SYMETRIES ET CORRELATIONS QUANTIQUES

Die ganzen 50 Jahre bewusster Grübelei haben mich der Frage "was sind Lichtquanten " nicht näher gebracht. Heute glaubt zwar jeder Lump, er wisse es, aber er täuscht sich"

A. Einstein, 1951

Non fingendum aut excogitandum sed videndum quod natura ferat aut faciat

I. Newton

Le problème du référentiel est de toute première importance dans toute théorie physique, car il est étroitement relié à la question des conditions d'application des lois et des principes physiques. S'il est amplement traité en relativité, il est au contraire totalement évacué dans tout ce qui a été écrit à propos de la mécanique quantique.

Pourtant, la formulation de lois physiques n'a de sens que dans la mesure où celles-ci s'appliquent au plus grand nombre possible de situations spatio-temporelles du laboratoire où leur validité peut être soumise à l'épreuve de l'expérience, ou bien, ce qui revient au même, à l'ensemble le plus étendu possible de points de vue équivalents pour observer le monde des phénomènes physiques. Les transformations spatio-temporelles connectant différentes situations entre elles, ou bien différents points de vue équivalents les uns relativement aux autres sont les transformations d'invariance de la théorie physique; on les appelle le plus souvent les symétries fondamentales de l'espace-temps.

La notion d'invariance est inhérente à la théorie physique : tous les physiciens tomberaient d'accord pour admettre que le monde est compréhensible, c.a.d. que l'on pourra peut-être parvenir un jour à la construction d'une théorie physique globale valable pour tous les temps et tous les lieux de l'univers. Comme seuls les phénomènes reproductibles sont susceptibles d'être étudiés scientifiquement, la toute première pierre de construction de la théorie physique consiste à dresser la liste exhaustive de toutes les situations permettant la reproduction des phénomènes. C'est après cela seulement qu'il deviendra possible de les décrire au moyen de lois invariantes.

Giordano Bruno et Galilée ont été les premiers à remarquer que les lois de la mécanique (celles de la chute des corps) étaient les mêmes sur un bateau voguant d'un mouvement rectiligne et uniforme sur une mer calme, et sur la terre ferme. Bien qu'ils n'aient pas jugé utile d'ériger en principe cette constatation, celle-ci doit néanmoins être considérée comme l'expression la plus ancienne du principe de relativité. Galilée a insisté sur l'impossibilité de détecter le mouvement du navire par des expériences effectuées à son bord; le navire constitue le prototype du référentiel galiléen, au sens actuel de ce terme, car il se comporte comme un système physique isolé , c.a.d. soustrait à l'action de toute cause extérieure. L'impossibilité de détecter le mouvement du référentiel galiliéen par des expériences internes est équivalente au principe que les phénomènes physiques sont reproductibles dans tous les systèmes physiques isolés.

Qu'entend-on par reproductibilité ? "Les mêmes causes produisent toujours les mêmes effets". Cette phrase bien connue est le résumé le plus bref du déterminisme laplacien. Cependant, les processus quantiques contredisent cette doctrine, et même en physique classique, les processus obéissant strictement au déterminisme laplacien sont l'exception, la sensibilité aux infimes variations des conditions initiales étant la règle. En mécanique céleste, par exemple, ce phénomène entre en jeu dès que le nombre de corps en interaction gravitationnelle dépasse deux. Introduisons par convention le terme de multidéterminisme pour désigner le type suivant d'évolution : lorsque l'état initial est connu avec toute la précision que permettent nos instruments, la prédiction avec une certitude absolue de l'état final n'est plus possible car une gamme assez large d'états finaux est alors accessible, la répétition de l'expérience un grand nombre de fois montrant alors que ces états finaux se reproduisent toujours avec les mêmes probabilités; inversement, la "rétrodiction" de l'état initial à partir de l'état final n'est pas possible non plus, car il est l'un parmi un ensemble d'états initiaux possibles.

L'expérience confirme l'hypothèse physique suivante : Lorsqu'un système isolé évolue d'un état initial i vers l'un quelconque d'un ensemble F d'états finaux, n'importe quel état f de F est accessible à partir du même ensembe I d'états initiaux (comprenant i), et n'importe quel état i' appartenant à I mène exclusivement aux états de F, l'état final étant l'un quelconque des états de cet ensemble. En d'autres termes, la prédiction et la "rétrodiction" se font avec une certitude absolue de I à F; le déterminisme de Laplace correspond au cas particulier où ces deux ensembles se réduisent à un seul élément chacun. Le multidéterminisme est un déterminisme strict entre les ensembles d'états I et F.

Notre connaissance des processus multidéterministes ne peut aller plus loin que le répertoire des états accessibles (ce qu'on appellera le spectre) avec les probabilités correspondantes. Qu'entend-on par reproductibilité dans le cas d'une évolution multidéterministe ? En répétant la même expérience un très grand nombre de fois, préparée dans les mêmes conditions initiales connues toujours avec la même précision, on vérifiera dans notre laboratoire, supposé se trouver dans les conditions idéales du système isolé, la reproduction du même spectre toujours avec les mêmes probabilités.

L'absence de reproductibilité a toujours été considérée par les physiciens comme l'indice révélant l'existence de causes supplémentaires non prises en compte, et agissant différemment lors de chaque répétition de l'expérience. Les physiciens ont toujours réussi à rétablir la reproductibilité, en élargissant les limites du système de manière à inclure ces causes supplémentaires et en les soumettant au controle expérimental.

Le multidéterminisme correspond ainsi à l'existence de conditions restrictives dans les modes d'évolution possibles d'un système, qui peuvent en toute généralité être écrites sous la forme de relations entre les paramètres X et X' caractérisant ce système dans l'état initial et l'état final respectivement (pour fixer les idées, on pourra se représenter une collision de particules par exemple):

$$F(X) = F'(X') .$$

En l'absence d'autres hypothèses, la forme et le nombre des fonctions F et F' intervenant dans ces relations de conservation sont totalement inconnues. Cependant, on peut s'assurer que la condition d'invariance de ces lois de conservation est suffisamment contraignante pour déterminer à la fois leur forme et leur nombre, lorsque les transformations d'invariance sont les symétries fondamentales des référentiels galiliéens (reproductibilité des expériences de physique par translation et par rotation du laboratoire dans l'espace euclidien du référentiel, reproductibilité à toute date, reproductibilité dans un laboratoire en mouvement de translation uniforme par rapport à l'espace du référentiel). En effet, G désignant une transformation quelconque d'invariance galiléenne, les relations suivantes, en nombre infini, sont satisfaites aussi (quand on passe à un point de vue équivalent, la loi ne change pas, mais les paramètres décrivant le système changent) :

$$F(GX) = F'(GX') .$$

Elles correspondent à la conservation de nouvelles grandeurs GF = GF' , dont la prolifération ne pourra être empêchée que si les fonctions F , F' prennent des formes très particulières. Les fonctions F , F' doivent être choisies de telle sorte que les transformations d'invariance G ne produisent jamais de grandeurs conservatives indépendantes de celles de départ. Comme ces transformations agissent linéairement dans l'espace des fonctions, les F (F') forment nécéssairement une base d'un sous-espace linéaire invariant par le groupe des transformations d'invariance, et de dimension inférieure au nombre de paramètres décrivant le système; à chaque transformation G, il correspond alors une matrice M(G) dans cette base; **l'ensemble des M(G) forme ce que l'on appelle une représentation du groupe, et les grandeurs conservatives la base de cette représentation.** La théorie des groupes permet de classer les grandeurs d'après les représentations irréductibles du groupe, éventuellement réductibles par rapport à un sous-groupe; si l'on considère le sous-groupe des rotations de l'espace euclidien, le seul qui sera utile dans cet article, les représentations irréductibles se classent ainsi:

i) représentation scalaire (énergie) : on effectue la moyenne des grandeurs F par rapport à un ensemble de points de vue équivalents

$$E(X) = \sum_G F(GX) / \sum_G 1$$

où la sommation est étendue au sous-groupe des rotations (étendue au groupe complet des transformations d'invariance, comprenant les changements de référentiel galiléen, la somme écrite serait divergente). Dans le cas de collisions à n corps par exemple, la moyenne précédente n'est pas différente de ce qu'on obtient en considérant le groupe à deux éléments composé de l'identité et du retournement de toutes les vitesses :

$$E(X) = (F(X)+F(-X))/2$$

ii) représentation vectorielle (moment cinétique, ou bien impulsion) :

c'est la grandeur à trois composantes qui dans le cas de la dimension un se réduit à :

$$P(X) = (F(X)-F(-X))/2$$

iii) éventuellement, d'autres représentations encore, selon la nature du système...

La considération des changements de référentiel galiléen permet d'achever la détermination de l'énergie et de l'impulsion. Pour être brefs, analysons une expérience particulière en dimension un, la désintégration d'une particule en deux fragments identiques. Supposant l'énergie et l'impulsion additives (ce qui pourrait se démontrer), la conservation de l'énergie s'écrit dans le référentiel de repos de la particule initiale :

$$m(\varepsilon(x) + \varepsilon(-x)) = m_o \varepsilon(o)$$

L'énergie $\varepsilon(x)$, fonction paire, et l'impulsion $p(x)$, fonction impaire, dépendent de la rapidité x, paramètre additif de vitesse. Dans le référentiel en mouvement avec la rapidité y, la conservation de ces grandeurs s'écrit :

$$m(\varepsilon(y+x) + \varepsilon(y-x)) = m_o \varepsilon(y)$$

$$m(p(y+x) + p(y-x)) = m_o p(y)$$

Les quotients de ces deux dernières relations avec la première donnent les équations fonctionnelles suivantes, dont l'écriture a été simplifiée en adoptant la convention $\varepsilon(0) = 1$, faisant apparaitre ainsi leur identité avec les formules d'addition des lignes trigonométriques :

$$\varepsilon(y+x) + \varepsilon(y-x) = 2\varepsilon(x)\varepsilon(y)$$

$$p(y+x) + p(y-x) = 2\varepsilon(x)p(y)$$

Les seules solutions régulières sont :

$$\varepsilon(x) \sim \cosh x$$

$$p(x) \sim \sinh x$$

La relativité restreinte s'en déduit, en faisant l'économie du principe d'invariance de la vitesse de la lumière; on pourrait également faire voir que la vitesse s'exprime en fonction de la rapidité x par $v = c$ tangh x (réf 1). Ainsi, la théorie fait apparaitre naturellement une constante universelle, qui n'est autre que...la vitesse maximum de la propagation de l'énergie !

Il est inutile de recourir au formalisme hamiltonien ou lagrangien pour comprendre l'origine et le sens profond de lois de conservation en physique. En effet, au lieu de postuler un schéma particulier d'organisation de la nature selon des règles mathématiques préétablies, une hypohèse physique beaucoup plus modeste suffit : on suppose que le monde n'est pas le règne de l'arbitraire le plus total, qu'il existe bien certaines conditions restreignant les évolutions possibles, sans préjuger de leur nature; et l'on constante ensuite que les invariances fondamentales sont suffisamment contraignantes pour fixer à la fois leur nombre et leur forme. C'est ce qui est illustré ci-dessus par l'exemple de la dynamique relativiste. L'existence de conditions restrictives et la reproductibilité des phénomènes suffisent pour expliquer les régularités observées, et en particulier pour comprendre l'exclusion du mouvement perpétuel. Par rapport à un exposé où les lois de conservation découlent d'un schéma hamiltonien ou lagrangien, leur fondements se trouvent certainement consolidés.

Dans cet article, on explorera tout ce qu'impliquent les invariances dans le cas du système quantique le plus simple, celui des spins 1/2. Il s'agit d'une première tentative de reformulation de la théorie de ce type de systèmes, à partir d'hypothèses physiques en nombre le plus réduit possible. Le but recherché est bien de comprendre autrement la mécanique quantique. Mais au lieu de chercher à fabriquer de toutes pièces un mode d'interprétation en accord avec des présuppositions philosophiques, on se bornera à prendre acte d'un certain nombre de faits observables que la nature nous livre, que l'on résumera sous la forme d'hypothèses ayant un caractère de généralité suffisante, d'où l'on déduira ensuite le formalisme capable de relier entre elles toutes les mesures physiques possibles. Pour cela, il faudra d'abord explorer qualitativement la physique des spins 1/2 pour approcher leur spécificité. Les hypothèses physiques seront dégagées au cours de cette exploration. On établiera ensuite les lois de probabilités tant pour la mesure simple que dans le cas des corrélations du type E.P.R, dont une étude originale sera proposée, et on verra finalement que le seul formalisme possible est celui de la mécanique quantique.

1) Principes et concepts de base de la théorie des spins 1/2.

L'objectif est ici d'énoncer, et de commenter, un nombre minimum d'hypothèses physiques, à partir desquelles la mécanique des objets quantiques de spin 1/2 sera déduite dans les paragraphes suivants.

Il est conseillé au lecteur de se reporter aux chapîtres 5 et 6 de l'ouvrage Mécanique Quantique de Feynman pour toutes les explications concernant les propositions annotées par <<F>>. Le but de cet article est principalement de montrer que la mécanique des spins peut être construite à partir d'un nombre moindre de principes que ceux postulés par cet auteur, en évitant particulièrement le postulat de l'amplitude, selon lequel la probabilité se présente comme le carré d'une amplitude, et qui joint au principe de superposition constitue la proposition à la fois la plus centrale et la plus mystérieuse de toute la théorie quantique.

Il est raisonnable de penser que les hypothèses physiques que nous allons énoncer ont un caractère de généralité suffisante pour permettre l'extension, au cours d'études ultérieures, à des objets quantiques de nature plus complexe. Les systèmes de spin 1/2 , les plus simples, ont l'avantage d'être le prototype d'un grand nombre de systèmes quantiques, car ils réunissent trois traits caractéristiques qui ne se présentent jamais conjointement dans les systèmes classiques : états discrets, multidéterminisme, et description par les valeurs particulières de variables dynamiques, c.a.d. dont l'échange au cours des interactions est régi par des relations de conservation.

a) Le spin 1/2, variable dichotomique :

La manifestation de la variable spin exige un appareillage du type de celui de Stern et Gerlach, comportant un gradient de champ magnétique dans une direction particulière (notation SGz ,où z désigne la direction), et susceptible de séparer un faisceau de N atomes en deux sous-faisceaux "up" et "down" notés constitués de N(z+) et N(z-) atomes respectivement (voir <<F>>). On peut utilement considérer la version améliorée qu'en propose Feynman, dans laquelle les deux voies peuvent être recomposées ensemble pour restituer sans aucun changement observable le faisceau initial (position neutre N), ou bien les deux voies sont ouvertes (analyseur A), ou bien encore l'une des deux voies est fermée par l'absorption de l'un des sous-faisceaux (filtre ou polariseur F).

b) Etats purs et mélanges statistiques :

Il convient de distinguer le cas de l'événement unique, où un seul atome est envoyé à travers l'appareil SGz, de celui de l'ensemble statistique défini comme la répétition N fois de cette expérience pour des conditions de préparation initiale identiques.

Si l'appareil SGz est en position d'analyseur, l'objet quantique unique est dit préparé dans l'état pur "up", ou bien dans l'état pur "down" par son passage à travers l'appareil. L'expérience unique est stochastique.

La répétition N fois de cette expérience est dite fournir un mélange statistique constitué de N(z+) objets dans l'état "up" et de N(z-) objets dans l'état "down".

c) La reproductibilité des phénomènes physiques :

L'évolution correspondant à l'événement unique est multidéterministe (bidéterministe dans le cas du spin 1/2), mais sa répétition un très grand nombre N de fois présente un caractère strictement monodéterministe : ainsi, lorsque l'objet quantique est constamment préparé dans l'état "up" de l'appareil SGz, les rapports des fréquences N(u+) / N et N(u-) / N observées dans les deux voies d'un appareil SGu tendent vers des valeurs limites, les probabilités P(z+,u+) et P(z+, u-) des voies "up" et "down".

Il est raisonnable de considérer la succession de N expériences comme une seule expérience "macroscopique". Celle-ci est répétable, dans le sens que les probabilités des deux voies sont constantes, pour des conditions de préparation initiale toujours identiques : elles sont indépendantes de la position spatiale et de l'orientation du laboratoire, et de la date, pourvu que l'on se place dans les conditions idéales du référentiel galiléen, c.a.d. du système physique isolé.

Ainsi, pour un faisceau de N atomes préparés dans l'état pur correspondant à la voie "up" de l'appareil SGz, les probabilités de passage dans les deux voies de SGu sont constantes dans le temps en vertu de l'invariance temporelle, et en vertu de l'invariance rotationnelle ne dépendent pas des orientations absolues des deux appareils, mais de leurs orientations relatives, c.a.d. de la valeur absolue de l'angle θ entre les directions u et z. Les probabilités correspondant aux deux voies peuvent être écrites :

$$P(z+, u+) = (1 + C(\theta))/2 = C_+(\theta)$$

$$P(z+, u-) = (1 - C(\theta))/2 = C_-(\theta)$$

expressions dans lesquelles la fonction paire $C(\theta)$ jouit encore de la propriété $C(\theta+\pi) = - C(\theta)$ évidente du fait que le retournement de l'axe d'observation u revient à échanger les probabilités des voies supérieure et inférieure. Remarquons encore que

$$C_+(\theta) - C_-(\theta) = C(\theta) \quad ,$$

d'où il découle la relation entre les fréquences dans les deux voies :

$$N(u+) - N(u-) = C(\theta) \, (N(u+) + N(u-)) .$$

En l'absence de causes supplémentaires agissant sur le phénomène, la fonction $C(\theta)$ dépend de l'angle relatif θ, à l'exclusion de tout autre paramètre, et les probabilités quantiques de transition présentent alors un caractère de réversibilité :

P(z+, u+) = P(u+, z+)
P(z+, u-) = P(u-, z+)

d) L'absence d'observation n'entraine aucune modification :

Les probabilités de transition d'un état polarisé "up" ou "down" par rapport à SGz vers les deux voies de SGu peuvent éventuellement dépendre encore des appareils interposés, s'il y en a (rappelons que les hypothèses physiques énoncées sont considérées comme des faits expérimentaux) :

i) L'appareil intermédiaire est en position neutre (N=non-observation) :

tout se passe alors comme si cet appareil était absent : les probabilités quantiques de transition de SGz à SGu ne subissent aucune modification.

ii) L'appareil intermédiaire est en position de filtre "up" (F) :

les N objets préparés par SGz sont ensuite filtrés par SGv ; pris individuellement, ils sont soit absorbés, soit"(re)préparés" dans la voie "up" de ce dernier, les probabilités quantiques correspondantes P(z+, v+) étant celles de la transition de SGz à SGu ; les objets filtrés dans la voie supérieure ("up") de SGv sont ensuite "analysés" dans les deux voies de SGu, vers lesquelles ils sont déviés avec les probabilités quantiques P(v+, u+) et P(v+, u-) ; il apparait que les fréquences observées dans les trois canaux - "up" et "down" de SGu, absorption par SGv - concordent avec le résultat donné par la règle classique des probabilités conditionnelles :

N (u+) = P(z+, v+) P(v+, u+) N

N (u-) = P(z+, v+) P(v+, u-) N

N(absorption par SGv) = P(z+, v-) N

iii) L'appareil intermédiaire est en position d'analyseur (A) :

Les N objets préparés dans la voie SGz+ sont individuellement, et successivement, polarisés dans les voies SGv+ et SGv- de l'appareil intermédiaire dont il sort un mélange statistique constitué de N(v+) et N(v-) objets quantiques, et les probabilités de transition sont comme dans le cas précédent en accord avec la règle des probabilités conditionnelles :

$\underline{P}$(z+, u+) = P(z+, v+) P(v+, u+) + P(z+, v-) P(v-, u+)

$\underline{P}$(z+, u-) = P(z+, v+) P(v+, u-) + P(z+, v-) P(v-, u-)

(Les probabilités composées sont soulignées pour les distinguer des probabilités quantiques, car l'identification mènerait à une équation fonctionnelle dont les solutions seraient physiquement inacceptables, comme on le verra plus loin). Les fréquences dans les deux voies sont données par :

$$N(u+) = C_+(\theta_2)\, N(v+) \;+\; C_-(\theta_2)\; N(v-)$$

$$N(u-) = C_-(\theta_2)\; N(v+) \;+\; C_+(\theta_2)\; N(v-)$$

avec $N(v+) \;=\; C_+(\theta_1)\; N$ et $N(v-) \;=\; C_-(\theta_1)\; N$,

et où θ_1 et θ_2 désignent les angles entre les directions z et v, v et u respectivement. Avec les notations précédentes, on vérifie aisément que $N(u+) + N(u-) = N$ et que :

$$N(u+) - N(u-) \;=\; (C_+(\theta_2) - C_-(\theta_2))\; (N(v+) - N(v-)) = \; C(\theta_2)\; (N(v+) - N(v-))$$

$$N(v+) - N(v-) \;=\; (C_+(\theta_1) - C_-(\theta_1))\, N \;=\; C(\theta_1)\, N \;.$$

e) Caractère contextuel des variables quantiques .

Peut-on raisonnablement envisager que le spin ait une valeur préassignée ("up" ou "down") dans une direction où l'on n'effectue pas d'observation ?

Dans l'affirmative, chaque spin préparé dans l'état SGz serait "up" ou bien "down" dans une direction quelconque. Les nombres d'occupation dans deux directions u et v quelconques faisant entre elles l'angle θ_2 seraient, d'après ce qui précède, reliés par :

$$N(u+) - N(u-) = C_+(\theta_2)\; (\, N(v+) - N(v-))$$

Considérant les trois directions z, v et u, on serait ainsi amené à écrire l'équation fonctionnelle suivante, où θ_1 et θ_2 et $\theta_1 *\theta_2$ désignent les angles entre z et v, v et u, z et u respectivement (ce dernier pouvant varier lorsque les deux autres sont fixes) :

$$C(\theta_1)\;\; C(\theta_2) \;=\; C(\theta_1 *\theta_2)\;,$$

dont les seules solutions réelles, $C(\theta) = 0$ et $C(\theta) = 1$, sont à rejeter parce qu'elles ne correspondent pas aux observations.

Par conséquent, le spin d'un objet quantique individuel selon une certaine direction n'a pas de réalité en dehors d'un acte d'observation effectué dans cette direction : le spin est une variable contextuelle, en ce sens qu'il n'est pas une propriété de l'objet en lui-même, mais qu'il intervient pour décrire les différents modes de relation possibles de l'objet à son environnement, l'appareil permettant la manifestation du spin dans une direction particulière. Il est impossible de construire un appareil qui soit à la fois un SGz et un SGx (la superposition de gradients de champ magnétique dans les directions x et z donne un gradient dans une direction intermédiaire). Pour un objet individuel, les spins selon les directions perpendiculaires z et x ne peuvent avoir de sens physique simultanément : ce sont des variables incompatibles.

L'acte d'observation intervient comme un moment de rupture par rapport au passé, dans l'histoire de l'objet observé, et présente par là un caractère d'irréversibilité. Ce fait peut être illustré de manière saisissante par l'expérience suivante : préparons un objet dans la voie "up" de l'appareil SGz, puis observons la voie qu'il emprunte lors de son passage dans l'appareil SGx orienté perpendiculairement par rapport au premier. La répétition N fois fait voir qu'il emprunte les deux voies avec des probabilités égales. Faisons passer le sous-faisceau de N/2 spins "up" selon x dans un second appareil SGz orienté parallèlement à la direction de préparation initiale : N/4 objets seront spin-"up" et N/4 seront spin-"down" dans la direction z alors qu'ils ont tous été préparés dans l'état de spin "up" selon z au départ. Autrement dit, par l'acte d'observation en SGx le souvenir de la préparation initiale a été totalement perdu !

f) Le spin, variable dynamique.

Pour un objet quantique individuel,seul a un sens physique le spin selon la direction du champ magnétique régnant dans son environnement immédiat. Est-il possible de définir le spin d'un ensemble statistique de N objets, de telle sorte que cette grandeur ait un sens dans une direction quelconque ? On procède de la manière suivante: parmi les N objets tous préparés de la même manière, on effectue le prélèvement d'un échantillon statistique comprenant un nombre macroscopiquement grand Nu >> 1 , mais tel que l'ensemble ne soit pas affecté par ce prélèvement (Nu << N). Ces Nu objets sont envoyés dans un appareil SGu où ils se séparent dans les proportions p(u+) = N(u+) / N et p(u-) = N(u-) / N . Le spin moyen (par objet quantique) de l'ensemble statistique dans la direction u est défini comme la grandeur :

$$< Su > = (1/2) \, (p(u+) - p(u-)) \quad .$$

Le facteur 1/2 est conventionnel. Dans le cas d'un faisceau comprenant n objets, le spin moyen est défini comme la somme des contributions des différents objets.

On pourra procéder de la même manière dans autant de directions que l'on voudra, en effectuant des prélèvements d'objets chaque fois différents, et on constatera expérimentalement que le spin moyen dans une direction quelconque u est relié aux spins moyens dans trois directions orthogonales x,y,z par :

$$< Su > = \cos(u,x) < Sx> + \cos(u,y) < Sy> + \cos(u,z) < Sz > \quad .$$

Prenant deux autres directions v et w telles que u,v et w soient orthogonales entre elles, on aura deux expressions analogues pour < Sv > et < Sw >, et l'on constatera ainsi que **les composantes du spin moyen se transforment comme un vecteur dans les rotations du système d'axe** (correspondant soit à une rotation du laboratoire, soit à un changement du point de vue de l'observateur, ce qui est équivalent). Il s'agit bien là de "restrictions", dans le sens exposé au début de cet article, si l'**on prend pour paramètres de description du système les probabilités dans les différentes directions**. Bien que les spins diffèrent profondément des systèmes classiques, les "restrictions" s'écrivent également sous la forme de lois de conservation : **nous posons l'hypothèse physique que le spin moyen défini pour un ensemble statistique est un moment cinétique, grandeur conservée dans tout système isolé; cependant l'observation de**

<Su> est nécéssairement accompagnée d'une perturbation par l'appareillage classique de mesure, laquelle consiste en l'annulation des composantes <Sv>, <Sw> dans les directions v,w orthogonales à u ; comme la conservation du moment cinétique global doit être vérifiée (sinon on verrait apparaitre un mouvement perpétuel !), on est obligé d'inclure dans le système les appareils de mesure, qui absorbent les composantes de moment cinétique dans les directions orthogonales à celle de la mesure.

Dans ces conditions, les fréquences dans les voies "up" et "down" de SGv pour un ensemble statistique de N objets constituant un mélange statistique (c'est le cas général, l'état pur est un cas particulier) de N(u+) et N(u-) objets préparés par SGu sont telles que :
$N = N(u+) + N(u-) = N(v+) + N(v-)$ et $< Sv > = \cos(u,v) < Su >$, où (u,v)désigne la valeur absolue de l'angle entre les directions orientées u et v ; il s'ensuit que :

$$N(v+) - N(v-) = \cos(u,v) \left(N(u+) - N(u-) \right)$$

et : $$C(u,v) = \cos(u,v) \ ; \ C_+(u,v) = \cos^2(u,v)/2 \ ; \ C_-(u,v) = \sin^2(u,v)/2 \ .$$

Revenons maintenant au spin individuel : comme la mesure sur un ensemble statistique est la succession de N expériences indépendantes effectuées sur des objets individuels, on est amené à définir le moment cinétique associé au spin d'un objet individuel comme un vecteur de module 1/2 orienté dans la direction d'observation de ce spin. Lors de l'observation par SGv d'un spin préparé dans la voie "up" de SGu, l'appareil SGv absorbe le moment cinétique $\underline{u}/2 - \underline{v}/2$ si l'objet sort dans la voie "up" , et $\underline{u}/2 + \underline{v}/2$ si l'objet sort dans la voie "down", $\underline{u}$ et $\underline{v}$ désignant les vecteurs unitaires dans les directions u et v.

Il s'ensuit que la mesure du spin nécéssite d'une part que le moment cinétique de l'appareil puisse parcourir une gamme continue de valeurs, et d'autre part qu'il existe un couplage avec les variables classiques de l'appareil : par l'intermédiaire du couplage spin-orbite, l'appareil absorbe une part de moment cinétique .

L'absorption de moment cinétique par quanta entiers n'a lieu que dans le cas particulier où les directions u et v sont confondues : 0 pour la transition "up" - "up", 1 pour la transition "up" - "down" d'un objet individuel : cela justifie dans un certain sens la convention du facteur 1/2 dans la définition du spin.

Les relations de conservation $F (X) = F' (X')$ s'interprètent dans le cas des systèmes quantiques comme des restrictions sur les valeurs que pennent les paramètres descriptifs dans différents modes d'observation du système, compatibles ou non,caractérisés respectivement par les valeurs X , X' ,etc..., de ces paramètres. A la différence des relations de conservation analogues en physique classique, où les paramètres X,X' décrivaient exclusivement la situation spatio-temporelle du système et son état de mouvement, en physique quantique la liste des paramètres comporte en plus les probabilités des différents états accessibles (la théorie construite sur ces bases n'a donc de sens que pour les ensembles statistiques !). Le principe de "correspondance" est inhérent à la (re)formulation proposée, car le passage du cas quantique à la "limite classique" fait disparaitre les probabilités par la prise de la moyenne, les grandeurs conservatives restant les mêmes. Comment la notion classique de grandeurs conservatives s'échangeant dans les interactions se transpose-t-elle en physique quantique ? Pour fixer les idées, considérons une réaction nucléaire

A + B + C + ... -> A' + B' + C' +... :

cette formule signifie que dans un mode d'observation du système, le mode correspondant à la préparation initiale, on observe les variétés de noyaux atomiques et de particules A,B,C,..., et dans un autre mode d'observation du système on observe les variétés A',B',C',... avec certaines probabilités; le processus sera décrit après coup comme l'"échange" de grandeurs conservatives, moment cinétique, énergie, quantité de mouvement entre des objets "interagissants", mais cette terminologie classique s'emploie en fait par abus de langage.

L'objet quantique est décrit par des paramètres tels que le spin, l'énergie, etc..., qui sont les valeurs particulières de grandeurs conservatives dont les valeurs particulières constituent son signalement dans un environnement particulier. L'attribution de valeurs n'a pas pour seul but de distinguer les objets les uns des autres. Les différentes grandeurs conservatives, dont la forme découle des symétries fondamentales, décrivent le mode de relation des objets avec leur environnement macroscopique et entre eux, et ne sauraient donc leur appartenir en propre comme une sorte de dénomination arbitraire. L'attribution (d'une manière tout à fait arbitraire et qui n'a rien à voir avec des considérations de symétrie) des valeurs 0 et 1 au chat de Schrödinger respectivement mort ou vivant ne définit certainement pas une variable quantique, dans le sens donné ci-dessus à ce terme

2) Les corrélations E.P.R.

Nous considérons la version modifiée par Bohm de l'expérience mentale proposée par Einstein, Podolski et Rosen : la désintégration d'un objet au repos et de spin nul en deux fragments identiques de spin 1/2 dans des directions opposées (la conservation de l'impulsion implique l'égalité des vitesses). Les fragments sont observés dans les appareils SGu à gauche et SGv à droite orientés dans les directions u et v variables. Observant la désintégration N fois, on mesure les fréquences de coïncidence N(u+,v+) , N(u+,v-) , N(u-,v+) , N(u-,v-) .

L'expérience peut être analysée directement à partir de l'hypothèse physique suivante :

Nous posons comme un fait expérimental que les fréquences de coïncidence dépendent exclusivement des orientations des deux appareils. La "macroexpérience" constituée des N désintégrations est alors reproductible dans toutes les positions des appareils qui préservent leur orientation relative. Elle est en particulier répétable par rotation globale du banc expérimental (invariance par rotation), mais nous supposons également comme un fait expérimental **l'invariance des résultats expérimentaux, les fréquences de coïncidence dans les directions fixes u et v, lorsqu'on fait varier les vitesses des fragments ou lorsqu'on dévie leurs trajectoires, pourvu qu'aucune mesure de spin ne soit effectuée sur le trajet des fragments.**

L'invariance par rotation implique d'une part que les fréquences ne dépendent que de la valeur absolue θ de l'angle relatif entre les directions u et v , et d'autre part, comme cet angle reste le même lorsqu'on renverse les directions, les relations de symétrie :

$$N(u+,v+) = N(u-,v-)$$

$$N(u+,v-) = N(u-,v+)$$

Ces relations sont équivalentes à la conservation du moment cinétique à l'intérieur du système de spins (c'est un cas particulier du théorème de Noether, mais dans un cadre non prévu par cette mathématicienne, celui de phénomènes discontinus). En effet, le moment cinétique des mélanges statistiques sortant des deux côtés est :

$$\begin{aligned} &1/2)\ \underline{u}(\ N(u+,v+) + N(u+,v-) - N(u-,v+) - N(u-,v-)\ ) + \\ &+ (1/2)\ \underline{v}(\ N(u+,v+) - N(u+,v-) + N(u-,v+) - N(u-,v-)\ ) \quad . \end{aligned}$$

En vertu des relations de symétrie entre les fréquences, ce moment cinétique est nul comme celui de l'objet qui se désintègre, et la conservation du moment cinétique est bien vérifiée. Inversement, la conservation du moment cinétique entraine les relations de symétrie ci-dessus entre les fréquences
De plus, les relations de symétrie impliquent l'*égalité des fréquences dans les voies "up" et "down" , à gauche comme à droite :*

$$N(u+) = N(u+,v+) + N(u+,v-) = N(u-,v-) + N(u-,v+) = N(u-) \quad .$$

Les symétries entre les fréquences de coïncidence sont les mêmes que celles des probabilités quantiques dans la mesure du spin 1/2 , mais l'analogie va encore beaucoup plus loin, comme on va le voir.

Pour cela, nous modifions l'expérience de corrélation E.P.R.-Bohm : les fragments empruntant la voie "down" de l'appareil SGu à gauche sont arrêtés par cet appareil, tandis que les fragments correspondants émis vers la droite sont arrêtés par l'appareil SGv, qu'ils soient "up" ou "down". A cette fin, il est nécéssaire que l'appareil SGv soit informé de l'arrêt d'un objet par SGu avant l'arrivée de l'objet correspondant, issu de la même désintégration, en SGv. Si les objets sont émis à une vitesse inférieure à celle de la lumière, cela est toujours possible pourvu que les appareils SGu et SGv soient situés suffisamment loin l'un de l'autre. Si les objets se déplacent à la vitesse de la lumière, il faudra les ralentir au moyen d'une ligne à retard, mais nous admettons comme un fait expérimental que cette modification n'a aucune incidence sur les fréquences quantiques observées (voir l'hypothèse physique énoncée au début de ce paragraphe).

La direction u de l'appareil SGu à gauche restant fixe, on peut faire varier l'orientation v de l'appareil SGv à droite (cela revient à transposer la méthode des prélèvements d'échantillons statistiques exposée pour l'étude de la mesure des spins). Pour les objets quantiques sortant de SGv, le caractère vectoriel du spin implique que les valeurs moyennes du spin dans différentes orientations de cet appareil sont reliées de la manière suivante : v1,v2 et v3 désignant trois directions orthogonales, la valeur moyenne du spin dans une direction v quelconque est donnée par

$$< Sv > = \cos(v,v1) < Sv1 > + \cos(v,v2) < Sv2 > + \cos(v,v3) < Sv3 > \ .$$

C'est la même forme de "restriction" que celle employée par la nature pour éviter l'arbitraire total dans le cas de la mesure; la "restriction" porte ici le nom de "corrélation". La seule différence avec la mesure réside dans le fait que, si les directions des appareils SGu et SGv coïncident, la valeur moyenne du spin dans la direction du second correspondra à l'anticorrélation parfaite (il s'agit là d'une hypothèse supplémentaire) ; elle sera en effet de $- < Su > = - 1/2$ au lieu de $+ < Su > = 1/2$ dans le cas de la mesure par SGv du spin moyen d'un ensemble statistique d'objets préparés dans la voie "up" de l'appareil SGu. En d'autres termes, au lieu que les conditions restrictives s'écrivent comme au début de cet article : $F (X) = F (X')$, elles prennent maintenant la forme apparentée : $F (X) + F (X') = 0$.

Dès lors, les fréquences de coïncidence pour une orientation relative donnée de l'appareil SGv par rapport à l'appareil SGu seront données par une relation analogue à celle écrite dans le cas de la mesure, où l'on changera simplement le signe de la fonction $C(\theta) = \cos\theta$:

$$N(u+,v+) - N(u+,v-) = - \cos\theta(N(u+,v+) + N(u+,v-)) \ .$$

Les relations de symétrie entre les fréquences de coïncidence entrainent les trois relations analogues (chacune correspondant à une expérience du même type, où l'on arrête les objets dans une voie à gauche ou à droite, et leurs correspondants de l'autre côté) :

$$N(u-,v-) - N(u-,v+) = - \cos\theta(N(u-,v+) + N(u-,v+)) \ ,$$

$$N(u+,v+) - N(u-,v+) = - \cos\theta(N(u+,v+) + N(u-,v+)) \ ,$$

$$N(u-,v-) - N(u+,v-) = - \cos\theta(N(u-,v-) + N(u+,v-)) \ .$$

La fonction de corrélation E.P.R.-Bohm est définie comme le rapport

$$(N(u+,v+)+N(u-,v-)-N(u+,v-)-N(u-,v+))/(N(u+,v+)+N(u-,v-)+N(u+,v-)+N(u-,v+))$$

A l'aide des relations précédentes, on trouve que ce rapport est égal à $- \cos\theta$ On peut facilement s'assurer que *l'inégalité de Bell est violée par ce résultat. Les hypothèses physiques énoncées dans cet article ne sont donc pas compatibles avec une théorie à variables cachées locales. Le résultat trouvé n'est d'ailleurs pas différent de celui que prévoit ...la théorie quantique !* Quel est le formalisme compatible avec nos hypothèses et effectuant la synthèse de toutes les observations quantitatives possibles sur un système de spins 1/2 ? Pour ne pas trop allonger cet article, nous laisserons au lecteur le soin d'établir que ce formalisme n'est autre que celui de la mécanique quantique, en partant de l'indication suivante :

on a démontré que les probabilités des voies "up" et "down" à l'issue d'un appareil de Stern et Gerlach orienté dans la direction $\theta_1+\theta_2$ par rapport à la direction de préparation initiale se présentent respectivement comme les carrés des "amplitudes de transition" $\cos (\theta_1+\theta_2)/2$ et $\sin (\theta_1+\theta_2)/2$; si l'on insère un appareil intermédiaire orienté selon l'angle θ_1 et placé en position neutre (non-observation), rien n'est changé aux probabilités selon $\theta_1+\theta_2$, mais les amplitudes correspondant à l'angle $\theta_1+\theta_2$ s'écrivent alors en fonction de celles correspondant aux angles θ_1 et θ_2 par les formules d'addition des lignes trigonométriques. Le "principe de superposition" découle de la linéarité de ces formules que l'on peut regrouper sous forme matricielle, de telle sorte qu'une matrice soit associée à chaque angle de rotation θ, et que la matrice associée au produit de rotations soit le produit des matrices correspondantes : ainsi les matrices donnant les amplitudes de transition quantiques réalisent une représentation bidimensionnelle du groupe des rotations.

Référence 1 - Comte C. 1986, Eur. J. Phys, **7**, 225, 235 .

Claude COMTE
CNRS
21, rue Médard
75005 Paris