qui lui est égal, B pousse C et, en même temps, C le fait rejaillir ; si B a une vitesse 4, il donne à C une vitesse 1 et il retourne en arrière avec la vitesse 3.

Explication de Descartes : « Car, étant nécessaire ou que B pousse C sans rejaillir et qu’ainsi il lui transfère deux degrés de son mouvement, ou bien qu’il rejaillisse sans le pousser et que, par conséquent ; il retienne ces deux degrés de vitesse avec les deux autres qui ne peuvent lui être ôtés, ou bien qu’il rejaillisse en retenant une partie de ces deux degrés et qu’il le pousse en lui transférant l’autre partie, **il est évident que**, puisqu’il sont égaux et ainsi qu’il n’y a pas plus de raison pourquoi il doive rejaillir que pousser C, ces deux effets doivent être également partagés, c’est à dire que B doit transférer à C l’un de ces deux degrés de vitesse et rejaillir avec l’autre.

7. Règle relative au choc de deux corps inégaux qui vont dans le même sens.

Ayant sans doute constaté que la plupart de ses règles ne sont pas conformes aux faits, Descartes écrit : « Il arrive souvent que l’expérience peut sembler d’abord répugner aux règles que je viens d’expliquer, mais la raison est évidente, car elles présupposent que les deux corps B et C sont parfaitement durs et tellement séparés de tous les autres qu’il n’y en a aucun autour d’eux qui puisse aider ou empêcher leur mouvement et nous n’en voyons point de tels en ce monde. »
Descartes ignore ici l’expérience car il croit que la certitude réside dans la pensée seule.

# Section II

## Le concours de la Société Royale de Londres

En 1668 la Société Royale met au concours les lois du choc des corps.

Le 26 novembre 1668 elle reçoit la solution de John Wallis, l’un de ses membres. Il n’y traite que le cas de corps mous (parfaitement durs).

Le 17 décembre 1668 elle enregistre celle de Christopher Wren, un autre de ses membres. Les corps de Wren sont parfaitement élastiques.

Le 4 janvier 1669, les formules de Christian Huyghens parviennent à la Société Royale. Le travail ne porte que sur les corps parfaitement élastiques, comme celui de Wren. (Huygnens appelle ses corps parfaitement durs.)

Seules les solutions de Wallis et Wren seront publiées par la Société Royale dans ses Philosophical Transactions le 11 janvier 1669
Les formules de Huyghens seront publiées le 18 mars 1669 par le Journal des Savants.

Dans les papiers présentés, la nature des corps (élastiques ou mous) n’est pas claire, d’où des désaccords que les auteurs n’ont pas tout d’abord compris.
On trouve dans une lettre de Huyghens, datée du 29 mai 1669 : « Je ne sais si M. Wallis aura pu réduire ses règles au même sens que des nôtres (Wren et Huyghens) car je ne vois pas beaucoup de rapport. »

I ) John Wallis (1616-1703)

Connu dans le domaine mathématique, il occupa jusqu'à sa mort la chaire de mathématiques à l'université d'Oxford, il introduisit l'emploi systématique des exposants négatifs et fractionnaires, exprima 4/pi sous la forme d'un produit infini, étudia la fonction logarithme en tant que réciproque de l'exponentielle, et employa le symbole ,$\infty$, pour noter l'infini.

Formule de Wallis en mathématiques.

$$\frac{2^2 4^2 6^2 .....................(2n)^2}{1^2 3^2 5^5 ....(2n-1)^2 (2n+1)} < \frac{\pi}{2} < \frac{2^2 4^2 6^2 ......(2(n-1))^2 2n}{1^2 3^2 5^5 .............(2n-1)^2}$$

L'ensemble de l'œuvre mécanique de Wallis fut publiée à Londres par ses soins, entre 1669 et 1671, dans son traité en 3 volumes « Mechanica, sive de Motu ».

Dans son mémoire du 26 novembre 1668, Wallis rappelle les principes de sa propre mécanique, qui selon René Dugas « sont une curieuse mixture de dynamique scolastique et de statique au sens de Stevin ou de Descartes. »

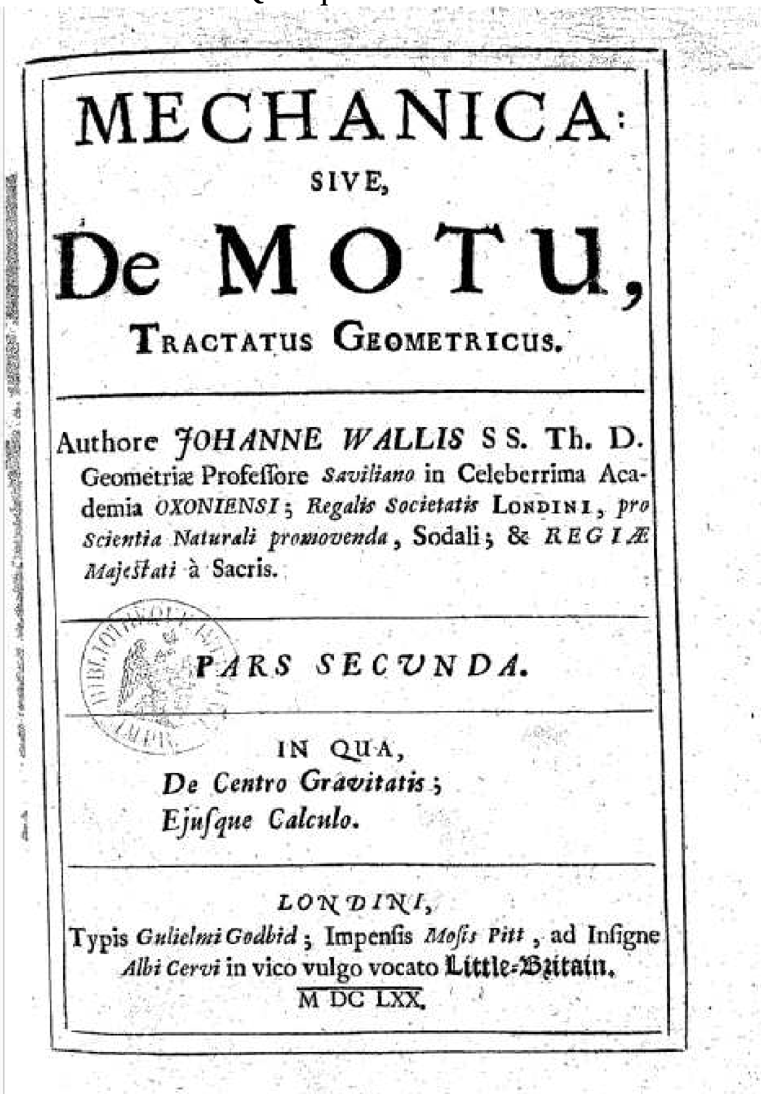
Pour Wallis, si la force V meut le poids P dans le temps T suivant la longueur L, une force mV mouvra le poids mP dans le temps nT suivant la longueur nL, en sorte que le rapport VT/PL demeurera constant.
Il écrit encore, si la force V meut le poids P avec la vitesse C, la force mV mouvra le poids P avec la vitesse mC ou le poids mP avec la vitesse C.

De ses principes, Wallis déduit la loi du choc des corps durs. Pour Wallis dur signifie dépourvu d'élasticité. (Corps mous.)
Remarque : Wallis ne distingue pas le poids de la masse (masse appelée grandeur du corps par huyghens et Wren), mais il a soins d'orienter les quantités de mouvement avant de les sommer.

Dans son traité « Mechanica, sive de Motu », Wallis intègre les résultats de Wren et Huyghens.

Il y définit trois sortes de corps, les mous, les durs et les élastiques, mais ne distingue pas, dans ses propositions, les durs des mous.

Quelques extraits :



MECHANICA:
SIVE,
De MOTU,
TRACTATUS GEOMETRICUS.

Authore JOHANNE WALLIS SS. Th. D.
Geometriæ Professore *Saviliano* in Celeberrima Academia *OXONIENSI*; *Regalis Societatis* LONDINI, *pro Scientia Naturali promovenda*, Sodali; & *REGIÆ Majestati* à Sacris.

*PARS SECUNDA.*

IN QUA,
*De Centro Gravitatis*;
*Ejusque Calculo.*

*LONDINI*,
Typis *Gulielmi Godbid*; Impensis *Mosis Pitt*, ad Insigne *Albi Cervi* in vico vulgo vocato Little-Britain.
M DC LXX.

Chapitre XI. Du choc.

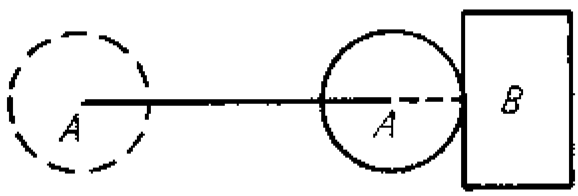
*Proposition I.* Soit un corps grave en mouvement . Considérons-le comme **parfaitement dur**. Imaginons qu'il choque directement un obstacle ferme, qui soit aussi **parfaitement dur**. Si la force correspondant au mouvement du corps est moindre qu'a l'obstacle pour résister au mouvement et même si ces deux forces sont égales, le corps s'arrêtera . …..

Remarque : J'appelle parfaitement dur un corps qui ne cède en rien au choc, qui n'est ni mou ni élastique.
Un corps mou est un corps qui cède au choc de façon à perdre sa figure primitive, comme la glaise, la cire, le plomb…Pour ces corps une partie des forces est employée à les déformer; la totalité n'en est pas dépensée sur l'obstacle. Il faut tenir compte à part de cette partie.
J'appelle élastique un corps qui cède de quelque façon au choc, mais qui reprend de lui-même sa forme primitive. Ainsi sont les ressorts d'acier, de bois…

*Proposition II.* Si un grave en mouvement choque directement un grave au repos, celui-ci étant tel qu'il n'est mû ou empêché de se mouvoir par aucune autre cause, les deux corps iront ensemble après le choc avec une vitesse que donne le calcul suivant :
Divisez par le poids des deux corps le moment fourni par le produit du poids et de la vitesse du grave en mouvement. Vous aurez la vitesse après le choc ……

*Proposition III.* Si un grave choque directement un second grave se mouvant moins vite que lui sur la même droite, après le choc la vitesse des deux corps sera la même et donnée par la règle suivante :
Divisez la somme des moments par la somme des poids. Vous aurez la vitesse après le choc.

***Explication de Wallis :***
*« En effet, soit un grave A, en mouvement le long de la droite AA passant par sont centre de gravité et aussi par celui du corps au repos B (car nous exigeons aussi cette dernière condition pour dire que le choc est direct).*




*Soient mP et rC le poids et la vitesse de A. Le moment ou force poussante (vis impellens) sera mrPC. Soit nP le poids du corps B ; sa vitesse est nulle. Le poids des deux corps est mP+nP. Le mouvement après le choc se fera avec la même vitesse pour les deux corps. En effet B ne peut aller plus lentement que A, puisque A le suit ; il ne peut non plus aller plus vite, car on suppose qu'il n'y a pas d'autre cause de mouvement que celle qui vient de la poussée de A (s'il y a une cause qui le pousse plus vite comme la force élastique, le problème est d'un autre ordre ; il est traité en un autre endroit). Puis donc qu'un poids mP+nP est mû par une force mrPC, la vitesse est* $\frac{m}{m+n}rC$ *, quotient du moment mrPC par le poids mP+nP. »*

*Proposition IV.* Si deux graves, animés de mouvements contraires suivant la même droite, se choquent directement, ils auront après le choc la même vitesse. La valeur de cette vitesse et son sens sont donnés par la règle suivante :
Divisez la différence des moments (parce que les mouvements sont contraires) par la somme des poids ; vous aurez la vitesse commune après le choc. Elle sera dirigée du coté où tendait la force prépondérante…

*Proposition V.* La grandeur du choc est égale au double de la diminution subie par le plus fort moment dans un choc direct.
Considérons comme choquant le corps qui a le plus fort moment , comme choqué l'autre. Le corps choqué reçoit autant de moment que le corps choquant en perd… Ces moments gagnés ou perdus sont tous deux l'effet du choc; le choc est donc égal à leur somme, c'est à dire au double de la diminution subie par le plus grand moment.

Remarque, la force du choc est selon Wallis: $2\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}\left|v_1-v_2\right|$

Chapitre XIII.
Du ressort et du rebondissement.

*Définitions.*

J'appelle force élastique (vis elastica) celle avec laquelle un corps, dont la forme a été modifiée de force, tend à revenir à la forme primitive.

J'appelle ressort un corps ou une partie de corps doué de cette force.

………………………..

*Proposition I.*
Si un grave choque directement un obstacle, et si les deux corps (ou seulement un d'entre eux) sont élastiques, le grave rebondira avec une vitesse égale à celle qu'il avait avant le choc et suivant la même droite………………

*Proposition II.*
Si deux grave égaux, animés de vitesses égales en sens inverses, se choquent directement, et si tous les deux (ou simplement un seul) sont des corps élastiques ; ou encore si les graves sont inégaux et animés de vitesses inversement proportionnelles aux poids (de sorte que les moments soient égaux) ; chaque corps rebondira avec la vitesse qu'il avait avant le choc, et suivant la même droite….

## I I) Christopher Wren (1632-1723)

Il fut professeur de mathématiques au Gresham College de Londres, puis à l'université d'Oxford, mais Il est beaucoup plus connu comme architecte des édifices royaux. De 1668 à 1718 il prit part à l'exécution de plus de 60 édifices publics, dont la célèbre église Saint-Paul, bâtie entre 1676 et 1710.
Il a écrit un grand nombre de mémoires sur la physique, les mathématiques , la mécanique et l'art de construire etc. qui parurent dans les Transactions Philosophiques, ou qui furent publiés par Wallis et par d'autres. Il n'en a pas édité un seul lui-même.

La traduction de la note de Wren, publiée dans les *Philosophical Transactions*, se trouve dans le livre d'Emile Jouguet : *Lectures de Mécanique*, publié la première fois vers 1904. Jouguet  était Inspecteur Général des mines ainsi que professeur à l'école des Mines et à Polythecnique.

## § 2. — Wren et la balance.

Voici la Note même que Wren (1632-1723) a présentée au concours à la Société Royale et qui a été publiée dans les *Philosophical Transactions* (nº 43, 11 janvier 1668). Elle concerne uniquement les corps parfaitement élastiques et est écrite en latin.

### LOI DE LA NATURE CONCERNANT LE CHOC DES CORPS.

Les vitesses propres et les plus naturelles des corps sont inversement proportionnelles aux corps.

LOI DE LA NATURE. — *C'est pourquoi deux corps* R *et* S, *animés de leurs vitesses propres, les conservent après le choc.*

*Et deux corps* R *et* S, *animés de vitesses qui ne sont pas leurs vitesses propres, sont ramenés à l'équilibre par le choc. Voici ce que cela signifie : avant le choc, la vitesse de* R *dépasse sa vitesse propre d'une certaine quantité; celle de* S *est inférieure à la sienne de la même quantité; par le choc, cette quantité est ajoutée à la vitesse propre de* S *et retranchée de celle de* R (151).

Donc le choc de deux corps animés de leurs vitesses propres équivaut (*æquipollet*) à une balance oscillant sur son centre de gravité.

Et le choc de deux corps animés de vitesses qui ne sont pas leurs vitesses propres équivaut à une balance réciproque posée sur deux centres également distants du centre de gravité : le fléau de la balance est tracé où il est besoin. [*Et collisio* (152) *corporum improprias velocitates habentium æquipollet libræ reciprocanti super bina centra æqualiter huic inde a centro gravitatis distantia; libræ vero jugum ubi opus est producitur* (153).]

---

(151) J'ai traduit ce passage en le développant un peu, le texte latin ne me paraissant pas très clair.

(152) Je donne ici le texte latin, qui me paraît assez obscur.

(153) Qu'entend au juste Wren quand il dit que le choc des corps *équivaut à une balance?* c'est assez obscur. Voici ce que j'ai compris.

Qu'on se reporte aux figures tracées un peu plus loin par Wren pour résumer ses règles. Qu'on examine notamment la première de celles qui se rapportent au

Par conséquent, il y a trois cas pour le choc des corps égaux animés de vitesses qui ne sont pas leurs vitesses propres.

Pour le choc des corps inégaux animés, soit dans le même sens soit en sens inverse, de vitesses qui ne sont pas leurs vitesses propres, il y en a 10, les 5 derniers se déduisant des 5 premiers par renversement.

Soient R, S deux corps égaux, ou bien R le corps le plus grand, S le plus petit; *a* le centre de gravité ou couteau de la balance; Z la somme des vitesses des deux corps ([154]).

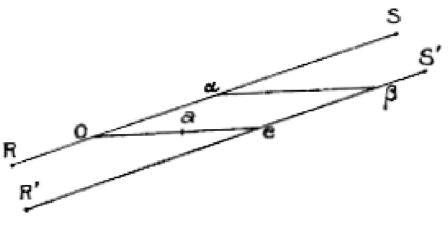
---

choc de deux corps inégaux, c'est-à-dire celle qui convient quand les corps ont leurs vitesses propres. R*a* représente la vitesse du corps R, S*a* celle du corps S, et les corps R et S sont dans le rapport de S*a* à R*a*. La même figure pourrait représenter une balance dont le couteau serait en *a* et qui serait en équilibre avec les poids R et S placés aux extrémités du fléau RS.

Mais il y a certainement, dans l'esprit de Wren quand il fait le rapprochement entre le choc des corps et la balance, autre chose que cette simple analogie d'un dessin. Évidemment, Wren remarque que, dans la balance en équilibre, il y a égalité entre les produits des poids par ce que nous appelons aujourd'hui les *vitesses virtuelles*, comme, dans le choc des corps animés de leurs vitesses propres, il y a égalité entre les produits des poids par les vitesses de choc. Sa pensée est certainement bien exprimée par ce que dit Mariotte dans le passage signalé par la note 147.

Pour les cas où les corps n'ont pas leurs vitesses propres, voici, à ce que je crois, le problème de Statique que Wren fait correspondre au problème de choc. Considérons deux fléaux de balance, exactement superposés dans la position

Fig. 64.




horizontale, l'un R*o*S ayant son couteau en *o*, l'autre R'*e*S' égal au précédent, mais ayant son couteau en *e* (dans la figure 64, j'ai légèrement incliné ces deux fléaux pour qu'on ne les confonde pas). Ces deux fléaux sont réunis par une tringle αβ, articulée en α et β, qui assure leur parallélisme. En R et R' sont deux poids égaux au poids choquant, en S et S' deux poids égaux au poids choqué. Si l'on considère la position où les fléaux sont confondus suivant la même horizontale *oae*, les vitesses virtuelles des poids R et S sont proportionnelles aux vitesses des corps avant le choc, celles des poids R' et S' le sont aux vitesses après le choc. La balance est alors en équilibre, en vertu de la relation supposée entre les poids et les vitesses.

([154]) Z est la *vitesse relative* des deux corps. Nous dirions plutôt aujourd'hui, en prenant pour toutes les vitesses la même direction positive, que Z est la *différence* des vitesses. Sur les figures ci-après Z est représentée par la longueur RS.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| R*e* | vitesse | R | avant le choc | | S*o* | vitesse | S | avant le c |
| S*e* | du corps | S | donnée | ou | R*o* | du corps | R | donnée |
| *o*R | vitesse | R | après le choc | bien | *e*S | vitesse | S | après le ch |
| *o*S | du corps | S | cherchée | | *e*R | du corps | R | cherché |

Règle R*e*, S*e* donnent *o*R, *o*S
» R*o*, S*o* » *e*S, *e*R.

Fig. 65.

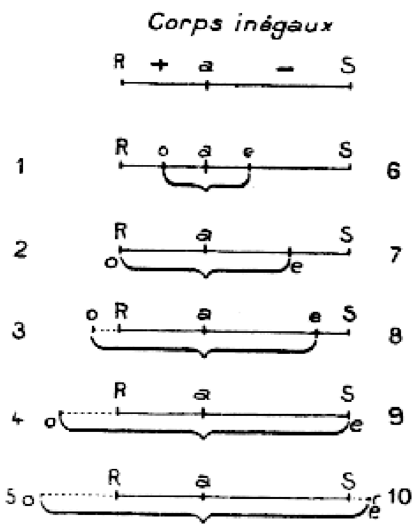
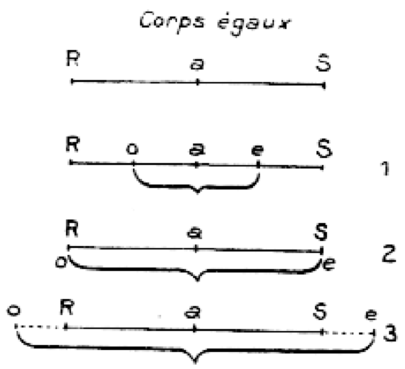



Fig. 66.




Lisez, bien qu'elles soient dissociées, les syllabes R*e*, S*e*, *o*R, *o*S, ou R*o*, S*o*, *e*S, *e*R sur la ligne qui correspond à chaque cas. Une syllabe écrite de droite à gauche indique un mouvement contraire à celui qui est indiqué par une syllabe écrite de gauche à droite. Une syllabe non dissociée indique le repos du corps.

*Calcul :*

$R + S : S :: Z : Ra \qquad Re - 2Ra = oR \qquad So - 2Sa = eS$

$R + S : R :: Z : Sa \qquad 2Sa \pm Se = oS \qquad 2Ra \pm Ro = oR$

Extrait de *Lectures de Mécanique* d'Emile Jouguet

Question :

Peut-on avec le début de la note de Wren, trouver par le calcul, les lois du choc ?

Les vitesses propres et les plus naturelles des corps sont inversement proportionnelles aux corps.

LOI DE LA NATURE. — *C'est pourquoi deux corps* R *et* S, *animés de leurs vitesses propres, les conservent après le choc.*

*Et deux corps* R *et* S, *animés de vitesses qui ne sont pas leurs vitesses propres, sont ramenés à l'équilibre par le choc. Voici ce que cela signifie : avant le choc, la vitesse de* R *dépasse sa vitesse propre d'une certaine quantité; celle de* S *est inférieure à la sienne de la même quantité; par le choc, cette quantité est ajoutée à la vitesse propre de* S *et retranchée de celle de* R (151).

## Voici ce que je propose.

Soient deux corps $M_1$ et $M_2$ de masses respectives $m_1$ et $m_2$.
Si les vitesses propres sont inversement proportionnelles aux corps, lors de l'étude du choc, c'est qu'il existe une constante k telle que $\frac{k}{m_1}$ et $\frac{k}{m_2}$ soient les vitesse propres respectives des deux corps.
Pour Wren, les vitesses n'étant pas signées, il faut rétablir le signe lorsque c'est nécessaire.

Ici prenons : $v_1 \geq 0$ et $v_2 \leq 0$ avant le choc, et après le choc $v'_1 \leq 0$ et $v'_2 \geq 0$

La première partie de LOI DE LA NATURE signifie que si $v_1 = \frac{k}{m_1}$ et $v_2 = -\frac{k}{m_2}$, alors $v'_1 = -v_1$ et $v'_2 = -v_2$. (En effet, on a $m_1v_1 + m_2v_2 = 0$ donc $v'_1 = -v_1$ et $v'_2 = -v_2$.)
La seconde partie de LOI DE LA NATURE parle de ce que R a en trop sur sa vitesse propre.
Ce que R a en trop est : $v_1 - \frac{k}{m_1}$ . Ce qui manque à S est : $\frac{k}{m_2} - (-v_2)$

$v_2$ étant négatif, on met moins devant car pour Wren les vitesses sont toujours prises sans signe.

On a donc : $v_1 - \frac{k}{m_1} = \frac{k}{m_2} - (-v_2)$ On trouve : $v_1 - v_2 = k(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2})$ soit $k = \frac{m_1m_2(v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$

( Remarque : $v_1 - \frac{k}{m_1} = v_G = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$ )

De la vitesse propre de R on retranche l'excès $v_1 - \frac{k}{m_1}$.

On a donc en tenant compte que $v'_1 \leq 0$

$-v'_1 = \frac{k}{m_1} - (v_1 - \frac{k}{m_1}) = \frac{2\,k}{m_1} - v_1 = -\frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}$ ce qui est la bonne formule.

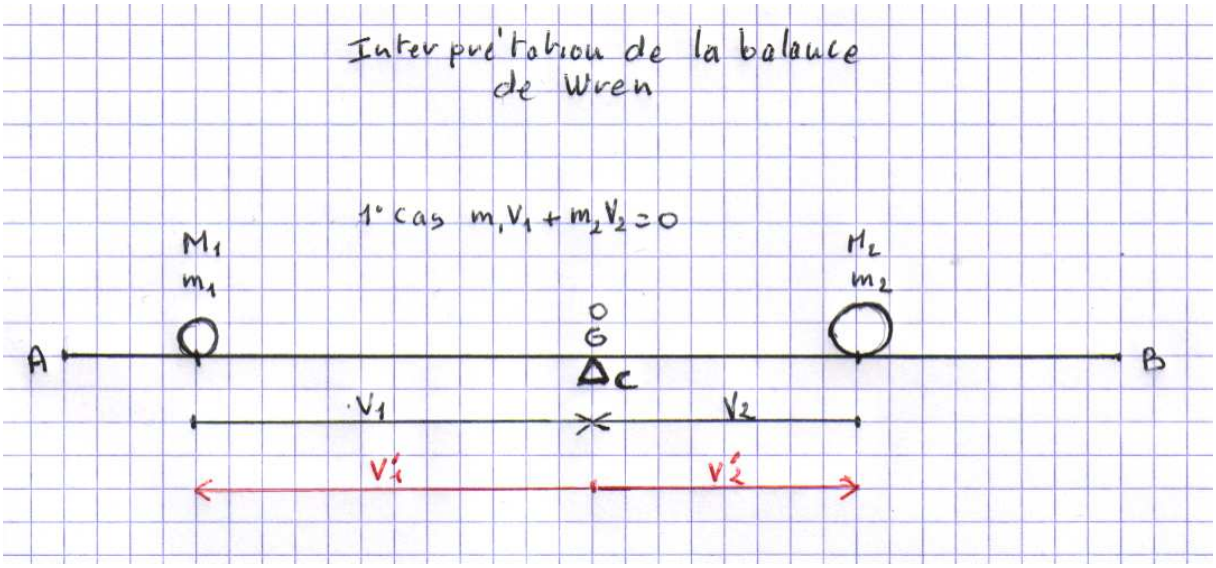
Pour obtenir $v'_2$ , à la vitesse propre de S on ajoute ce que R a en trop.

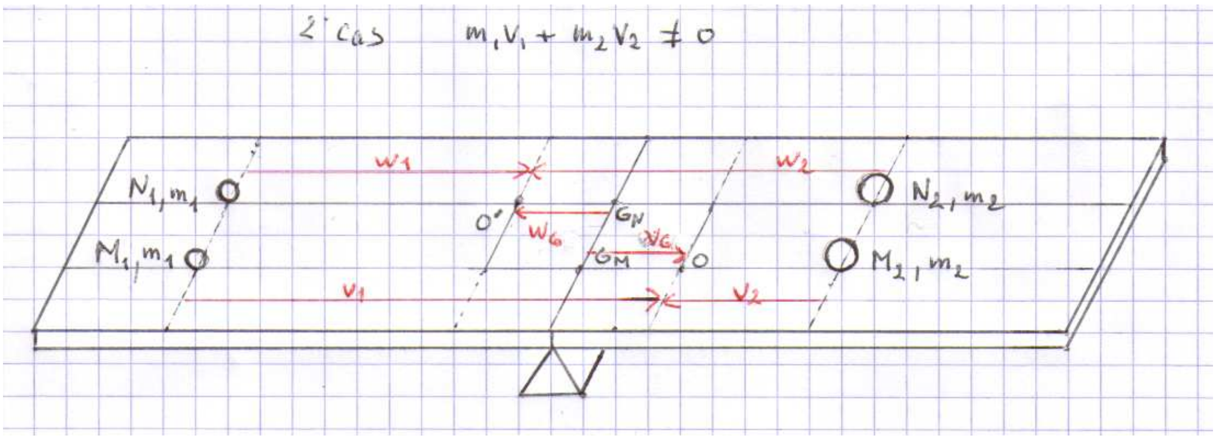
On a donc : $v'_2 = \frac{k}{m_2} + (v_1 - \frac{k}{m_1}) = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$ ce qui est encore la bonne réponse.

Wallis utilise les quantités de mouvement tandis que Wren s’en démarque en introduisant les vitesses propres.
La présentation de Huygens cherche aussi à se distinguer des deux précédentes.

## Mon interprétation de la balance de Wren.

Wren ayant fait de très nombreuses expériences desquelles il à tiré ses lois, a certainement du en faire sur une balance faite d’une planche posée en son milieu sur un couteau.
Il me semble plutôt que son histoire de balance vient de là.




Les mobiles $M_1, N_1$ on même masse $m_1$ et pour vitesses respectives avant le choc $v_1, w_1$
De même $M_2, N_2$ ont même masse $m_2$ et pour vitesses respectives $v_2, w_2$ avant le choc.
Les vitesses après le choc sont celles accentuées par rapport à celles avant le choc.
Dans ce second cas, on prend $w_1 = -v'_1$ et $w_2 = -v'_2$, ce qui donne $w'_1 = -v_1$ et $w'_2 = -v_2$.
La quantité totale de mouvement des 4 corps reste toujours nulle.
D’autre dispositions sont possibles, pourvu que $m_1v_1 + m_2v_2 = -(m_1w_1 + m_2w_2)$ et qu’au départ le centre de gravité du système total soit sur le couteau.

## III) Huyghens (1629-1695) .

Huyghens ne s'occupe que des corps parfaitement durs.
(Les durs de Huyghens sont parfaitement élastiques, ceux de Wallis mous.)

Dans son étude du choc, Huyghens utilise le fait que sur un bateau en mouvement rectiligne uniforme les chocs se passent comme sur la terre ferme.

Dans son envoi du 4 janvier 1669, Huyghens ne précise bien sa méthode que pour des corps de masses égales. Pour des masses inégales il part de l'hypothèse que lorsque qu'elles sont inversement proportionnelles aux vitesses, les corps après le choc, repartent avec des vitesses opposées. Ce qu'avait déjà énoncé Wren, et comme il ne donne ensuite que des résultats déjà donnés par Wren, il semble que la Société Royale n'ai pas jugé bon de le publier.

Par la suite, Huyghens s'est astreint à démonter son hypothèse à partir d'une autre qui lui paraissait plus évidente (mais qui ne l'est pas vraiment comme on le verra).
Hughens, dans sa lettre de mars 1669, adressée au Journal de Savants, où ses lois du choc furent publiés sans démonstration le 18 mars 1669, dit qu'il les connaissait depuis 16 ans, donc depuis 1653.
Dans ce même journal, Huyghens publie toujours en 1669, un complément dans lequel il montre que le choc laisse inchangé la vitesse du centre de gravité, et laisse inchangé la somme des produits des masses par le carré des vitesses (dans le choc des corps parfaitement élastiques).
Huyghens, qui est le premier à avoir vu que la somme des *forces vives* est la même avant et après le choc, n'est pas l'inventeur de cette appellation, elle est attribuée à Leibniz.
Huyghens est souvent considéré comme l'inventeur des *forces vives.*

### Le traité de Huyghens
### *De motu corporum ex precussione*
(Paru la première fois en 1700)

**Hypothèses :**

I. Un corps quelconque en mouvement , s'il ne rencontre aucun obstacle, tend à se mouvoir indéfiniment avec la même vitesse et en ligne droite.

II. Quelque soit la cause pour laquelle deux **corps durs** rebondissent quand il se choquent, nous faisons l'hypothèse suivante : si les deux corps sont égaux, si leurs vitesses sont égales, si ces vitesses sont de sens inverses, et si les deux corps se choquent directement, chacun rebondit avec une vitesse égale à celle qu'il avait avant le choc.

III. (Hypothèse du bateau) …… Nous disons que les deux corps rebondiront avec des vitesses égales par rapport au navire, exactement comme si l'on produisait le choc dans le navire au repos ou sur la terre ferme. …….

IV. Si un corps vient choquer un autre corps plus petit et en repos, il lui communique un certain mouvement et perd une partie du sien.

V. Soient deux **corps durs** venant se choquer; s'il arrive qu'après le choc l'un des deux conserve tout le mouvement qu'il avait avant, le mouvement de l'autre n'est ni non plus ni augmenté ni diminué.

*On remarque ici qu'au lieu de prendre comme hypothèse* $m_1v_1 + m_2v_2 = 0$ *entraîne* $v'_1 = -v_1$ *et* $v'_2 = -v_2$*, comme il l'avait fait dans sa note à la Société Royale, il la remplace par : si* $v'_1 = -v_1$ *alors* $v'_2 = -v_2$*, qui n'est pas plus évidente.*

**On notera que, dans ses hypothèses, Huyghens ne fait ni intervenir la notion de quantité de mouvement, ni le principe de sa conservation.**

**Propositions** (déductions) :

1.Si un corps étant en repos, si un corps égal vient le choquer, après le choc le second corps sera en repos et le premier aura acquis la vitesse qu'avait le second avant le choc .

*L'explication se fait à l'aide du bateau et de l'hypothèse II.*


Gravure extraite de l'ouvrage de Huyghens « *De percussione* ».

2.si deux corps égaux, animés de vitesses inégales, viennent à se choquer, ils échangent leurs vitesses dans le choc.

*L'explication se fait encore à l'aide du bateau et de l'hypothèse II.*

3.Un corps aussi grand qu'on veut, s'il est choqué par un corps si petit qu'il soit animé d'une vitesse quelconque, est mis en mouvement par le choc.

*L'explication se fait toujours à l'aide du bateau et de l'hypothèse IV.*

4.Toutes les fois que deux corps se choquent, leur vitesse relative est la même après le choc, quand ils s'éloignent, et avant le choc, quand il se rapprochent.

*L'explication se fait à l'aide du bateau et de l'hypothèse V.*

Preuve sous forme moderne:

Soit $u = \frac{v_1 + v'_1}{2}$. Dans le bateau à vitesse u les vitesses sont :

$v_1 - u$ et $v_2 - u$ avant le choc ; $v'_1 - u$ et $v'_2 - u$ après le choc.

D'après le choix de $u$ on a : $v'_1 - u = -(v_1 - u)$. Donc d'après l'hypothèse V de Huyghens, on a aussi $v'_2 - u = -(v_2 - u)$ puis en soustrayant membre à membre ces deux dernières égalités, on trouve $v'_2 - v'_1 = v_1 - v_2$.

Fin de la preuve.

…………………………….

6.Quand deux corps viennent se choquer, la quantité de mouvement de l'ensemble ne se conserve pas toujours après le choc égales à ce qu'elle était avant ; elle peut augmenter ou diminuer.

*Il s'agit de la quantité de mouvement au sens de Descartes.*

…………………………….

8. Si deux corps, se déplacent en sens inverse, viennent se choquer avec des vitesses en raison inverse de leurs grandeurs, chacun rebondit avec la même vitesse qu'il avait avant le choc.

*Pour le prouver, Huyghens, utilise la proposition 4. , et le fait que si les vitesses des corps ont été données en les faisant tomber de certaines hauteurs, après le choc, si l'on fait remonter les corps avec des vitesses verticales égales à celles après le choc, le centre commun de gravité ne peut pas remonter plus haut que de sa position de départ.*
*Cela revient à constater que la force vive est la même avant et après le choc, qui associée à la conservation de la vitesse relative, donne les vitesses après le choc.*

Je mets la démonstration de huyghens sous forme moderne.

Soit $h$ la hauteur de chute du centre commun de gravité des deux corps.
Soit $h'$ la hauteur à laquelle il remonte après le choc.

On a : $2\ m\ g\ h = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2$ et $2\ m\ g\ h' = m_1 v'^2_1 + m_2 v'^2_2$

On soustrait membre à membre et on trouve : $2\ m\ g\ (h' - h) = m_1 (v'^2_1 - v_1^2) + m_2 (v'^2_2 - v_2^2)$

Puis en utilisant la condition $m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$ et le fait que $v'_2 - v'_1 = v_1 - v_2$, on trouve que $2\ m\ g\ (h' - h) = (m_1 + m_2)(v'_1 + v_1)^2$.

Donc si $v'_1 + v_1 \neq 0$ on a $h' > h$ ce qui est impossible.

On a finalement $v'_1 = -v_1$ *et* $v'_2 = -v_2$.

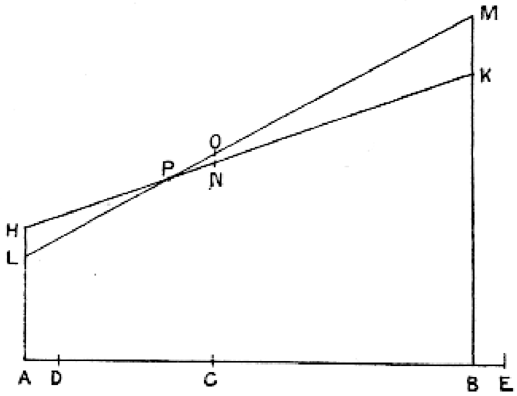
Fin de démonstration.

Voici un extrait de la démonstration d'Huyghens.

*Proposition VIII.* — Si deux corps, se déplaçant en sens inverse, viennent se choquer avec des vitesses en raison inverse de leurs grandeurs, chacun rebondit avec la même vitesse qu'il avait avant le choc.

Soient deux corps venant à la rencontre l'un de l'autre A et B, le premier étant le plus grand. La vitesse BC du corps B est à la vitesse AC du corps A dans le même rapport que la grandeur A à

Fig. 70.




la grandeur B. Nous voulons montrer que, après le choc, chaque corps retournera avec la vitesse qu'il avait avant, savoir A avec la vitesse CA, B avec la vitesse CB. Il est certain, d'ailleurs, que, si A est réfléchi avec la vitesse CA, B le sera avec la vitesse CB, sans quoi la vitesse relative des deux corps ne serait pas la même quand ils s'approchent et quand ils s'éloignent (prop. IV). Supposons donc que le corps A ne soit pas réfléchi avec la vitesse CA; et admettons d'abord qu'il le soit, si c'est possible, avec une vitesse moindre CD. B rebondira alors avec une vitesse CE, supérieure à sa vitesse avant le choc, de manière que DE soit égal à AB (prop. IV). Imaginons que le corps A ait acquis sa première vitesse AC, dont il était animé avant le choc, en tombant d'une hauteur HA et que, après être descendu en A, il ait changé son mouvement vertical en mouvement horizontal de vitesse AC; imaginons aussi que le corps B ait acquis de même sa vitesse BC en tombant d'une hauteur KB. Ces hauteurs sont en raison doublée des vitesses, c'est-à-dire que HA est à KB comme le carré de AC au carré de CB. Que si, ensuite, après le choc, les corps A et B changent leurs mouvements horizontaux, dont les vitesses sont mesurées par CD et CE, en mouvements verticaux vers le haut, on sait que A parviendra à une hauteur AL qui sera à AH comme le carré de CD au carré de CA.... et que B.... parviendra à une hauteur BM qui sera à KB comme le carré de CE est au carré de CB. Joignons HK, LM qui se coupent nécessairement au point P et divisons ces deux droites par les points N et O de manière que HN soit à NK et LO à OM comme la grandeur B à A. Lorsque le centre de gravité de A est en H et celui de B en K, leur centre de gravité commun est N. Mais après que H et K sont tombés et que, après le choc, ils se sont relevés jusqu'en L et M, leur centre de gravité commun est en O. Or, cela est impossible, car nous montrerons bientôt que O est plus élevé que N, et c'est un axiome très certain de Mécanique que, dans le mouvement des corps provenant de leur gravité, leur centre commun de gravité ne peut s'élever (163).

etc.

(Extrait du livre d'Emile Jouguet : Lectures de mécanique)

Avec la proposition 8 et en utilisant le bateau, Huyghens trouve les vitesses après le choc dans les autres cas, comme on l'a vu dans la partie I.

# Section III
# Après le concours de la Société Royale.

I) Abbé Edme Mariotte (1620 Dijon ; 1684 Paris).

Etablissement de l'Académie des Sciences et fondation de l'observatoire. 1666

Détail.  Mariotte est à gauche


Huyghens à trouver sur l'image de gauche.

Mariotte est le sixième à partir de la droite,
puis viennent Jean-Dominique Cassini et Huygens, mais les identités ne sont pas certaines.
On ne connaît pas d'autre portrait de Mariotte.

Dans son *Traité de la percussion ou choc des corps (1673),* Mariotte reprend les résultats des précédents (Wallis, Wren, Huyghens).
Sa démarche est très expérimentale, ce qui en fait son originalité.
Il écrit que les résultats qu'il trouve sont confirmés par plusieurs grands géomètres sans jamais les citer ; son traité ne contient que le nom de Galilée.
Il renonce aux corps durs, et ne retient que les *corps flexibles sans ressort* et les *corps flexibles à ressort*.

Pour ses expériences, il utilise les pendules, et explique longuement comment les disposer et comment les utiliser.

Pour avoir la vitesse, il emploie le sinus verse pour calculer la hauteur de chute en fonction de l'arc initial, et constate que pour un petit arc, la vitesse du pendule au bas de sa trajectoire, est proportionnelle ou presque à cet arc, lorsque le pendule est lâché sans vitesses initiale.( $\mathrm{sinverse}(\alpha) = 1 - \cos(\alpha)$ )

Il sait que le temps de descente d'un pendule dépend de l'arc de départ, mais que si cet arc n'est pas trop grand (inférieur à 15 ou 20 degrés), ce temps est presque indépendant de l'arc.

Il précise que la résistance de l'air fausse aussi un peu les résultats.

Mariotte nous assure, que son appareil, bien qu'imparfait, permet de vérifier correctement les lois du choc.

Mariotte distingue la masse du poids, mais l'appelle toujours poids.

Il explique comment l'aplatissement des corps rend les vitesses égales dans le choc sans ressort.

Il explique longuement l'effet du ressort dans le choc élastique en le comparant à la corde d'un arc.

Il affirme que le ressort comprimé distribue les vitesses dans le rapport inverse des masses.
Que le ressort parfait double ainsi l'effet du choc.

Il utilise le principe du bateau (dans un bateau à vitesse constante, ou sur la terre ferme, les chocs vérifient les mêmes lois) , pour expliquer les lois du choc oblique, mais il les explique aussi autrement.

Il mesure la force que produit un jet d'air ou d'eau à l'aide d'une balance.

Toutes ses explications des lois du choc sont convaincantes.
Son *Traité* eut un très grand succès et fut rééditer plusieurs fois.
Il inspira de nombreux expérimentateurs dont Newton qui le cite dans ses Principia sous la dénomination de *célèbre Mariotte*.

Huyghens en a conçu quelque ombrage. Il a écrit aux environs de 1689 :
Mariotte a tout pris de moy,…..,la machine, l'expérience du ressort des boules de verre, l'expérience d'une ou plusieurs boules poussées ensemble contre une rangée de boules pareilles, les théorèmes que j'avais publiés. Il devrait avoir fait mention de moy. Je luy dit un jour, il ne sceut que répondre…
….en quoi Mr Oldenburgh ne m'avait pas rendu justice comme il faloit, et moins encore Mr Wallis.

Quelques extraits du traité de Mariotte, 3° édition 1679.

TRAITÉ
DE LA
PERCUSSION
OU CHOC
DES CORPS,
*DANS LEQUEL LES PRINCIPALES Régles du mouvement sont expliquées, & démontrées par leurs véritables causes.*
NOUVELLE EDITION,
*Revuë & Augmentée de plusieurs Propositions touchant l'accélération du mouvement des Corps qui tombent.*
DIVISÉ EN DEUX PARTIES.
Par Mr. MARIOTTE,
*De l'Académie Royale des Sciences.*

# DE LA PERCUSSION OU CHOC DES CORPS.

## PREMIÈRE PARTIE.

### DÉFINITIONS.

I.

CORPS flexible à reſſort eſt celui qui aiant changé de figure, par le choc ou par le preſſement d'un autre corps, reprend de ſoi-même ſa première figure; comme un ballon plein d'air bien preſſé, un anneau d'acier trempé, une corde de boyau tendue fermement.

II.

Corps flexible ſans reſſort eſt celui qui aiant pris une nouvelle figure par le choc ou par le preſſement d'un autre corps, conſerve cette figure; comme la cire, la terre-glaiſe médiocrement imbibée d'eau.

III.

Vîteſſe reſpective de deux corps eſt celle avec laquelle ils s'approchent, ou s'éloignent l'un de l'autre, quelles que ſoient leurs vîteſſes propres; comme ſi le corps A eſt éloigné de quatre pieds du corps B, & que dans le tems d'une ſeconde le corps A parcoure l'eſpace AC d'un pied, & le corps B l'eſpace BC de trois pieds, chacun avec une vîteſſe uniforme, la vîteſſe propre du corps A ſera AC, ou 1, & celle du corps B, BC ou 3; mais leur vîteſſe reſpective ſelon laquelle ils ſe rencontrent au point C, ſera AB ou 4: & en quelque autre lieu qu'ils ſe rencontrent, ſoit que tous deux ſoient en mouvement, ſoit que l'un d'eux ſoit en repos, leur vîteſſe reſpective ſera toûjours dite la même, ſi étant à une diſtance de quatre pieds l'un de l'autre lors qu'ils commencent à ſe mouvoir, ils ſe rencontrent dans le même tems d'une ſeconde. TAB. I. Fig. 1.

## SUPPOSITIONS.

### I.

*UN corps étant mis en mouvement, continuera toûjours son mouvement de même part avec la même vitesse, s'il n'est empêché par la rencontre d'un autre corps, ou par quelque cause.*

Cette Supposition est reçûe par plusieurs sçavans Géométres; & l'expérience qui la peut confirmer, est de donner un mouvement en rond à un pendule de seize ou dix-sept pieds, après avoir éloigné son plomb de son point de repos de huit ou dix pieds: car ce plomb tournera assez lentement, & quoi que l'air lui résiste, & que sa pesanteur le pousse vers son point de repos, il ne laissera pas, s'il pése environ une livre, de parcourir l'espace de plus de 700 toises en 400 tours, & de continuer encore son mouvement assez long-tems; ce qui peut faire juger que sans ces empêchemens il continueroit toûjours à se mouvoir de même. Il ne faut point croire que le ressort de l'air soit la cause de la continuation du mouvement, en s'étendant en rond depuis la partie antérieure du corps poussé, jusques à sa partie postérieure: car l'air qui est poussé en avant & à côté par un corps qui se meut, fait agir son ressort vers les mêmes parties; & celui qui suit le corps immédiatement, est l'air qui lui étoit contigu avant le mouvement, comme on le peut juger, lors qu'on laisse tomber de deux ou trois pieds de hauteur une petite balle de plomb dans un seau d'eau; car cette balle aiant percé l'eau, entraîne après soi le même air qui la suivoit, & on le voit s'élever en petites bulles rondes vers le haut de l'eau, aussi-tôt que la balle a touché le fond: ce qui fait connoître que la partie du corps fluide qui est poussée en avant par un corps qui se meut, ne vient point ensuite les choquer par derrière.

### II.

*Les corps qui sont poussés de bas en haut par des forces différentes, s'élevent à des hauteurs différentes; & ces hauteurs sont entre elles comme les quarrez des vitesses avec lesquelles ces corps ont commencé à s'élever. Et réciproquement les corps qui tombent de différentes hauteurs par leur propre poids sur une même surface horisontale, rencontrent cette surface avec des vitesses différentes, dont les quarrez sont l'un à l'autre comme ces hauteurs. Par exemple, si un corps poussé de bas en haut commençant à se mouvoir avec une certaine vitesse, s'éleve à un pied de hauteur; il s'élevera à quatre pieds, si étant poussé plus fort il commence son mouvement avec une vitesse double de la première; & commençant son mouvement avec une vitesse triple de la première, il s'élevera à neuf pieds.*

### III.

TAB. I. Fig. 2. *Si un corps comme B, suspendu à un fil AB, est poussé perpendiculairement de bas en haut, & qu'il s'éleve à une hauteur comme BD; lors qu'il sera*

*sera poussé horisontalement, en sorte qu'il commence son mouvement avec la même vitesse, il s'élevera à la même hauteur en C, par l'arc B C, la ligne C D étant supposée horisontale. Et s'il retombe, soit par la perpendiculaire D B, soit par l'arc C B, il reprendra au point B une vitesse égale à celle qui l'avoit fait élever en C, ou en D.*

Cette supposition & la précédente sont assez bien établies par *Galilée* & par plusieurs autres Géométres, si l'on fait abstraction de la résistance de l'air & des autres empêchemens; & elles sont conformes aux expériences à fort peu prés, nonobstant la résistance de l'air; mais, on les prend ici dans la précision exacte pour rendre les démonstrations plus intelligibles.

IV.

*Les petits battemens d'un pendule se font en des tems sensiblement égaux, quoi que son plomb décrive des arcs inégaux; mais pour la facilité des démonstrations, on suppose ici que ces tems sont précisement égaux.*

# PROBLEME.

## PROPOSITION I.

### *Faire que deux corps se rencontrent directement avec des vitesses qui soient l'une à l'autre en telle raison que l'on voudra.*

POUR exécuter facilement ce Problême, il faut avoir une machine semblable à celle qui est représentée dans la 3 Figure.

ABC est une piéce de bois triangulaire posée de maniére que la ligne BC soit parallele à l'horison. La surface ABC est plane & polie, de cinq ou six pieds de hauteur, & perpendiculaire à l'horison. DE est une ligne en cette surface, parallele à BC, d'environ deux ou trois pouces de longueur, divisée également au point F. DI, FK, EL, sont des lignes tracées sur la surface ABC, perpendiculaires à DE, égales entre elles, & de quatre ou cinq pieds de longeur. On plante deux cloux aux points D, & E, & l'on y atache deux filets où sont suspendues deux boules de terre-glaise médiocrement molle, le tout en sorte, que si l'on imagine les trois lignes IH, K*d*, LG, de quatre pouces chacune, être élevées perpendiculairement sur la surface ABC, les points H & G soient les centres des boules suspendues, & le point *d*, celui où elles se touchent étant en repos, lorsqu'elles sont égales. LM, IN, sont deux arcs de cercle de 30 degrez chacun, dont les lignes DI, EL, sont les demi-diamétres. Ces arcs seront divisés par degrez depuis les points I & L, & les divisions seront marquées par de petites lignes inclinées aux centres D & E, comme la ligne XY. On peut prendre cette surface ABC dans un mur de pierre de taille ou de plâtre, &c. selon la commodité qu'on en

TAB. I. Fig. 3.



Notons le nom de Galilée qui apparaît en fin de ligne 6 de cette page

# NEUVIÈME PRINCIPE D'EXPÉRIENCE.

## PROPOSITION XIV.

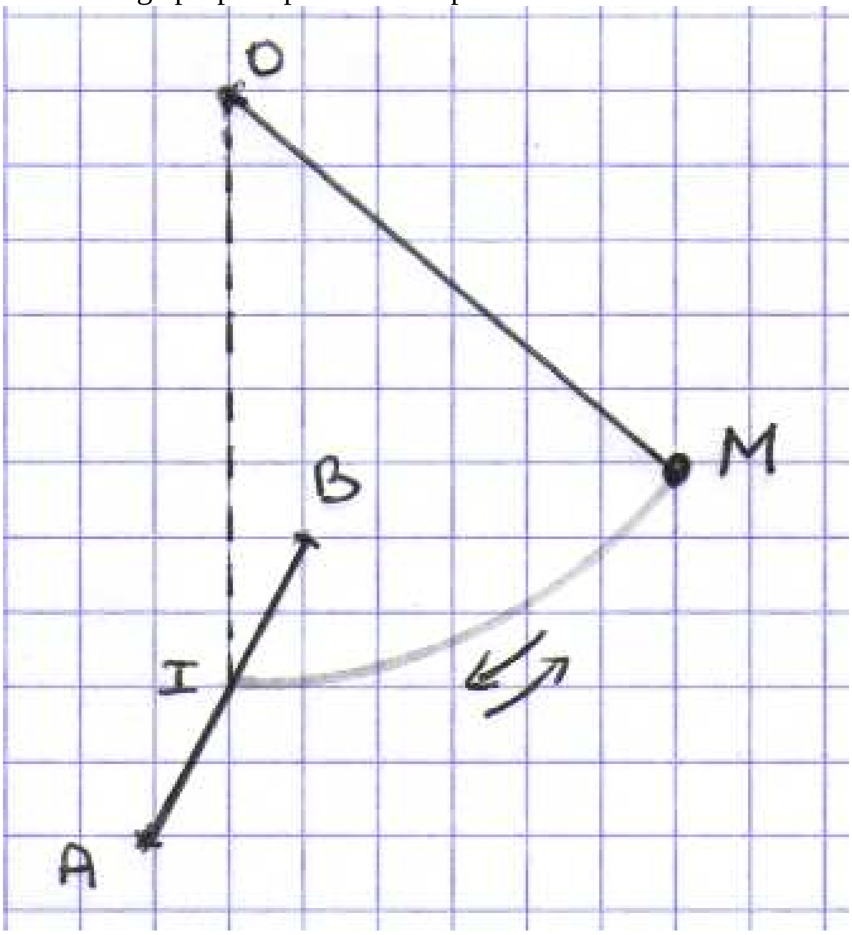
*S'Il y a un corps inébranlable à reſſort qui ait changé ſa figure, & ſe ſoit mis en reſſort par le choc d'un corps dur & inflexible en ſe reſtituant & reprenant ſa première figure, il redonnera à ce corps la même viteſſe qu'il avoit immédiatement avant le choc.*

Ayez une corde à boyau, comme AB, tendue & atachée fermement aux deux points A & B de quelque petite machine; ( on peut prendre pour cette machine une Trompette marine, ou quelque autre inſtrument à cordes ) tirez cette corde AB par ſon milieu E, juſques à ce que ce milieu ſoit en D. Alors ſi vous la laiſſez aller, elle ne s'arrêtera pas en la ligne A E B, où elle étoit en repos; mais elle paſſera outre, & ce même point du milieu ira à fort peu près juſques en C, ſi EC eſt égale à ED; environ de la même ſorte que les poids des pendules remontent à peu près auſſi haut que le point d'où ils ſont deſcendus. Mais on ſuppoſe ici de même qu'on l'a ſuppoſé dans le mouvement des pendules & pour les mêmes raiſons, que le point E de la corde de boyau va préciſément juſques au point C. D'où il s'enſuit que lorſque le milieu de cette corde retourne du point C au point E, cette partie reprend la même viteſſe qu'elle y avoit acquiſe venant du point D, qui s'étoit diminuée peu à peu depuis le point E juſques au point C; & que par cette raiſon elle reprend à chaque point de la ligne EC, lorſqu'elle retourne en E, les mêmes viteſſes qu'elle avoit allant du point E en C. Or ſi on entend qu'un corps dur & léger aiant frappé cette corde en E, faſſe aller cette partie juſques en C, ſans la quitter; il eſt aiſé de concevoir que cette corde ſe reſtituant par ſon reſſort, ſa partie du milieu reprendra au point E la même viteſſe que lui avoit donné ce corps au commencement de ſon choc, qui étoit la même qu'il avoit. Donc ce corps accompagnant la corde à ſon retour depuis le point C juſques au point E, il reprendra en ce point ſa première viteſſe, avec laquelle il continuera à ſe mouvoir vers D, comme il eut fait vers C, s'il n'eût pas rencontré la corde. TAB. I. Fig. 8.

Pour connoître la vérité de cette Propoſition par l'expérience; ſuſpendez à un fil de trois ou quatre pieds de longueur une petite boule de jaſpe, ou de verre bien polie, ou même de plomb, l'y atachant avec de la cire d'Eſpagne ou autrement. Atachez l'autre bout du fil à quelque corps un peu peſant & plat, qu'on poſera ſur une table, laiſſant pen-

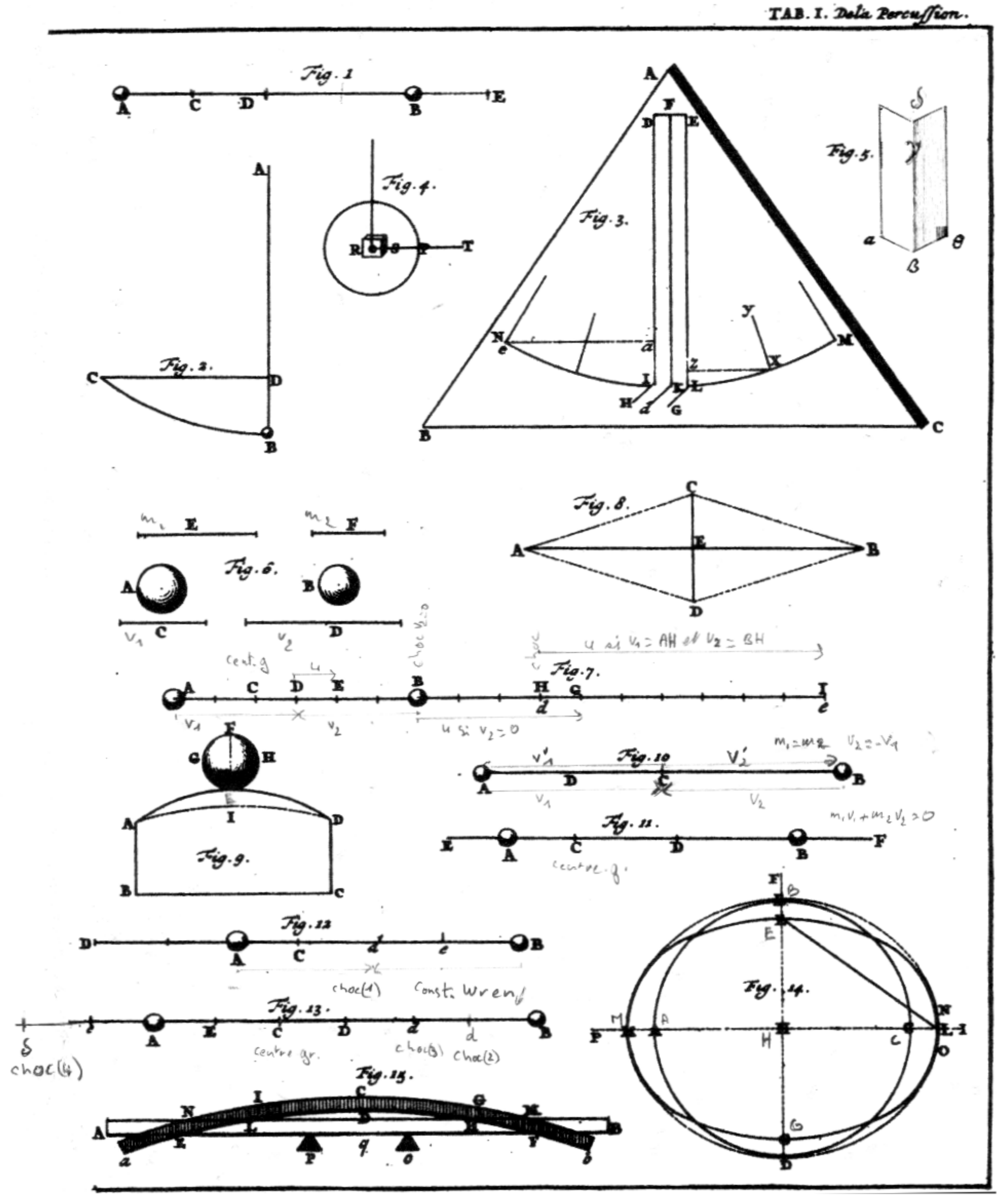
Une trompette de marine est une sorte de violon à une corde utilisé dans la marine anglaise.

Montage proposé par Mariotte pour vérifier l’effet ressort.




AB est une corde de violon horizontale très tendue entre les point fixes A et B.
O est un point fixe à la verticale du milieu I de AB.
OM est un fil inextensible de longueur OI.
Une bille en verre ou acier est attaché en M au fil OM.
La bille lâchée du point M rebondit sur la corde et revient à son point de départ.

Ci-dessous, première planche de figures du traité de Mariotte.




**Mariotte conteste Galilée** à propos de sa preuve, que dans son premier instant un corps qui chute n'a pas de vitesse. Mariotte écrit: *Un corps qui tombe dans l'air, commence à tomber avec une vitesse déterminée, et qui n'est pas infiniment petite ; c'est à dire, qu'elle est telle, qu'il peut y en avoir de moindres, en différents degrès.* (Page 77 lemme XI).
Pour Mariotte, la pesanteur produit sur un corps un choc répété, comme un jet d'eau ou d'air, qui le met  en mouvement. Le choc (instantané) des premières particules du jet donnent une première vitesse instantanée au corps, les suivantes une seconde etc.

L'idée que la percussion est une cause essentielle du mouvement, ou de sa modification, sera reprise par d'Alembert dans son *Traité de dynamique.*

Les leçons de physique expérimentale, inaugurés par Mariotte, puis très développés par la suite par s'Gravesande et l'abbé Nollet eurent un succès considérable à travers toute l'Europe, et devinrent la base de l'enseignement des sciences.

II) Jean le Rond d'Alembert (1717-1783).

Dans son *Traité de dynamique(1743)* , d'Alembert résout le problème du choc en utilisant son principe rappelé plus bas.

Mais pour mieux saisir ce principe, voyons quelles sont dans le *Traité de dynamique*, les causes du mouvement.

Dans les préliminaires page X on lit :

*« Or* ***quelles sont les causes capables de produire ou de changer le mouvement*** *dans les corps ? Nous n'en connaissons jusqu'à présent que de* ***deux sortes*** *: les unes se manifestent à nous en même temps que l'effet qu'elles produisent, ou plutôt dont elles sont l'occasion :* ***ce sont celles qui ont leur source dans l'action sensible et mutuelle des corps, résultante de leur impénétrabilité : elles se réduisent à l'impulsion et à quelques autres actions dérivées de celle là*** *: toutes les autres causes ne se font connaître que par leurs effets, et nous en ignorons entièrement la nature : telle est la cause qui fait tomber les corps pesants vers le centre de la terre, celle qui retient les planètes dans leurs orbites ; etc. »*

Dans la seconde partie, chapitre premier, là où est exposé son principe, on lit :

*Le corps n'agissent les uns sur les autres que de* ***trois manières différentes*** *qui nous soient connues :* ***ou par impulsion immédiate, comme dans le choc ordinaire; ou par le moyen de quelque corps interposé entre eux, et auquel ils sont attachés ;*** *ou enfin par une vertu d'attraction réciproque, comme font dans le système Newtonien le Soleil et les Planètes. Les effets de cette dernière espèce d'action ayant été suffisamment examinés,* ***je me bornerai à traiter ici du mouvement des corps qui se choquent d'une manière quelconque, ou de ceux qui se tirent par des fils ou des verges inflexibles.***

En dehors de la gravité, c'est donc l'impulsion (la percussion par des corps proches) qui modifie le mouvement des masses, on retrouve ici l'idée de Mariotte, celle qui semble être à la base du principe ci-dessous.

Rappel du principe :
« Pour trouver le mouvement de plusieurs corps qui agissent les uns sur les autres. Décomposer les mouvements A,B,C etc. imprimés à chaque corps, chacun en deux autres a,$\alpha$ ; b,$\beta$ ; c,$\gamma$ etc. qui soient tels que si l'on n'eût imprimé au corps que les mouvements a,b,c etc. il eussent pu conserver ces mouvements sans se nuire réciproquement ; et que si on leur eût imprimé que les mouvements $\alpha, \beta, \gamma$ etc. le système fût demeuré en repos ; il est clair

que a,b,c seront les mouvements que ces corps prendront en vertu de leur action. Ce qu’il fallait démontrer. »
*La première application de ce principe donnée par d’Alembert est le pendule composé. Voir l’annexe 2 qui suit la bibliographie.*

## Application aux chocs.

D’Alembert traite, sans le préciser, le cas du choc de corps mous. (corps durs pour lui)

### §. IV.

### *Des Corps qui se poussent ou qui se choquent.*

### PROBLÊME IX.

156. *Un Corps dont la masse est* m, *& la vitesse* u, *se mouvant sur une même ligne avec un autre Corps dont la masse est* M *& la vitesse* U, *trouver la vitesse de ces Corps après le choc.*

Soit $v$ la vitesse du premier corps après le choc, $V$ celle du second : on fera (*art.* 61) $u = v + u - v$ & $U = V + U - V$. Il faut par notre principe, que $V = v$ & que $m(u - v) + M(U - V) = 0$. Donc $v$ ou $V = \frac{mu + MU}{M + m}$.

### COROLLAIRE.

157. Si un corps $M$ de masse quelconque animé d’une vitesse donnée $U$, est choqué par un corps $m$ infiniment petit, dont la vitesse soit $u$, il recevra par ce choc une quantité de mouvement égale à $m(u - U)$; & si $u$ est infiniment plus grande que $U$, la quantité de mouvement qu’il recevra sera égale à $m u$, c’est-à-dire à la quan-

Je reprends l’explication de d’Alembert.

Posons $A = m_1 v_1$, $B = m_2 v_2$ qui sont les mouvements imprimés au départ.

Posons $a = m_1 v'_1$ et $b = m_2 v'_2$ qui sont les mouvements qui se conservent sans se nuire.

Puisque $m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_1(v_1 - v'_1)$ et que $m_2 v_2 = m_2 v'_2 + m_2(v_2 - v'_2)$,

Pour avoir les égalités $A = a + \alpha$ et $B = b + \beta$ ,

On doit prendre $\alpha = m_1(v_1 - v'_1)$ et $\beta = m_2(v_2 - v'_2)$

Or $\alpha$ et $\beta$ doivent se détruire,
On a donc $m_1(v_1 - v'_1) + m_2(v_2 - v'_2) = 0$ (On retrouve la conservation de la quantité de mouvement) et de plus, puisque les corps restent collés après le choc, ce que d'Alembert ne précise pas au départ, on a $v'_1 = v'_2$ ce qui donne la vitesse après le choc.

Fin de l'explication.

Après avoir traité le cas des corps durs (mous) sans dire qu'ils l'étaient, d'Alembert passe aux corps élastiques, et c'est seulement là qu'on comprend que ce qu'il vient de résoudre c'est le cas des corps durs (mous).

Voilà ce qu'écrit d'Alembert pour les chocs élastiques :

*Pour les corps élastiques.*

*Si tant de corps qu'on voudra viennent à se choquer de manière, qu'en les supposant parfaitement durs et sans ressort, il demeurent tous en repos après le choc ; je dis que s'ils sont à ressort parfait, ils retourneront en arrière chacun avec la vitesse qu'il avait avant le choc. Car l'effet du ressort est de restituer en sens contraire à chaque corps le mouvement qu'il a perdu par l'action des autres.*

……………………..

……………………..

*Nous ne parlerons donc dans les Problèmes suivants que du choc des corps durs, puisqu'on en déduit aisément les lois du mouvement des corps élastiques.*

On retrouve l'explication déjà utilisée par Mariotte: le ressort double l'effet du choc. Ce qui permet de trouver les vitesses dans les chocs parfaitement élastiques.

Exemple : Soient $n$ corps ponctuels parfaitement élastiques qui se choquent simultanément. Soient $m_i$ , $i$ de $1$ à $n$ les masses de ces corps et $\overrightarrow{v_i}$ leurs vitesses respectives.

S'ils étaient mous, ils repartiraient tous collés avec la vitesse commune $\overrightarrow{v_G} = \dfrac{\sum_1^n m_i \overrightarrow{v_i}}{\sum_1^n m_i}$, mais comme ils sont parfaitement élastiques , la vitesse $\overrightarrow{v'_i}$ de chaque corps après le choc est $\overrightarrow{v'_i} = 2\,\overrightarrow{v_G} - \overrightarrow{v_i}$

## III) Pierre Louis Moreau de MAUPERTUIS (1698-1759).

En 1744 il énonce le *principe de moindre action* en optique, copié sur le *principe d'économie naturelle* de Fermat. Il y remplace simplement les vitesses supposées V et V' de la lumière dans deux milieux différents par 1/V et /V'.
Pour plus d'explications, voir annexe 1 à la suite de la bibliographie.

En 1747 il publie dans les Annales de l'Académie de Berlin une version de son principe avec lequel il retrouve les lois du choc.

### Pour les chocs mous.

Soient $m_1, m_2$ la masse des corps, $v_1, v_2$ leurs vitesses respective avant le choc, $u$ la vitesse commune après le choc.
L'action que pose Maupertuis est $m_1(v_1 - u)^2 + m_2(v_2 - u)^2$.
Cette action doit être minimale, donc : $m_1(v_1 - u)du + m_2(v_2 - u)du = 0$
Ce qui donne : $m_1(v_1 - u) + m_2(v_2 - u) = 0$ et on trouve $u = \dfrac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$

Remarque : L'action est ici la force vive totale dans le système à vitesse u.
Elle est minimale lorsque u est égale à la vitesse du centre de gravité du système.

### Pour les chocs élastiques.

Soient $v'_1, v'_2$ les vitesses après le choc.
L'action que pose Maupertuis est : $m_1(v_1 - v'_1)^2 + m_2(v_2 - v'_2)^2$
Cette action doit être minimale donc : $m_1(v_1 - v'_1)dv'_1 + m_2(v_2 - v'_2)dv'_2 = 0$
Il faut une équation supplémentaire pour finir la résolution.

Maupertuis choisit la conservation des vitesses relatives soit : $v'_2 - v'_1 = v_1 - v_2$

ce qui donne $dv'_2 = dv'_1$ et on obtient $m_1(v_1 - v'_1)dv'_1 + m_2(v_2 - v'_2)dv'_1 = 0$, soit $m_1(v_1 - v'_1) + m_2(v_2 - v'_2) = 0$. On retrouve la conservation de la quantité de mouvement, qui jointe à la conservations des vitesses relatives donne $v'_1, v'_2$.

Remarque : Si on pose $v'_1 = 2u - v_1$, puisque $v'_2 - v'_1 = v_1 - v_2$, on a aussi $v'_2 = 2u - v_2$

L'action de Maupertuis s'écrit alors :

$$m_1(2(v_1 - u))^2 + m_2(2(v_2 - u))^2 = 4(m_1(v_1 - u)^2 + m_2(v_2 - u)^2)$$

C'est quatre fois la force vive dans le repère à vitesse u.
En différentiant par rapport à u, et en disant que c'est minimal, on trouve u.
C'est la vitesse du centre de gravité du système. Et on trouve ensuite $v'_1, v'_2$.

## IV) Après Maupertuis et d’Alembert.

Jusqu’au XX° siècle, on utilise l’expression de *corps parfaitement dur*, qui souvent signifie ductile ou mou, mais parfois parfaitement élastique.
On explique, le plus souvent, le choc parfaitement élastique, à l’aide de la conservation de la quantité de mouvement, et du ressort qui double l’effet du choc, à l’exemple de Mariotte.

On explique que dans le choc de corps ductiles, la force (vive) qui disparaît sert à les déformer.

On se demande jusque vers 1850 où disparaît la force (vive) dans le choc de corps à priori parfaitement élastiques.

Avec des boules d’ivoire entourées de caoutchouc, qui reprennent bien leur forme primitive après le choc, l’expérience montre qu’une partie de la force (vive) disparaît, sans qu’apparaisse une déformation permanente quelconque.
Beudant ( Professeur à la Faculté des Sciences de Paris et membre de l’Académie ) dans son *Traité de Physique* de 1833, explique la disparition de la force vive par la lenteur du ressort des boules caoutchoutées, et pense que le temps absorbe ainsi la force manquante.

On sait maintenant que la force perdue s’est transformée en chaleur.
L’équivalence chaleur travail n’apparaît que vers 1842 avec Mayer puis Joule en 1843.
La notion d’énergie ne s’impose que tardivement, bien après 1850.

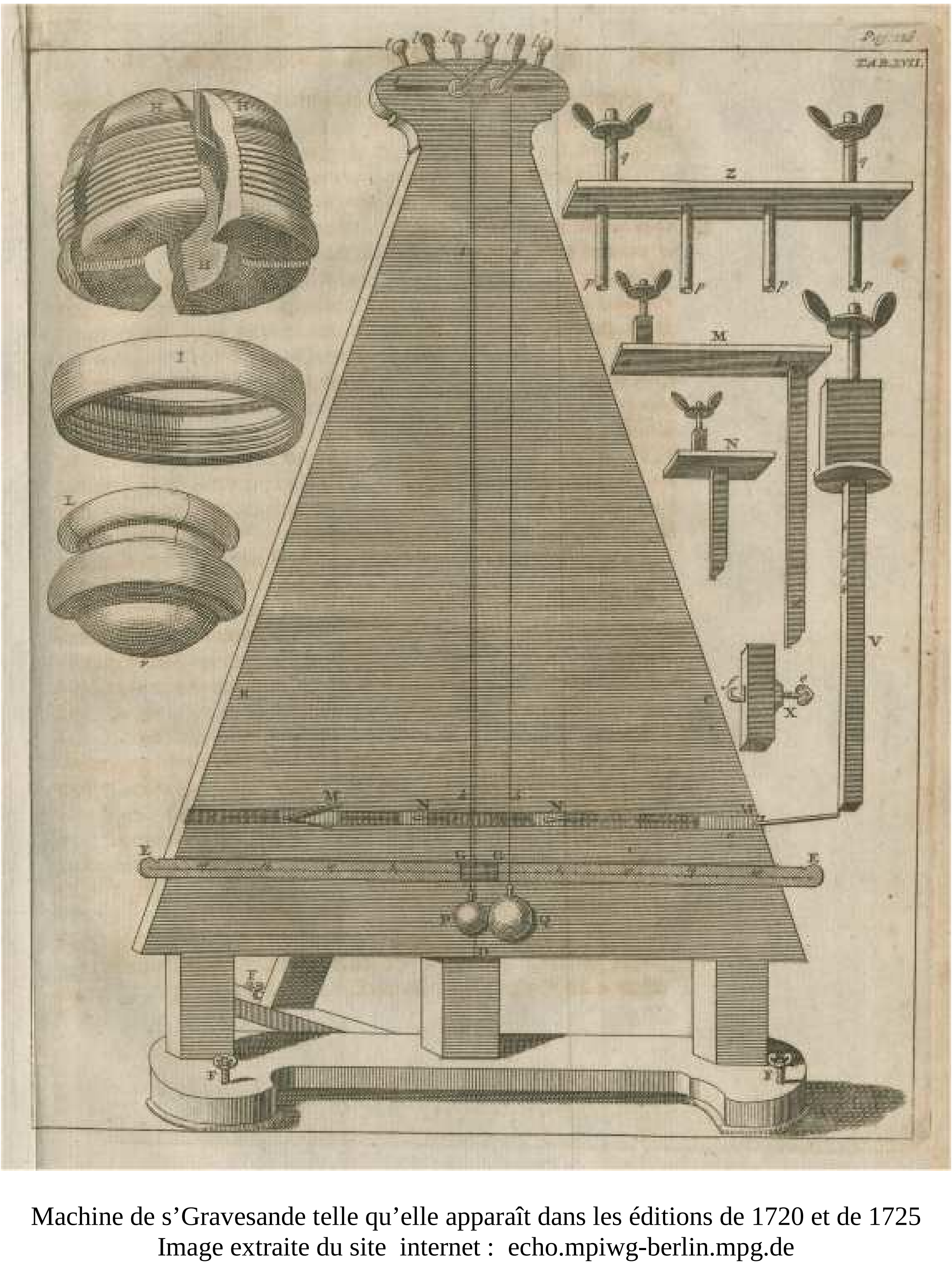
## V) Retour sur s’Gravesande.

s’Gravesande est un de ceux qui ont le plus contribués à diffuser les travaux de Newton sur le continent.
Jusqu’en 1722, il utilise les moments de Wallis et Newton (quantités de mouvement) pour expliquer les lois du choc, mais à partir de cette date, la vis viva (force vive) de Huyghens et Leibniz, devient l’élément dominant de sa présentation.
En 1736, Voltaire se rend en consultation chez Hermann Boerhaave à Leide pour une question de santé, et suivre les leçons avec expériences du « profond s’Gravesande. »

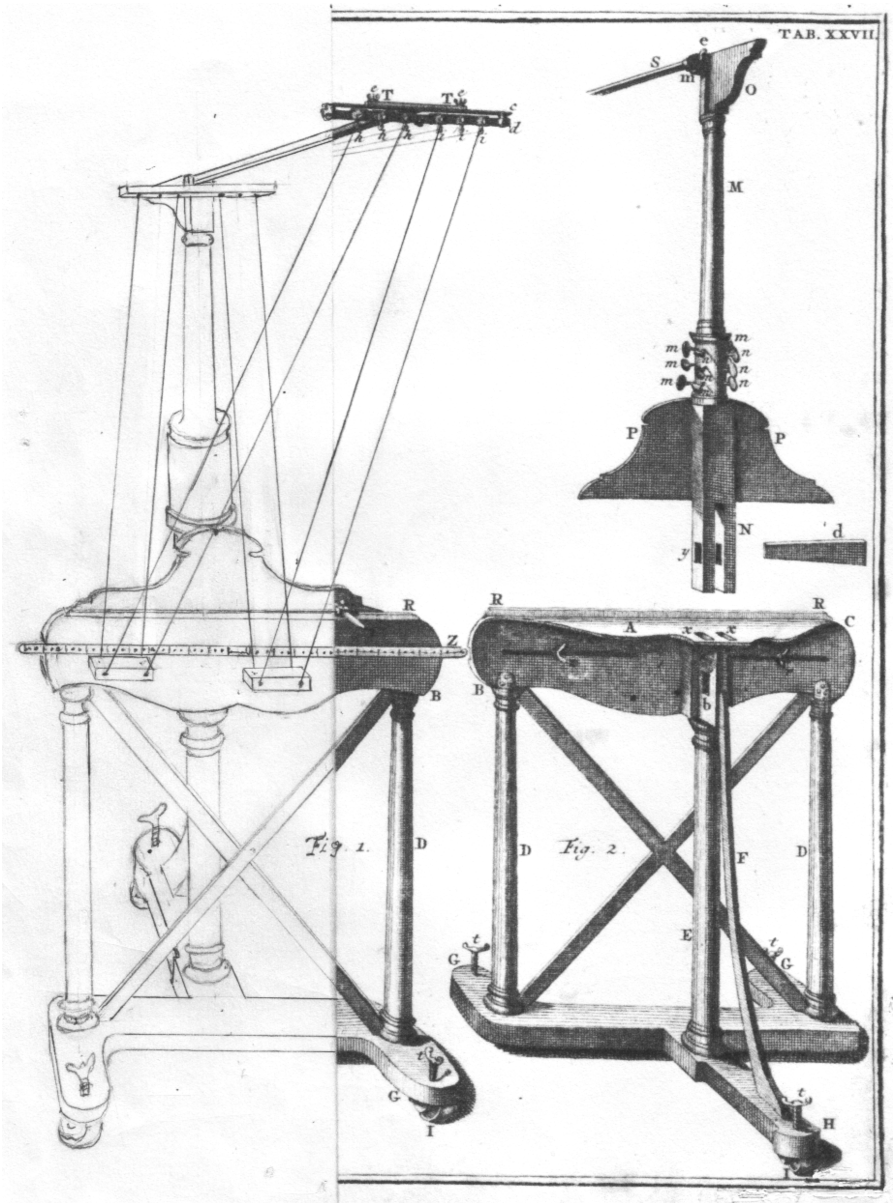
L’ouvrage de référence de s’Gravesande est : *Physices Elementa Mathematica, Experimentis confirmata. Sive Introductio ad Philosophian Newtonianan.*

Plusieurs éditions revues et augmentées à partir de 1719.
La meilleur est celle de 1746. (s’Gravesande est mort en 1742)

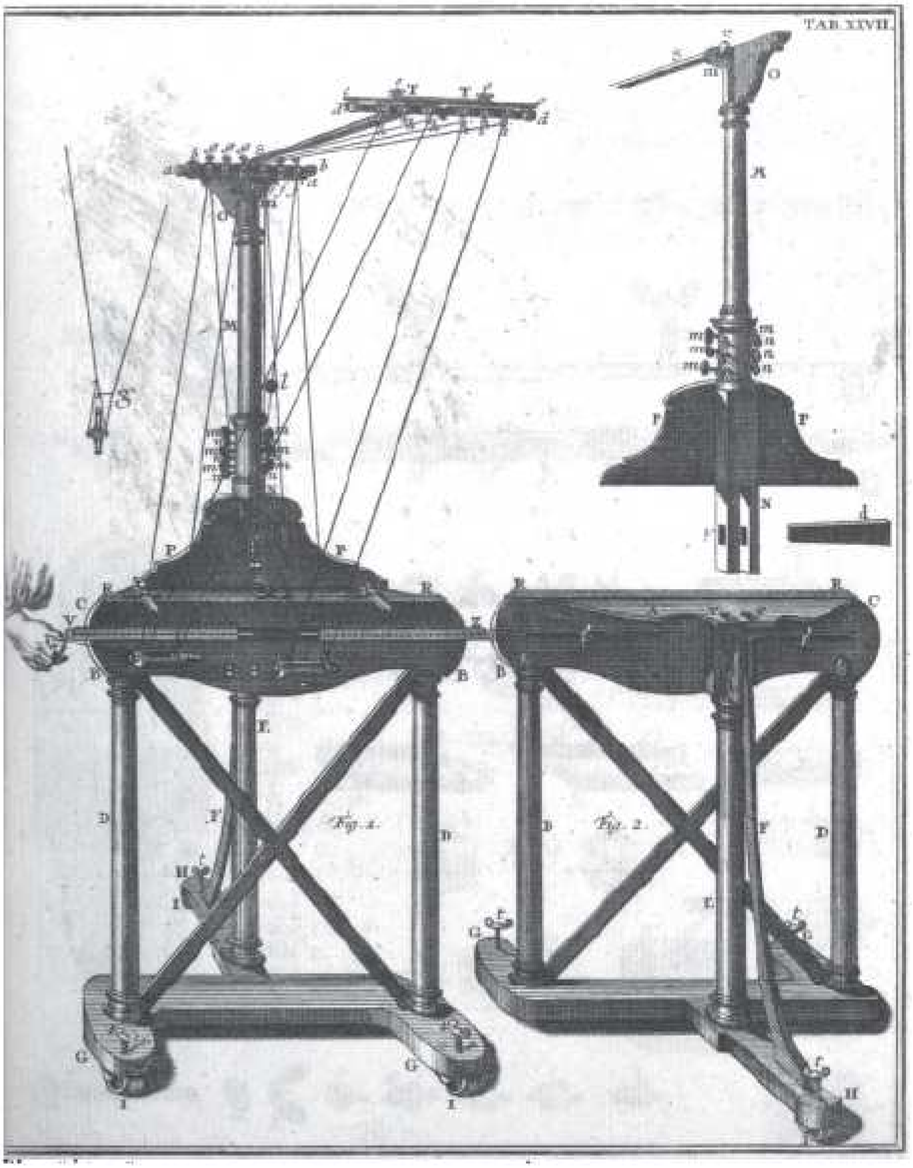
La meilleure traduction en français est celle d’Elie de Joncourt car fidèle à la dernière édition en latin. *ELEMENS DE PHYSIQUE DEMONTREZ MATHEMATIQUEMENT ET CONFIRMEZ PAR DES EXPERIENCES ; OU INTRODUCTION A LA PHYSIQUE NEWTONIENNE. (1746)*



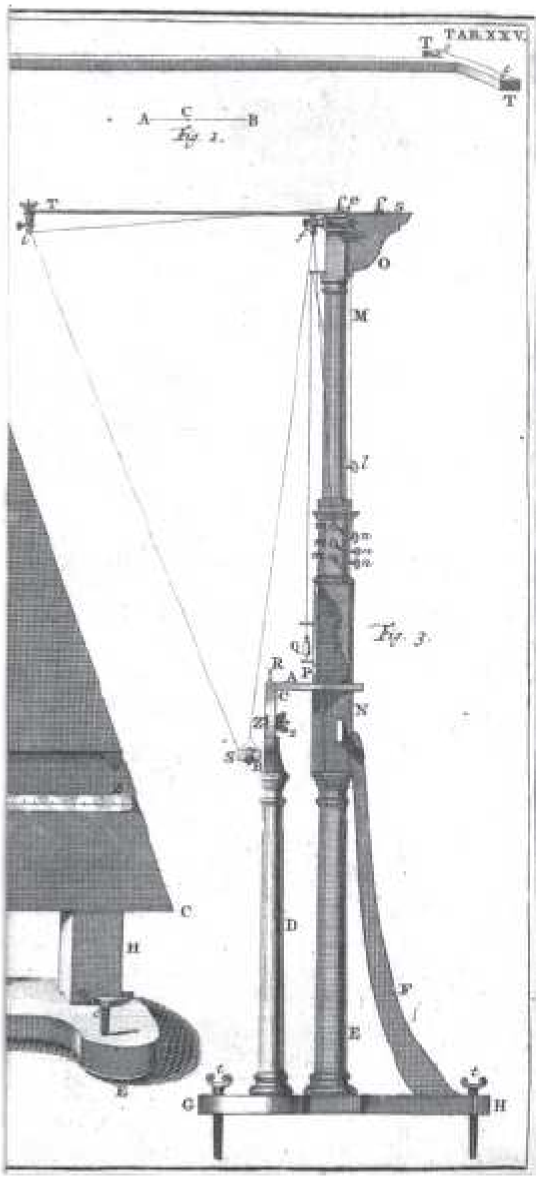
Machine de s'Gravesande telle qu'elle apparaît dans les éditions de 1720 et de 1725
Image extraite du site internet : echo.mpiwg-berlin.mpg.de
Belle numérisation d'une édition en latin de 1725.



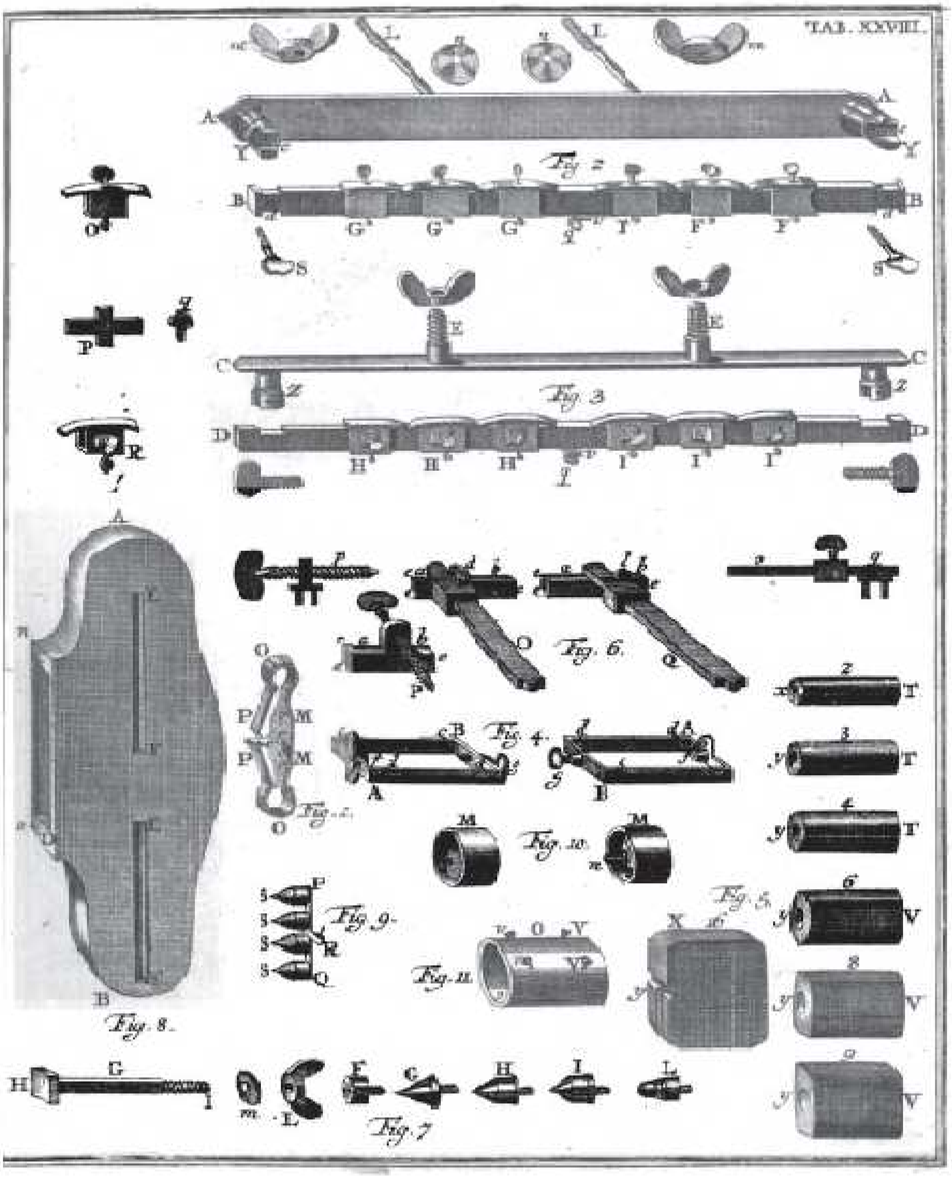

Machine de s’Gravesande pour l’étude des forces vives lors d’un choc.
Edition française, traduction d’Elie de Joncourt (1746)
La partie gauche est de ma main.
La partie droite est prise sur http://books.google.com
Google n’a déplié aucune planche dans toute la numérisation de ce livre.



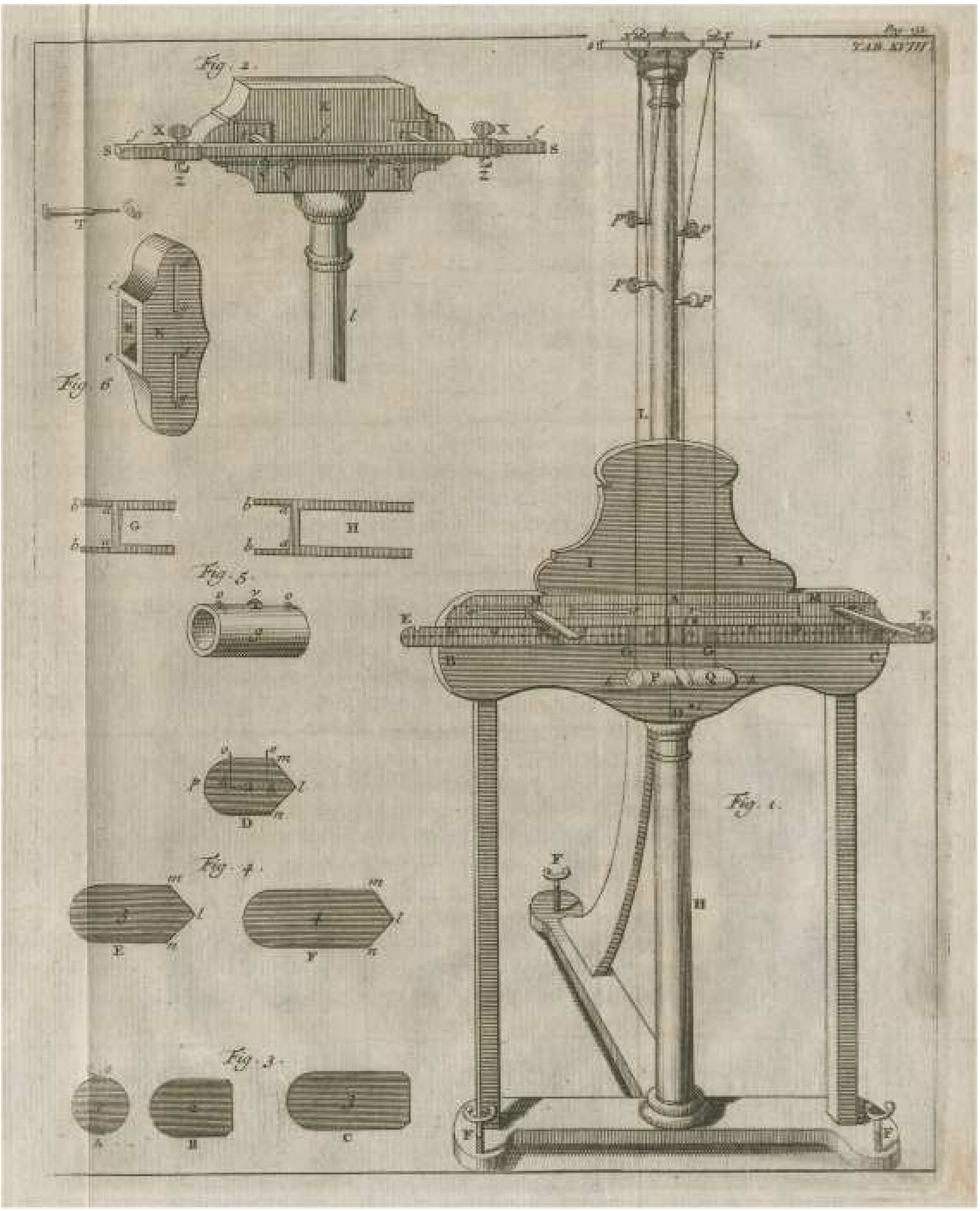
Vue précédente au complet.
Extraite de Physices Elementa Mathematica, Experimenta confirmata.
Téléchargé ultérieurement sur http://books.google.com (dans la version du livre en latin.)
Numérisation Google médiocre.



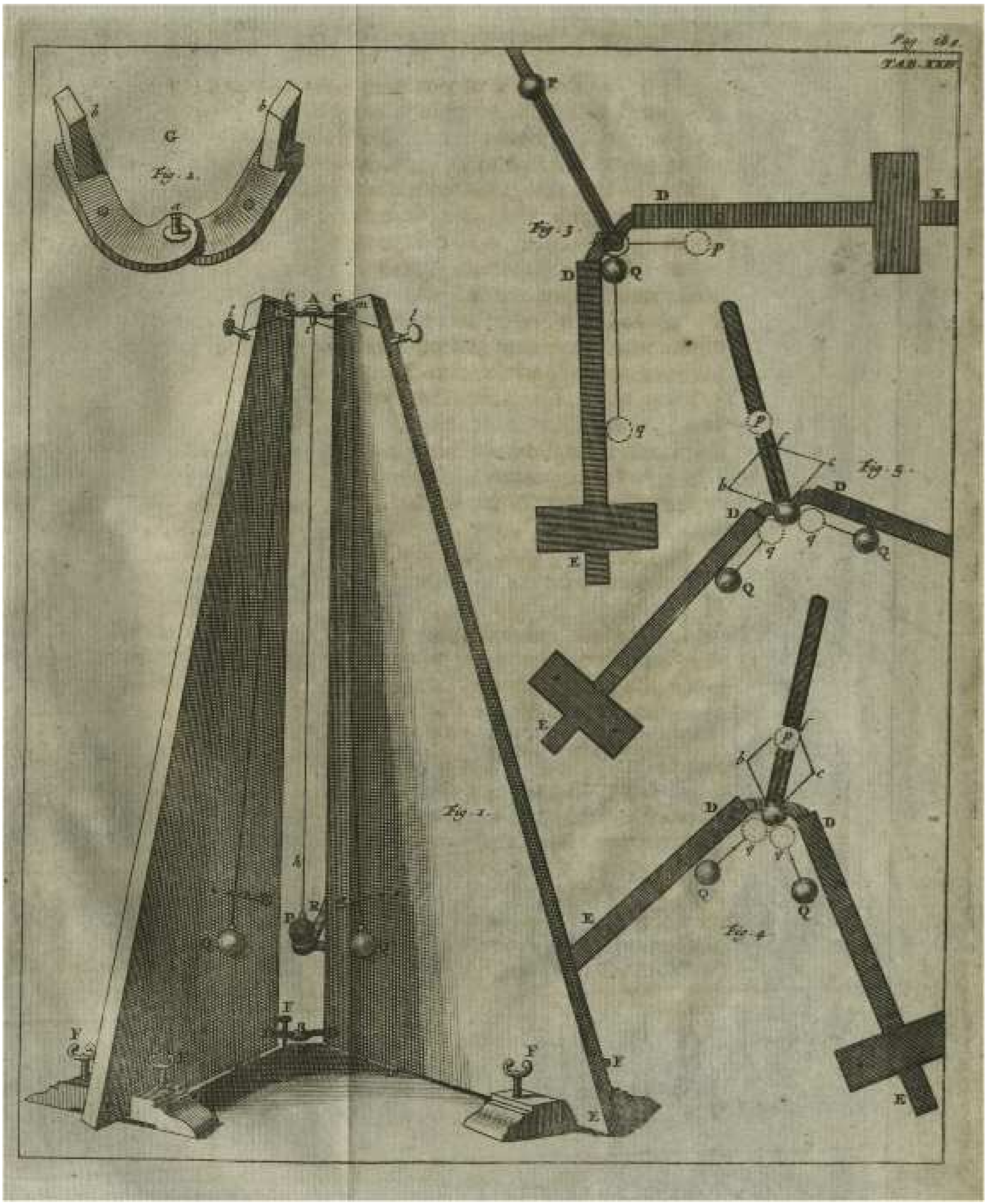
Machine précédente vue de profil.
Sur books.Google.com . Version française du livre.
Planche tronquée car non dépliée lors de la numérisation par Google.




Elements et accessoires de la machine ci dessus.
La figure 4 représente les cadres qui pendent aux bouts des fils.
La figure 5 les plombs que l'on met dans les cadres.
Sur books.Google.com . Version en latin.
Numérisation discutable.



Première machine de s'Gravesande à fils parallèles. Edition de 1725.
Image extraite du site internet : echo.mpiwg-berlin.mpg.de



Machine pour l'étude de deux chocs simultanés. Edition 1725.
Image extraite du site internet : echo.mpiwg-berlin.mpg.de

# Fin de la seconde partie.

## Bibliographie

**En plus des livres traditionnels de physique des XIX et XX siècles, voici quelques autres livres très intéressants sur lesquels je me suis appuyé.**


**Lectures de Mécanique** par Emile Jouguet . Editions Gauthier-Villars 1924.
Réédité aux Editions Jacques Gabay.

**La Mécanique au XVII° siècle** par René Dugas. Editions Du Griffon Neuchâtel Suisse 1954.

**Histoire de la Mécanique** de René Dugas. Editions Du Griffon Neuchâtel Suisse 1950.
Réédité par Jacques Gabay.

**La Mécanique** par Ernst Mach. Editions A. Hermann 1904.
Réédité par Jacques Gabay.

**Histoire de la Physique** par Johann Christian Poggendorff Editions Dunod 1883
Réédité par Jacques Gabay.

**Principia de Newton** (traduits par Me la Marquise du Chastellet édition 1759)
Réédité par Jacques Gabay.

**Elemens de Physique** …… par s'Gravesande 1746, 1747.
*Physices elementa mathematica, experimentis confirmata. Sive introduction and philosophia Newtoninanam.*
A trouver sur internet, sur books.google.com par exemple.

**Traité de la percussion ou choc des corps** par Edme Mariotte 1693
A trouver sur internet sur books.google.com par exemple.

**Leçons de physique expérimentale** (volumes 1 et 2) par l'abbé Nollet vers 1750
Doit certainement se trouver sur internet.

**Traité de Dynamique** par d'Alembert éditon 1758.
Réédité par Jacques Gabay.

**Essais sur les éléments de philosophie** par d'Alembert 1759.
Réédité par Fayard.

**Encyclopédie Diderot d'Alembert** partie mathématique, aux mots choc, action, force, percussion, etc.

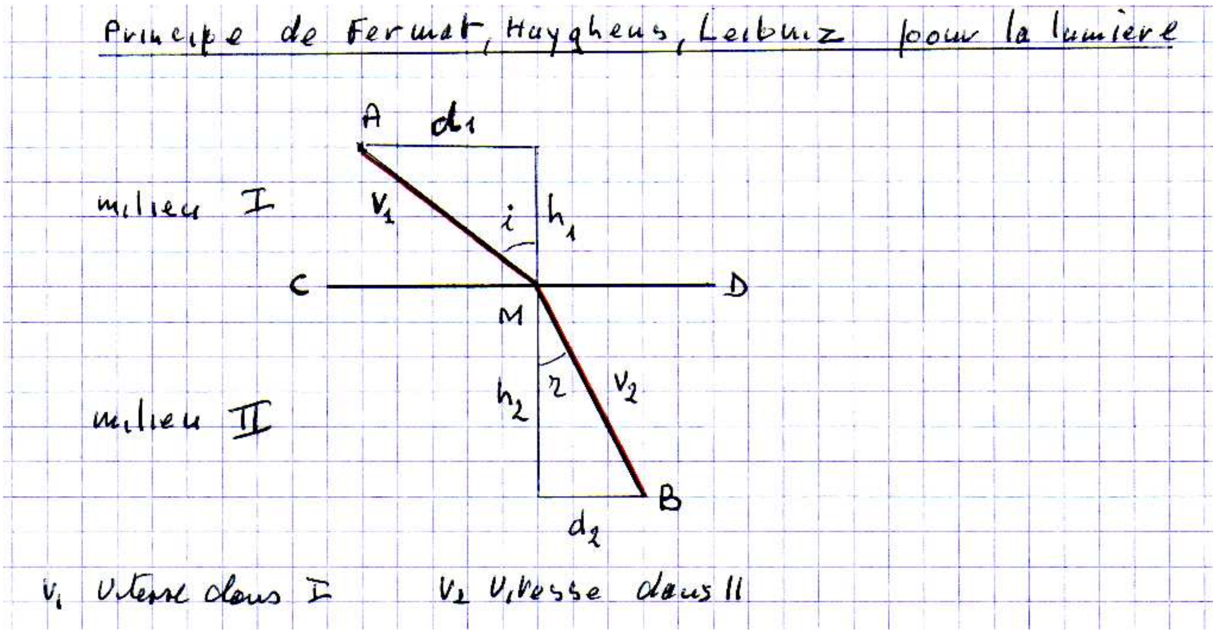
**Cours de Mécanique** de Bruhat. Chez Masson (1967).

**Les instruments scientifiques au XVII et XVIII siècles** par Maurice Dumas
Presses universitaires de France 1953.
Réédité aux Editions Jacques Gabay.

**Mécanique analytique** de Lagrange 1788
Réédité par Jacques Gabay.
Dans son livre Lagrange expose longuement l'évolution de la mécanique.

Annexe 1
Le principe de moindre action pour la lumière selon Fermat, Huyghens, Leibniz puis selon Maupertuis.

Rappel : pour Fermat Huyghens Leibniz, plus l'indice de réfraction est élevé plus la lumière va lentement. Mais selon Newton, c'est le contraire qui doit se passer.
Maupertuis tente donc de retrouver la loi de Newton avec un principe de moindre action.




$v_1$ est la vitesse de la lumière dans un milieu (I) et $v_2$ celle dans le milieu (II),
i est l'angle d'incidence, r l'angle de réfraction (si on suppose que la lumière va de A en B).

Pour Fermat et Huyghens : $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}$

Pour Newton et officiellement jusque vers 1825 et même au-delà $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_2}{v_1}$

C'est cette deuxième formule que prouve Maupertuis par un principe de moindre action copié sur celui de Fermat.

Démontrons la formule de Fermat.
A et B sont fixes.
On suppose que le temps mis par la lumière pour se rendre de A en B est minimal .
A, M et B sont dans un même plan perpendiculaire au plan CD de séparation des milieux.
Si ce n'est pas le cas, on projette les trajectoires des rayons sur le plan qui passe par A et B et qui est perpendiculaire à la surface de séparation CD est on obtient un temps de trajet plus court.
M ne peut varier que sur la droite CD
Puisque A et B sont fixes, les longueurs $h_1$ et $h_2$ sont des constantes. De même $d_1 + d_2$ est une constante
Le temps $t$ , mis par la lumière, pour se rendre de A en B est $t = \frac{AM}{v_1} + \frac{MB}{v_2}$

Or $AM = \frac{h_1}{\cos i}$, et $MB = \frac{h_2}{\cos r}$ , et on a aussi $d_1 = h_1 \tan i$, $d_2 = h_2 \tan r$

On a donc : $dt = \frac{h_1 \sin i}{v_1 \cos^2 i} di + \frac{h_2 \sin r}{v_2 \cos^2 r} dr$ .

Mais $d(d_1 + d_2) = 0$ car $d_1 + d_2$ est constant, ce qui entraîne $\frac{h_1}{\cos^2 i} di + \frac{h_2}{\cos^2 r} dr = 0$

En utilisant cette dernière égalité, on trouve que $dt = \frac{h_1}{\cos^2 i} (\frac{\sin i}{v_1} - \frac{\sin r}{v_2}) di$

Le temps est extrémal (minimal ici) lorsque $dt = 0$ soit lorsque $\frac{\sin i}{v_1} - \frac{\sin r}{v_2} = 0$

On obtient la formule désormais classique $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}$.

Mais du temps de Maupertuis, on devait avoir $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_2}{v_1}$.

Maupertuis pose comme action : $Action = v_1 AM + v_2 MB$

Pour Maupertuis, cette action doit être minimale.

En remplaçant $v_1$ par $\frac{1}{v_1}$ et $v_2$ par $\frac{1}{v_2}$ dans la démonstration précédente, il trouve la réponse qu'il désire.

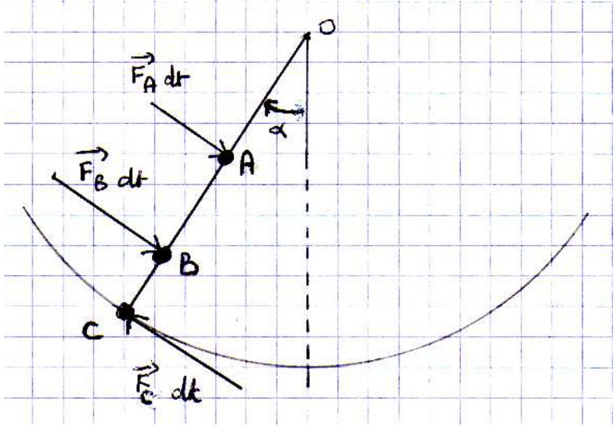
## Annexe 2

Premier exemple où d'Alembert applique son principe.
La présentation est actualisée.

OC est un tige rigide, de masse négligeable, qui peut tourner librement autour du point fixe O. Aux point A,B, C de cette tige se trouvent trois corps ponctuels de masses respectives a, b, c . On applique à ces trois points, trois impulsions simultanées situées dans le plan de la figure et perpendiculaires à la tige OC, de mesure algébriques respectives: $F_A dt$ , $F_B dt$ , $F_C dt$ .

On demande la variation de vitesse angulaire $\Delta\omega$ que subit la tige à l'issue de ces trois impulsions.

(On suppose que la tige, avant les impulsions, tourne autour de O en restant dans le plan de la figure, avec une vitesse angulaire $\omega$ )



Soient $\Delta v_A, \Delta v_B, \Delta v_C$ les accroissements de vitesse des points A,B,C à l'issue des impulsions. Ces accroissement sont perpendiculaires à la tige.
D'après le principe de d'Alembert, les quantités $f_A dt = F_A dt - a\ \Delta v_A$, $f_B dt = F_B dt - b\ \Delta v_B$ et $f_C dt = F_C dt - c\ \Delta v_C$ appliquées au levier OC doivent le laisser en *équilibre* où encore *doivent se détruire sans nuire au levier.*
(On a $F_A dt = a\ \Delta v_A + f_A dt$ etc .. $F_A dt$ est le mouvement imprimé, $a\ \Delta v_A$, le mouvement réel, $f_A dt$ etc.. , les mouvements qui doivent se détruire).
Donc d'après le principe du levier, puisque O est le point d'articulation, on a :
$OA\ f_A dt + OB\ f_B dt + OC\ f_C dt = 0$.
Ce qui donne en tenant compte que $\Delta v_A = OA\ \Delta\omega$, $\Delta v_B = OB\ \Delta\omega$, $\Delta v_C = OC\ \Delta\omega$
$OA(F_A dt - OA\ a\Delta\omega) + OB(F_B dt - OB\ v\Delta\omega) + OC(F_C dt - OC\ c\Delta\omega) = 0$.
On trouve :

$$\boxed{\Delta\omega = \frac{OA\ F_A + OB\ F_B + OC\ F_C}{a\ OA^2 + b\ OB^2 + c\ OC^2}\ dt}$$

Application : centre d'oscillation d'un pendule composé.

Si les seules forces qui donnent les impulsions sont dues à la pesanteur, et si on note $\alpha$ l'angle que fait la tige avec la verticale (angle orienté verticale, OC), les forces $F_A$, $F_B$, $F_C$ (perpendiculaires à la tiges) ont pour valeurs : $F_A = -a\ g\ \sin\alpha$, $F_B = -b\ g\ \sin\alpha$ , $F_C = -c\ g\ \sin\alpha$

On obtient : $\Delta\omega = -\dfrac{a\ OA + b\ OB + c\ OC}{a\ OA^2 + b\ OB^2 + c\ OC^2}\ g\ \sin\alpha\ dt$
Posons G le centre de gravite des masses a,b,c, et Posons $m = a + b + c$ la masse totale.
Posons $I_O = a\ OA^2 + b\ OB^2 + c\ OC^2$ .
$I_O$ est appelé moment d'inertie du système par rapport à O.
Puisque $m\ OG = a\ OA + b\ OB + c\ OC$, on trouve que :
$\dfrac{d\omega}{dt} = -\dfrac{m\ OG}{I_O}\ g\ \sin\alpha$. Or $\omega = \dfrac{d\alpha}{dt}$ ; On a donc : $\dfrac{d^2\alpha}{dt^2} = -\dfrac{m\ OG}{I_O}\ g\ \sin\alpha$.

Cette formule, comparée à l'équation différentielle $\dfrac{d^2\alpha}{dt^2} = -\dfrac{1}{L}\ g\ \sin\alpha$ qui est celle d'un pendule simple de longueur L ; montre que le pendule composé a même période d'oscillation que le pendule simple de longueur $L = \dfrac{I_O}{m\ OG}$.
Cette formule fut établie en premier par Huyghens puis de nouveau par Jean Bernouilli qui utilisa les forces vives.
D'Alembert pense que sa méthode est la plus courte.