

## Photons intriqués, non localité, expériences d'Aspect

Eric Lantz

Institut FEMTO-ST, Université Marie et Louis Pasteur- CNRS,  
rte des Montboucons 25030 Besançon, France.

### 1) Introduction et motivation

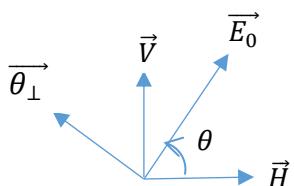
La possibilité de "variables cachées" en mécanique quantique est discutée depuis les années trente. Pour modéliser nos expériences d'amplification paramétrique, nous utilisons des modèles stochastiques qui peuvent, ou non, recouvrir cette notion de variables cachées. Je discuterai cette question à la fin de ce texte, après avoir présenté en quoi une paire de photons intriqués en polarisation est une entité non locale, bien que compatible avec la relativité restreinte.

La seule notion de mécanique quantique que je supposerai connue est la notion d'état quantique:

$$|\psi\rangle = \alpha |\alpha\rangle + \beta |\beta\rangle + \dots \text{ avec } |\alpha|^2 + |\beta|^2 + \dots = 1$$

$|\alpha|^2$ , par exemple, est la probabilité du système décrit par  $|\psi\rangle$  d'être mesuré dans l'état  $|\alpha\rangle$ . Après la mesure, dite projective, le système est alors dans l'état  $|\alpha\rangle$  seul.  $\alpha, \beta, \dots$  sont des amplitudes de probabilité, a priori complexes, et peuvent, formellement, être vues comme les amplitudes des composantes du vecteur  $|\psi\rangle$ . Je traiterai dans la suite un état représentant deux particules (photons), qui sera défini comme un vecteur dans l'espace produit tensoriel des espaces vectoriels associés à chaque particule.

### 2) Champ électrique lumineux classique polarisé rectiligne, séparateur de polarisation.



Dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation, ce champ est décrit par un vecteur de module  $E_0$ , faisant un angle  $\theta$  avec un vecteur unitaire horizontal  $\vec{H}$ . On a donc

$$\vec{E}_0 = E_0 (\cos \theta \vec{H} + \sin \theta \vec{V}) = E_0 \vec{\theta}, \text{ où } \vec{\theta} \text{ est unitaire, et}$$

$$\vec{H} = \cos \theta \vec{\theta} - \sin \theta \vec{\theta}_{\perp}, \text{ où } \vec{\theta}_{\perp} \text{ est unitaire orienté à } +\frac{\pi}{2} \text{ de } \vec{\theta},$$

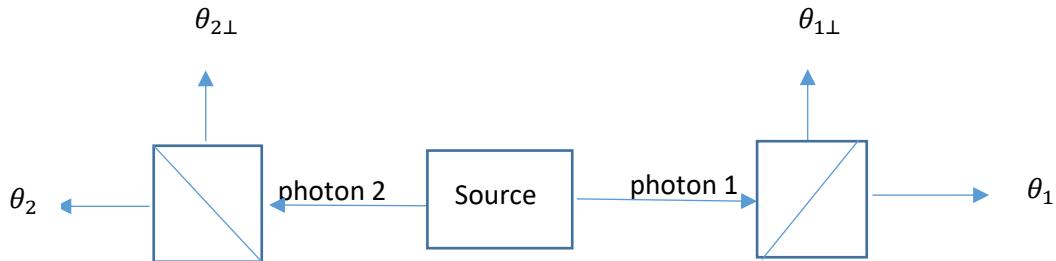
$$\vec{V} = \sin \theta \vec{\theta} + \cos \theta \vec{\theta}_{\perp}.$$

Il est possible à l'aide d'un séparateur de polarisation (Wollaston) de séparer les deux composantes orthogonales de  $\vec{E}_0$ . On obtient par exemple suivant  $\vec{H}$  une onde lumineuse d'intensité proportionnelle à  $E_0^2 \cos^2 \theta$ . Bien entendu, il est possible de tourner le Wollaston de façon à décomposer  $\vec{E}_0$  suivant deux autres directions orthogonales.

### 3) Etat à deux photons intriqués

On considère l'état  $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H_1 H_2\rangle + |V_1 V_2\rangle)$ , où l'indice 1 (2), désigne le photon 1 (2) d'une paire de photons d'une source n'émettant que des paires de photons. Les occurrences d'émission sont aléatoires, mais les photons sont toujours émis par paires. Chacun des deux photons se propage dans une direction différente de l'autre, ce qui permet de les séparer et d'analyser pour chacun sa

polarisation à une distance arbitrairement grande de son jumeau, suffisamment grande pour tourner le Wollaston analysant la polarisation du photon 1 (2) sans que cette orientation puisse être communiquée, à une vitesse inférieure à  $c$ , au photon 2 (1). Pour les besoins du dessin ci-dessous, les directions de propagation sont supposées opposées.



Le sens de l'état  $|\psi\rangle$  ci dessus est clair dans un cas de mesure simple. Si on analyse les deux photons suivant les directions  $\vec{H}$  et  $\vec{V}$ , ils sortiront, avec une probabilité  $1/2$ , soit tous les deux sur  $\vec{H}$ , soit tous les deux sur  $\vec{V}$ . L'état  $|\psi\rangle$  est dit intriqué, ou non séparable, du fait qu'il ne peut pas se mettre sous la forme d'un produit  $|\psi_1\psi_2\rangle$ . Par exemple, un état séparable avec  $|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H_1\rangle + |V_1\rangle)$  et

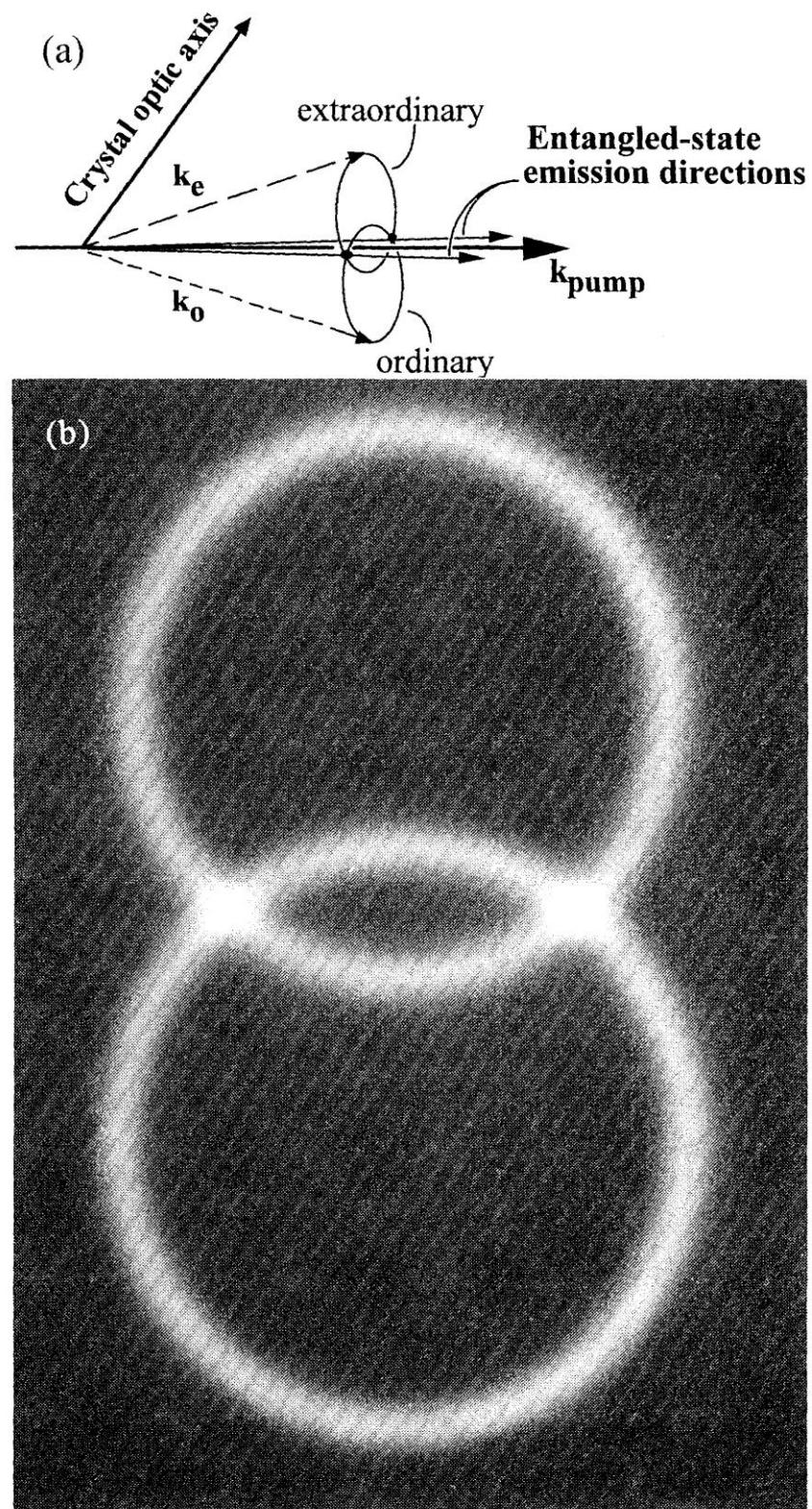
$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H_2\rangle + |V_2\rangle)$$

#### Comment produire expérimentalement un état intriqué

Les expériences du groupe d'Aspect, en 1981-82 [1,2] utilisaient une désexcitation atomique en cascade que je ne décrirai pas. Les sources paramétriques sont devenus la méthode standard depuis 1988. Dans un cristal adapté, des photons pompe de fréquence  $\omega_p$  génèrent des paires de photons dites signal et idler de même fréquence  $\omega_s = \omega_i = \frac{\omega_p}{2}$  mais de polarisation orthogonale, en respectant la conservation de l'énergie: le processus de conversion est aléatoire, mais un photon pompe se convertit exactement en une paire de photons signal-idler. De plus, une propriété dite d'accord de phase doit être obtenue : la somme des vecteurs d'onde signal et idler doit être égale au vecteur d'onde pompe :  $\vec{k}_s + \vec{k}_i = \vec{k}_p$ .

L'idée la plus évidente pour obtenir l'état  $|\psi\rangle$  est d'envoyer les deux photons sur les deux voies d'entrée d'une lame semi-transparente. On obtient alors l'état voulu lorsque les deux photons veulent bien sortir chacun sur une des voies de la lame, ce qui se produit avec une probabilité  $1/2$ . Dans ce cas, les détecteurs enregistreront une coïncidence qui sera prise en compte, alors que deux photons sortant sur une même voie conduiront à une détection unique (le détecteur ne distingue pas entre un et deux photons arrivant ensemble), qui sera ignorée. L'expérience a été réalisée et conduit à une violation des inégalités de Bell [3,4].

Pour éviter cette sélection des photons, l'expérience de Kwiat et al., réalisée en 1995 et représentée page suivante, utilise une propriété de l'accord de phase dans une configuration bien choisie : les cercles du signal et de l'idler se coupent et on obtient l'état  $\frac{1}{\sqrt{2}} (|H_1V_2\rangle + |V_1H_2\rangle)$  si on appelle photon 1 celui provenant de l'intersection des faisceaux à gauche et photon 2 celui de l'intersection des faisceaux à droite. On passe à l'état  $|\psi\rangle$  par une simple rotation d'un quart de tour des coordonnées du photon 2. Certes, on évite de sélectionner les paires de photons en coïncidence, mais on sélectionne spatialement les deux zones d'intérêt de l'accord de phase, avec le gros intérêt d'éviter que les deux photons d'une paire arrivent parfois sur le même détecteur.



Expérience de Kwiat et al. , 1995 [5]

### Détection du photon 1 seul

Intéressons nous tout d'abord à la probabilité de détecter le photon 1 suivant  $\theta_1$ . Puisqu'on ne mesure pas le photon 2, on pourrait croire qu'il suffit d'"enlever" le photon 2 dans la fonction décrivant  $|\psi\rangle$ , qui se réduirait à  $|\psi_1\rangle$ . On trouverait alors  $|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos \theta_1 + \sin \theta_1) |\theta_1\rangle + (\cos \theta_1 - \sin \theta_1) |\theta_{1\perp}\rangle$ , soit une probabilité de détection suivant  $\theta_1$  :

$$P(\theta_1) = \frac{1}{2} (\cos \theta_1 + \sin \theta_1)^2 = \cos^2 \left( \theta_1 - \frac{\pi}{4} \right). \text{ Comme il est assez clair du fait de l'expression de } |\psi_1\rangle, \text{ le photon 1 serait polarisé à } 45^\circ.$$

Ce raisonnement est faux. Quoi qu'il arrive au photon 2, détecté ou non à une distance éventuellement très grande du photon 1, il faut continuer de le prendre en compte, ce qui donne :

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos \theta_1 |\theta_1 H_2\rangle + \sin \theta_1 |\theta_1 V_2\rangle - \sin \theta_1 |\theta_{1\perp} H_2\rangle + \cos \theta_1 |\theta_{1\perp} V_2\rangle),$$

Les deux premiers termes contribuent à une détection du photon 1 suivant  $\theta_1$  mais, à cause du photon 2, ne correspondent pas au même état : il faut effectuer la somme de leurs carrés et non le carré de leur somme. Soit  $P(\theta_1) = \frac{1}{2} ((\cos \theta_1)^2 + (\sin \theta_1)^2) = \frac{1}{2}$ .

Le photon 1 est dépolarisé : il est détecté avec une probabilité 1/2 sur une des voies du polariseur, quelle que soit la direction de ce polariseur.

### Détection conjointe des photons 1 et 2

Pour trouver la probabilité conjointe de détecter les photons 1 et 2 derrière deux polariseurs orientés respectivement suivant  $\theta_1$  et  $\theta_2$  il suffit d'écrire  $|\psi\rangle$  dans la base  $\overrightarrow{\theta_1}, \overrightarrow{\theta_2}$  :

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} ((\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) |\theta_1 \theta_2\rangle + \text{autres termes en } |\theta_1 \theta_{2\perp}\rangle, |\theta_{1\perp} \theta_2\rangle, |\theta_{1\perp} \theta_{2\perp}\rangle)$$

$$\text{soit } P(\theta_1 \text{ et } \theta_2) = \frac{1}{2} \cos^2(\theta_1 - \theta_2), \quad P(\theta_1 | \theta_2) = \cos^2(\theta_1 - \theta_2)$$

où la deuxième égalité est une probabilité conditionnelle : | signifie "sachant".

Il y a une très forte corrélation entre les photons. Si  $\theta_1 = \theta_2$ , les photons sortent toujours ensemble sur les voies  $\theta_1, \theta_2$  ou ensemble sur  $\theta_{1\perp}, \theta_{2\perp}$ , et ceci même si les photons sont très éloignés et si les orientations des polariseurs ont été définies tardivement, quand les photons ne pouvaient plus communiquer avant leur détection. Il y a donc incontestablement un caractère non local à ce formalisme. Cependant, peut-on en déduire dans les mots de Bell [6] que : "nous ne pouvons pas éviter que l'intervention d'un côté ait une influence causale de l'autre"? L'"intervention" est une rotation du polariseur 2. Pour déterminer l'"influence" du côté 1, calculons la probabilité

$$P(\theta_1 | \theta_{2\perp}) = \cos^2 \left( \theta_1 - \theta_2 - \frac{\pi}{2} \right) = \sin^2(\theta_1 - \theta_2), \text{ ce qui assure la relation déjà vue}$$

$$P(\theta_1) = P(\theta_1 \text{ et } \theta_2) + P(\theta_1 \text{ et } \theta_{2\perp}) = P(\theta_1 | \theta_2)P(\theta_2) + P(\theta_1 | \theta_{2\perp})P(\theta_{2\perp}) = \frac{1}{2}.$$

Il n'y a aucun moyen de s'apercevoir en 1 de la rotation du polariseur en 2, ce qui serait évidemment contraire à la relativité restreinte. On ne peut que constater la corrélation des photons après coup, en échangeant de l'information à une vitesse inférieure à celle de la lumière. On peut résumer ces lignes en écrivant :

$$[\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1] \Rightarrow \text{La mécanique quantique et la relativité restreinte sont compatibles.}$$

#### 4) Inégalités de Bell

Malgré cette compatibilité, que reste-t-il de non local dans la mécanique quantique ? Son formalisme est non local mais peut-il recouvrir une localité cachée dans l'intrication locale partagée par les photons dans la source, avant leur séparation ? Cette question a été formalisée par John Bell de la façon suivante. Notons  $S_1=1$  l'évènement "sortie du photon 1 par la voie  $\theta_1$ " et  $S_1=-1$  l'évènement "sortie du photon 1 par la voie  $\theta_{1\perp}$ ", et de même  $S_2$  pour le photon 2. Les photons sont créés ensemble dans le cristal non linéaire, par annihilation d'un même photon pompe, et ont pu, au moment de cette création, procéder à un tirage au sort commun sur leur façon d'agir face à leur polariseur respectif : ils partagent une variable aléatoire  $\lambda$  tirée au sort avec une densité de probabilité  $p(\lambda)$  et, pour cette valeur  $\lambda$  correspondant par exemple à une ligne du tableau du paragraphe 5, décident les valeurs de  $S_1, S_2$  pour toutes les orientations de polariseur qu'ils rencontreront une fois séparés. On définit ainsi deux fonctions  $S_1(\lambda, \theta_1)$  et  $S_2(\lambda, \theta_2)$ . Il est crucial de comprendre qu'une fonction  $S_1(\lambda, \theta_1, \theta_2)$  est interdite par la localité : le photon 1, au moment de traverser ou non son polariseur, ne dispose que de la valeur de  $\lambda$  et de l'orientation de son polariseur  $\theta_1$ .  $\theta_2$  lui est inconnu et a été fixé en dehors de son cône temporel. Ce point difficile étant compris, calculons :

$$E(\theta_1, \theta_2) = \langle S_1 S_2 \rangle = \int p(\lambda) d\lambda S_1(\lambda, \theta_1) S_2(\lambda, \theta_2)$$

Et autorisons une rotation possible de chaque polariseur, soit deux autres orientations  $\theta'_1, \theta'_2$ . Définissons B comme :

$$B = E(\theta_1, \theta_2) - E(\theta_1, \theta'_2) + E(\theta'_1, \theta_2) + E(\theta'_1, \theta'_2)$$

Alors, dans l'hypothèse de localité, on montre  $|B| \leq 2$ .

Cette forme des inégalités de Bell est due à *Clauser, Horne, Shimony, Holt* (CHSH) [7]. La démonstration ne pose pas de problème particulier mais est quelque peu calculatoire. J'en présenterai une forme légèrement différente au paragraphe 6 et c'est cette forme dont je transcrirai la démonstration en Annexe.

#### 5) Violation des inégalités de Bell

Je commencerai ce paragraphe par une situation où ces inégalités ne sont pas violées, alors qu'on pourrait intuitivement attendre le contraire. Le choix le plus naturel des orientations est un couple  $\theta_1 = \theta_2 = 0$ , où la corrélation est totale, et des rotations  $\theta'_1 = \theta'_2 = \frac{\pi}{4}$ , qui assurent une corrélation nulle entre, par exemple,  $\theta_1$  et  $\theta'_2$ . Ce choix fait référence à l'article Einstein-Podolsky-Rosen [8] (EPR) qui traitait des variables position et quantité de mouvement : une précision infinie sur la position d'une particule entraîne une incertitude maximale sur sa quantité de mouvement et vice-versa. Ici un photon polarisé H sort avec une probabilité 1/2 sur un polariseur orienté à  $\frac{\pi}{4}$  ou sur la voie orthogonale.

L'argument EPR devient donc : si le photon 2 est mesuré comme polarisé H, le photon 1 soumis à un polariseur (H,V) sortira en H avec une probabilité de 1. Il existe donc un élément de réalité dans sa polarisation horizontale. Or "sans perturber en aucune manière le système 1", on peut tourner le polariseur 2 et mesurer une polarisation diagonale D. Le photon 1 est donc aussi polarisé D, ce qui est impossible car polarisé H. La mécanique quantique est donc incomplète, bien que "One would not arrive at our conclusion if one insisted that two or more physical quantities can be regarded as simultaneous elements of reality only when they can be simultaneously measured or predicted [...] This makes the reality of P and Q depend upon the process of measurement carried on the first (pour cet exposé, photon 2) system, which does not disturb the second system in any way. No reasonable definition of reality could be expected to permit this". Pour John Bell [6], on doit conclure que tourner le polariseur 2 a une influence causale sur la polarisation du photon 1. J'ai expliqué au paragraphe précédent pourquoi je pensais cette interprétation excessive.

Pour les orientations  $\theta_1 = \theta_2 = 0$ ,  $\theta'_1 = \theta'_2 = \frac{\pi}{4}$ , un modèle à variables cachées reproduit parfaitement les résultats de la mécanique quantique, contrairement à ce qu'on pourrait attendre de ce lien direct avec EPR. Les photons choisissent avec une probabilité 1/4, suivant la valeur de la variable aléatoire  $\lambda$ , une des 4 lignes du tableau suivant :

$S_1(\theta_1 = 0)$	$S_1(\theta'_1 = \frac{\pi}{4})$	$S_2(\theta_2 = 0)$	$S_2(\theta'_2 = \frac{\pi}{4})$
1	1	1	1
1	-1	1	-1
-1	1	-1	1
-1	-1	-1	-1

$$\text{On calcule } B = E(0,0) - E\left(0, \frac{\pi}{4}\right) + E\left(\frac{\pi}{4}, 0\right) + E\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right) = 1 - 0 + 0 + 1 = 2$$

L'inégalité CHSH est respectée, et d'ailleurs le calcul est le même en variable cachée ou en mécanique quantique.

Avant d'indiquer les orientations conduisant à une violation, calculons  $E(\theta_1, \theta_2)$  donné par la mécanique quantique :

$$\begin{aligned} E(\theta_1, \theta_2)_{MQ} &= \langle S_1 S_2 \rangle \\ &= (1.1)P(\theta_1 \text{ et } \theta_2) + (-1).(-1)P(\theta_{1\perp} \text{ et } \theta_{2\perp}) + (1).(-1)P(\theta_1 \text{ et } \theta_{2\perp}) + (-1).(1)P(\theta_{1\perp} \text{ et } \theta_2) \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (\cos^2(\theta_1 - \theta_2) - \sin^2(\theta_1 - \theta_2)) = \cos(2(\theta_1 - \theta_2)) \end{aligned}$$

On choisit alors  $\theta_1 = 0$ ,  $\theta_2 = \frac{\pi}{8}$ ,  $\theta'_1 = \frac{\pi}{4}$ ,  $\theta'_2 = \frac{3\pi}{8}$

$$\text{soit } B_{MQ} = E\left(0, \frac{\pi}{8}\right) - E\left(0, \frac{3\pi}{8}\right) + E\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{8}\right) + E\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} > 2$$

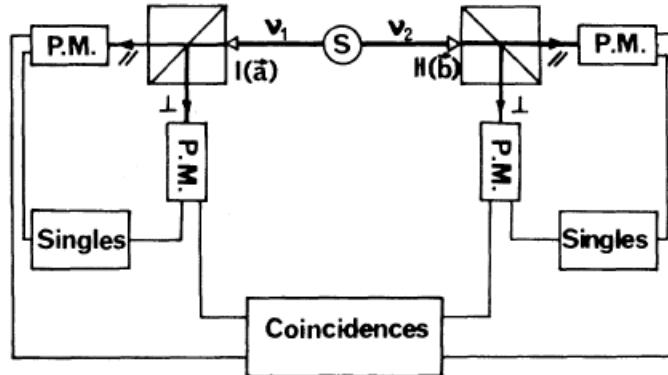
Notons le rôle de l'anti-corrélation (deuxième terme), qui ne se retrouve pas dans le raisonnement EPR. On montre sans difficulté que c'est la valeur de B maximale en fonction des orientations des polariseurs.

## 6) Expériences d'Aspect

Les premières expériences pour mesurer B, dues à Clauser [9], utilisaient des polariseurs à une seule voie, ce qui ne permettait pas une utilisation directe des relations CHSH. Dans les expériences d'Aspect, voir figure ci-dessous, les polariseurs à deux voies de sortie permettent la mesure des quatre flux de coïncidences entre les photons 1 et 2, soient, en notant + un photon sortant par  $\theta_1$  ou  $\theta_2$ , correspondant à S=1 et - les photons pour S=-1 suivant  $\theta_{1\perp}$  ou  $\theta_{2\perp}$ , les flux  $R^{++}, R^{--}, R^{+-}, R^{-+}$  exprimés en nombre de coïncidences par seconde. La fenêtre de coïncidence a une durée de 50 ns, dix fois la durée de vie de l'état intermédiaire de la désexcitation, ce qui permet d'enregistrer toutes les vraies coïncidences. On calcule alors la moyenne arithmétique :

$$E(\theta_1, \theta_2) = \overline{S_1 S_2} = \frac{R^{++} + R^{--} - R^{+-} - R^{-+}}{R^{++} + R^{--} + R^{+-} + R^{-+}}$$

On vérifie que le dénominateur représente le nombre total de coïncidences, c'est à dire la division par le nombre de répétitions de l'expérience constitutif d'une moyenne arithmétique, tandis que le numérateur est la somme des valeurs de  $S_1 S_2$  pour chaque répétition. On trouve des résultats en excellent accord avec la mécanique quantique pour toutes les différences  $\theta_1 - \theta_2$ , donc, pour les orientations adéquates, une violation des inégalités de Bell très proche de la théorie. Dans la deuxième



**FIG. 2. Experimental setup.** Two polarimeters I and II, in orientations  $\hat{a}$  and  $\hat{b}$ , perform true dichotomic measurements of linear polarization on photons  $\nu_1$  and  $\nu_2$ . Each polarimeter is rotatable around the axis of the incident beam. The counting electronics monitors the singles and the coincidences.

Dispositif expérimental de la première expérience d'Aspect. Figure tirée de [1]

expérience [2], un dispositif électro-optique aiguillait les photons, disons 2, sur deux polariseurs d'orientation différente, et ceci suffisamment tardivement pour être en dehors du cône temporel du photon 1 : la nature est non locale. Il faut cependant faire deux commentaires :

#### -"fair-sampling" assumption

Les rendements quantiques, c'est à dire les probabilités de détection d'un photon incident sur un détecteur, étaient faibles, ce qui veut dire que la plupart des paires n'étaient pas détectées, ou un seul photon était détecté ce qui ne donnait pas de coïncidence. Il faut donc admettre que la statistique des paires détectées est représentative de celle de l'ensemble des paires. On montre que cette hypothèse peut être levée si les rendements quantiques sont supérieurs à 0,83, ce qui est le cas dans les expériences "loophole-free" de 2015 [10].

#### Soustraction des coïncidences accidentnelles

Deux photons détectés en coïncidence ne proviennent pas forcément d'une paire intriquée. Deux paires peuvent fournir chacune un photon dans la fenêtre de coïncidence ou, plus rarement, un photon détecté peut coïncider avec une fausse détection due au bruit de fond du détecteur. Ces coïncidences accidentnelles se répartissent également sur les quatre flux de coïncidences et n'influent donc pas sur le numérateur de  $\overline{S_1 S_2}$ , en tout cas dans la limite d'un grand nombre d'événements. En revanche, elles augmentent le dénominateur. Il est relativement aisé de connaître leur nombre à partir des flux de détection de photons seuls. Elles ont donc été soustraites du dénominateur, soit une soustraction de  $10 \text{ s}^{-1}$  pour un flux corrigé de  $40 \text{ s}^{-1}$ . Si on n'effectue pas cette correction, les inégalités de Bell ne sont pas ou sont peu violées dans les expériences d'Aspect. La première expérience où cette soustraction n'a pas été effectuée est celle du groupe de Zeilinger en 1998 [11], puis bien sûr dans les expériences de 2015.

Soustraire les coïncidences accidentnelles revient à remplacer les produits d'intensités par les covariances de ces intensités: par exemple  $I_1^+ \cdot I_1^+$  sur  $\theta_1$  est remplacé par  $I_1^+ - \langle I_1^+ \rangle$  et

$I_1^+ I_2^+$  par  $I_1^+ I_2^+ - \langle I_1^+ \rangle \langle I_2^+ \rangle$ . Or,

- on verra en annexe que la démonstration des inégalités CHSH sous la forme Aspect, effectuée en 1986 [12] quatre ans après l'expérience, utilise  $\left| \frac{I_i^+ - I_i^-}{I_i^+ + I_i^-} \right| \leq 1$ ,  $i=1$  ou  $2$ . Ce n'est vrai que pour des intensités positives, ce qui n'est pas forcément le cas de  $I_i^+ - \langle I_i^+ \rangle$ . Dans une expérience idéale, on a  $I_i^+ + I_i^- = 1$  toujours, soit  $I_i^+ + I_i^- - \langle I_i^+ + I_i^- \rangle = 0$ . Il n'y a plus d'inégalités de Bell si on utilise les covariances.

- Nous avons montré [13] que, pour des états gaussiens tels que la fluorescence paramétrique utilisée après 1988, l'utilisation des covariances permet l'obtention de  $B_{MQ}$  quels que soient les flux, y compris pour des flux si intenses qu'on détecte l'intensité et non les photons. Bien que ne connaissant pas les propriétés exactes de l'état utilisé en 1981, je ne suis donc pas surpris de trouver un excellent accord avec la théorie en soustrayant les coïncidences accidentnelles.

Curieusement, la "fair-sampling assumption" a été beaucoup plus commentée que la soustraction des coïncidences accidentnelles. Il n'en reste pas moins que Zeilinger, bien connu aussi pour les expériences de son groupe sur la téléportation quantique, a partagé le prix Nobel 2022 avec Clauser et Aspect.

## 7) Simulations stochastiques et variables cachées

Les simulations quantiques stochastiques, voir [14], semblent à première vue très proches d'un modèle à variables cachées. Décrivons-en rapidement et sans équations le principe.

1) A l'entrée du cristal, on tire au sort, à partir de lois gaussiennes, les parties réelles et imaginaires des champs électriques signal et idler sur chaque polarisation. Les champs obtenus représentent le vide quantique, avec une énergie moyenne d'un demi-photon par mode (unité d'information) spatio-temporel et par polarisation.

2) La propagation dans le cristal non linéaire, modélisée classiquement, entraîne une forte corrélation entre le signal et l'idler.

3) A la détection, la projection des champs sur les directions des polariseurs permet de calculer l'intensité sur chaque voie de sortie.

En moyennant un très grand nombre de répétitions de la simulation, on retrouve les résultats théoriques, y compris en calculant des produits d'intensité et non leur covariance si les intensités sont faibles.

En fait, on ne peut pas assimiler chaque répétition de la simulation à une expérience réelle car on doit au final retrancher le demi-photon par mode injecté au départ, ce qui peut conduire à une intensité négative. Seule la moyenne sur un grand nombre de répétitions a un sens physique précis, avec bien sûr une intensité qui doit être positive. De plus, on détecte dans le monde réel des nombres entiers de photons alors que l'intensité sur une répétition de la simulation peut prendre toute valeur, entière ou non entière.

On peut assimiler une répétition de la simulation à une répétition de l'expérience seulement dans le cas d'un très grand nombre de photons par mode, où à la fois la correction d'un demi-photon et la discrétisation en nombres entiers de photons peuvent être ignorées. Dans ce cas, la simulation stochastique constitue bien un modèle à variables cachées, ce qui n'est pas perturbant car, comme on l'a vu,  $B_{MQ}$  n'est obtenu qu'en utilisant les covariances, non sujettes aux inégalités de Bell.

## 8) Actualité de la non localité

Les photons intriqués ont été utilisés dans un grand nombre d'applications en optique quantique. Je ne citerai que la téléportation quantique [15] et la cryptographie à l'aide de photons intriqués [16] comme deux des premières applications.

Merci à Stefan Neuwirth pour sa relecture attentive.

## Références

- [1] A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger, "Experimental Tests of Realistic Local Theories via Bell's Theorem", *Phys. Rev. Lett.* **49**, 91 (1982)
- [2] A. Aspect, J. Dalibard, and G. Roger, "Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analyzers", *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1804 (1982)
- [3] Y. H. Shih and C. O. Alley, "New Type of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Experiment Using Pairs of Light Quanta Produced by Optical Parametric Down Conversion", *Phys. Rev. Lett.* **61**, 2921 (1988)
- [4] Z. Y. Ou and L. Mandel, "Violation of Bell's Inequality and Classical Probability in a Two-Photon Correlation Experiment", *Phys. Rev. Lett.* **61**, 50 (1988)
- [5] P. G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, A. Zeilinger, A. V. Sergienko, and Y. Shih, "New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs", *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4337 (1995).

- [6] J.S.Bell, *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge 1987., cité et traduit par Jean Bricmont, *Académie des Sciences morales et politiques*
- [7] JF Clauser, MA Horne, A Shimony and R A Holt, "Proposed experiment to test local hidden-variable theories" *Phys. Rev. Lett.* **23**, 880–4 (1969)
- [8] A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen," Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?" *Phys. Rev.* **47**, 777–80 (1935)
- [9] J F Clauser and MA Horne "Experimental consequences of objective local theories" *Phys. Rev.D* **10** 526–35 (1974)
- [10] M. Giustina et al., "Significant Loophole-Free Test of Bell's Theorem with Entangled Photons", *Phys. Rev. Letters* **115**, 250401 (2015); L. K. Shalm et al., "Strong Loophole-Free Test of Local Realism", *Phys. Rev. Letters* **115**, 250402 (2015); B.Hensen et al., "Loophole-free Bell inequality violation using electron spins separated by 1.3 kilometres", *Nature* **526**, 682 (2015)
- [11] G. Weihs T. Jennewein, C. Simon, H. Weinfurter and A. Zeilinger,"Violation of Bell's Inequality under Strict Einstein Locality Conditions", *Phys. Rev. Letters* **81**, 5039 (1998)
- [12] MD. Reid and DF Valls "Violations of classical inequalities in quantum optics" *Phys. Rev. A* **34**, 1260–76 (1986)
- [13] E. Lantz, F. Devaux and S. Massar, "Detecting single photons is not always necessary to evidence interference of photon probability amplitudes" *Phys. Rev. A* **110**, 023701 (2024)
- [14] E. Lantz, M. Mabed and F. Devaux, "Violation of Bell inequalities by stochastic simulations of Gaussian States based on their positive Wigner representation, *Physica Scripta* **96**, 045103 (2021)
- [15] D. Bouwmeester, J.W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter and A. Zeilinger, "Experimental quantum teleportation" *Nature* **390**, 575–579 (1997)
- [16] T. Jennewein, C. Simon, G. Weihs, H. Weinfurter and A. Zeilinger, "Quantum Cryptography with Entangled Photons" *Phys. Rev. Letters* **84**, 4730 (2000)
- [17] DF Walls and GJ Milburn, *Quantum Optics* 2nd edn (Berlin: Springer) (2008)

### Annexe : démonstration des inégalités de Bell dans leur version CHSH-Aspect

La normalisation des inégalités CHSH présente dans [1] et [2] n'apparaît pas dans CHSH [7]. Elle a sans doute été pensée par le groupe d'Aspect comme une simple moyenne arithmétique, comme expliqué au paragraphe 6. Cependant, en cas de coïncidence accidentelle, il peut y avoir plusieurs coïncidences dans une seule fenêtre et il vaut mieux suivre la démonstration d'abord exposée dans [12], puis reprise dans [17], que je transcris ici.

Soit  $S_i(\lambda, \theta_i) = \frac{I_i^+(\lambda, \theta_i) - I_i^-(\lambda, \theta_i)}{I_i^+(\lambda, \theta_i) + I_i^-(\lambda, \theta_i)} = \frac{I_i^+(\lambda, \theta_i) - I_i^-(\lambda, \theta_i)}{I_i(\lambda)}$ ,  $i=1$  ou  $2$ ,  $I_i(\lambda) = I_i^+(\lambda, \theta_i) + I_i^-(\lambda, \theta_i)$  par définition.  $I_i(\lambda)$  ne dépend pas de  $\theta_i$  car un photon sort toujours sur une voie du polariseur.

Les intensités étant positives, on a  $|S_i| \leq 1$ .

Définissons :  $E(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{N} \int f(\lambda) d\lambda S_1(\lambda, \theta_1) S_2(\lambda, \theta_2)$ , avec  $f(\lambda) = p(\lambda) I_1(\lambda) I_2(\lambda)$ ,  $p(\lambda)$  densité de probabilité et  $N = \int f(\lambda) d\lambda$ .

$E(\theta_1, \theta_2)$  n'est donc plus égal à  $\langle S_1 S_2 \rangle$ , de façon à faire apparaître un facteur  $N$  de normalisation égal au dénominateur utilisé dans [1] et [2].

D'où  $E(\theta_1, \theta_2) = \frac{\langle (I_1^+(\theta_1) - I_1^-(\theta_1))(I_2^+(\theta_2) - I_2^-(\theta_2)) \rangle}{\langle (I_1^+(\theta_1) + I_1^-(\theta_1))(I_2^+(\theta_2) + I_2^-(\theta_2)) \rangle}$ , c'est bien le ratio de coïncidences normalisé utilisé dans [1] et [2].

Dans la démonstration qui suit, faire bien attention au rôle des valeurs absolues dans les inégalités.

$$\begin{aligned} E(\theta_1, \theta_2) - E(\theta_1, \theta'_2) &= N^{-1} \int f(\lambda) d\lambda S_1(\lambda, \theta_1) S_2(\lambda, \theta_2) [1 \pm S_1(\lambda, \theta'_1) S_2(\lambda, \theta'_2)] \\ &\quad - N^{-1} \int f(\lambda) d\lambda S_1(\lambda, \theta_1) S_2(\lambda, \theta'_2) [1 \pm S_1(\lambda, \theta'_1) S_2(\lambda, \theta_2)] \end{aligned}$$

or  $|S_i| \leq 1 \Rightarrow |S_1(\lambda, \theta_1) S_2(\lambda, \theta_2)| \leq 1$

d'où

$$\begin{aligned} |E(\theta_1, \theta_2) - E(\theta_1, \theta'_2)| &\leq N^{-1} \int f(\lambda) d\lambda [1 \pm S_1(\lambda, \theta'_1) S_2(\lambda, \theta'_2)] \\ &\quad + N^{-1} \int f(\lambda) d\lambda [1 \pm S_1(\lambda, \theta'_1) S_2(\lambda, \theta_2)] = 2 \pm (E(\theta'_1, \theta'_2) + E(\theta'_1, \theta_2)) \end{aligned}$$

soit  $|B| \leq 2$ , avec  $B = E(\theta_1, \theta_2) - E(\theta_1, \theta'_2) + E(\theta'_1, \theta'_2) + E(\theta'_1, \theta_2)$