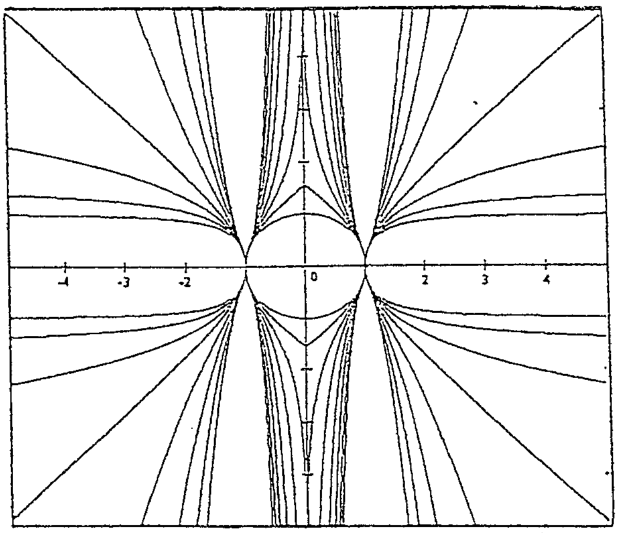
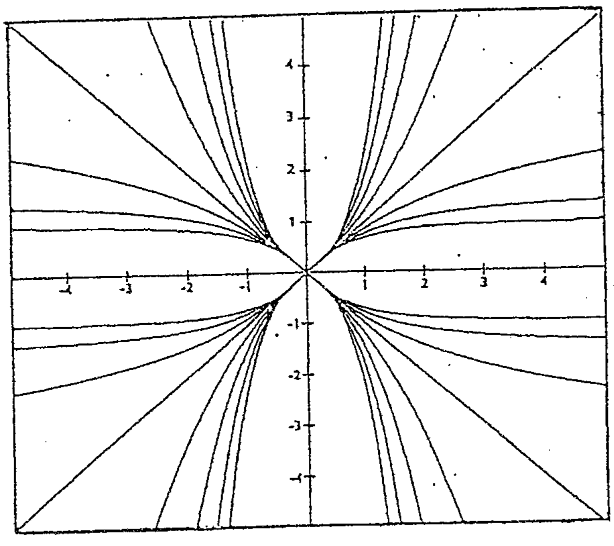


RELATIVITE LEIBNIZIENNE : PHILOSOPHIE RELATIONNISTE INTRINSEQUE ET CARACTERISTIQUE UNIVERSELLE MULTIPLE

Lien avec les fondements des physiques newtonienne et einsteinienne

Naoum DAHER



PRESENTATION

Ce travail est composé de deux parties indépendantes mais complémentaires, intitulées :

PHILOSOPHIE RELATIONNISTE ET PHYSIQUE INTRINSEQUE
(RELATIVITE LEIBNIZIENNE)

PHYSIQUE ET PHILOSOPHIE
CARACTERISTIQUE UNIVERSELLE LEIBNIZIENNE
ET STRUCTURES MULTIPLES

En vue de rendre cette approche accessible à des lecteurs n'ayant pas une formation poussée en physique et mathématiques, l'auteur s'est efforcé d'éviter, tout au moins dans les structures de base, tout vocabulaire et termes techniques habituellement réservés aux spécialistes.

Pour ce qui est des mathématiques, l'attention est attirée sur des figures géométriques qualitatives et donc intelligibles et accessibles aux sens avant de procéder à une formulation analytique quantitative plus abstraite et moins visualisable.

Pour ce qui est de la physique, le privilège est accordé à un cadre familier relatif au sens commun plutôt qu'à des postulats dont la justification n'est pas toujours évidente et pouvant présenter un caractère paradoxal comme c'est usuellement le cas dans la présentation de diverses théories physiques

Remerciements : Je tiens à remercier Jean Merker pour ses remarques et commentaires concernant ce travail ainsi qu'Abdellatif El Habti pour son aide dans la programmation associée aux courbes multiples. Je remercie également, Christiane Hisleur, Nathalie Grosperrin et Fatiha Berriche pour avoir assuré la dactylographie et la construction de différentes figures.

RESUME

Ce mémoire constitue un retour aux sources de la science moderne du XVIIème siècle où théologie, philosophie, mathématiques et physiques n'étaient pas encore des disciplines indépendantes. Cette thèse cherche à défendre la philosophie relationniste intrinsèque de Leibniz qui a tenté d'inscrire l'infini et la multiplicité des points de vue dans le discours scientifique de son époque, tout en revendiquant l'unité de sa démarche scientifique, philosophique et religieuse.

Dans son opposition à la physique newtonnienne, Leibniz reste attaché à certaines subtilités de la philosophie classique où l'on distingue entre le partiellement vrai et le partiellement faux. Il critique vivement la pensée newtonienne qui s'est refermée sur des aspects extrèmes des nuances de vérité. Cependant, ayant cette conviction que toute doctrine comporte son joyau de vérité (chaque chose a son usage et sa raison d'être, je ne néglige rien, le tout est de savoir extraire l'or de la boue), il ne cherche pas à exclure ce qui a été établi avant lui mais à critiquer les éléments irrationnels incompatibles avec certains de ses principes métaphysiques tels les principes de **raison suffisante** et **d'identité des indiscernables**. Ainsi deux alternatives s'ouvrent devant lui : Les éléments introduits accidentellement ou par un choix arbitraire peuvent acquérir leur statut de rationnalité si l'on montre leur compatibilité avec les principes qualitatifs mentionnés ci-dessus. Sinon, ils doivent être complétés et réorganisés de manière à ne pas contredire ces mêmes principes. Ainsi la structure résultante est justifiée et consolidée grâce à une certaine cohérence interne. Par conséquent, malgré ses critiques de l'absolutisme newtonien Leibniz reconnaît l'utilité locale de la pensée linéaire, homogène et à vision simple de Newton et de ses défenseurs. Par contre, de par son intérêt au global multiple puisé dans ses différents contacts avec les autres cultures et civilisations Leibniz ne pouvait s'en tenir, dans sa quête de vérités, à une vision locale, simple, dogmatique et rigide. En effet, une telle vision peut être dangereuse dans la mesure où elle mène l'esprit vers une voie unique laissant croire à l'existence d'une seule vérité qui s'impose à tous. Selon Leibniz, la nature se compose d'une multitude de phénomènes harmonieux en interaction, liés entre eux par des agents régulateurs. Il est donc important que notre intellect parvienne à saisir simultanément la dynamique d'un réseau à multiples bifurcations dont chacune correspond à un point de vue. En s'élevant contre le triomphe de l'homogène et de la vision simple newtonienne, la philosophie leibnizienne ne focalise plus sur la chose elle même, mais sur la manière dont elle s'inscrit dans un contexte plus large et sa capacité d'interagir avec ce qui l'entoure. Ainsi, à défaut d'un point de départ ou d'un repère privilégié c'est dans l'infini que nos investigations prennent naissance, ce qui nous conduit à la mathématisation et la formulation de nouveaux principes qui viennent compléter ceux déjà mentionnés antérieurement. Ces principes dits principes d'**unité dans la multiplicité,** du **point fixe** et **de la notion complète**, enlèvent la priorité aux concepts d'espace-temps et aux images mentales qui leur sont associés formant la base de nos théories physiques actuelles. A la lecture de la philosophie leibnizienne on a envie de dire : "Au commencement était la monade ou l'énergie dont l'attribut principal est sa conservation". Contrairement à Kant qui défend la position newtonienne en considérant l'espace et le temps comme étant des formes a priori de la sensibilité et les corps que l'on perçoit présupposent leur existence, Leibniz, quant à lui, défend la thèse inverse. Il propose de partir du coeur du phénomène dans l'approche de la réalité et refuse la priorité à des hypothèses abstraites et inobservables tels les concepts d'espace et de temps externes aux phénomènes, d'où la dénomination de physique intrinsèque. Ainsi contrairement à nos habitudes, la dynamique précède la cinématique.

Dans une physique de type leibnizien on ne se concentre pas uniquement sur le "comment" mais le principe de raison suffisante associé à la combinatoire nous

conduisent à connaître le "pourquoi", et la raison d'être d'une structure parmi une infinité d'autres possibilités. Leibniz vise aussi bien l'intelligibilité que l'efficacité, l'explication ainsi que l'exploration. Il est clair que pour Leibniz, en science, on ne doit pas évacuer l'ontologie et la philosophie. En effet, se réfugier dans une position pragmatiste, nous place dans la situation d'un homme à qui l'arbre cache la forêt. Par conséquent, pour assurer la raison d'être ou le "pourquoi" en plus de la manière de procéder ou du "comment" une physique de la double négation s'impose. D'un mot s'il est permis de se risquer à une vision sommaire on peut dire : "Dans un cadre donné, si l'on ne procède pas ainsi cela ne marche pas". Cette approche s'oppose aux philosophies newtonienne et einsteinienne de la double affirmation : "Dans un cadre donné, si l'on procède ainsi cela marche".

Pour accéder à une telle position, au lieu de privilégier une structure ou une courbe dans la description de la réalité comme le font Newton et Einstein, on part de toutes les structures et courbes traçables dans un plan et restant fidèle aux principes qualitatifs mentionnés auparavant, seules quelques structures et courbes harmonieuses conservent leur compatibilité avec ces principes. Une telle démarche, explique la raison d'être des structures résultantes dans la mesure où l'on est en présence d'un procédé déductif qui explique les différentes éliminations. C'est là que réside l'essence de la philosophie Leibnizienne de l'harmonie pré-établie où l'on parvient à extraire les structures harmonieuses enfouies dans un chaos primordial.

Cette procédure conduit, non seulement à généraliser le monde newtonien mais aussi à élargir le cadre einsteinien tout en restant compatible avec celui-ci. En effet, l'élargissement se fait dans deux directions distinctes. D'abord, la multiplicité des points de vue fait apparaître le cadre spatio-temporel comme une fenêtre sur la réalité parmi d'autres. Ensuite, le caractère intrinsèque et le principe d'unité dans la multiplicité conduisent à des applications multiples dans des domaines où la relativité einsteinienne ne s'applique pas de par les restrictions imposées dans ses postulats de base.

Du point de vue de la physique, cette démarche ouvre des champs d'investigations nouveaux. Elle sera appliquée à la physique des particules en rotations rapides, à la gravitation et particulièrement à l'interprétation de certains univers clos d'Einstein, aux phénomènes électromagnétiques etc.

Du point de vue de l'enseignement, cette procédure à multiples point de vue, permet de dépasser l'approche dogmatique spatio-temporelle en éclairant certains paradoxes qui lui sont associés.

Du point de vue de l'histoire, et de la philosophie des sciences cette approche rend justice à Leibniz qui est l'un des premiers représentants et précurseurs du relativisme.
En outre, elle affaiblit les critiques adressées à celui-ci quant à sa volonté d'écarter la considération du temps des éléments de base d'une part et d'autre part, elle contredit les historiens et philosophes qui prétendent que les philosophies leibnizienne et newtonienne sont irréconciliables et ne cherchent donc pas à décrire le même monde. Finalement cette procédure contraste avec l'affirmation que la philosophie et l'histoire des sciences sont des disciplines stériles quant à l'investigation scientifique.

Comme le note A. Eddington "un savant doit reconnaître dans sa philosophie que, pour la justification ultime de son activité, il est nécessaire de chercher hors de la science elle-même une inspiration dans la nature de l'homme qui ne soit pas redevable à la science".

En conclusion on peut dire que cette conception positive de l'infini :

1°) conduit à un potentiel illimité de récurrence permettant d'aller au delà des bornes du perceptible,

2°) confère liberté et choix exclus des mondes cartésien, newtonien et einsteinien,

3°) débouche sur une Architechtonique à multiples branches ou parties qui se règlent l'une sur l'autre pour s'organiser en un tout harmonieux et cohérent,

4°) s'oppose à l'idée d'un point de vue privilégié et d'un commencement universel où il existerait une Voie Royale vers la Vérité.

PHILOSOPHIE RELATIONNISTE ET PHYSIQUE INTRINSEQUE (RELATIVITE LEIBNIZIENNE)

A - Leibniz : Pensée relative et evolutive
Newton : Pensée absolue et fixe

B - Existence de l'univers et des phénomènes

C - Existence d'une organisation et harmonie

D - Transport Global : Philosophie → Physique

E - Limites du langage et cohérence interne

F - Multiplicité des points de vue et compréhension

G - Newton-Einstein : Double affirmation et chemin unique
Leibniz : Double négation et chemins multiples

H - Structures newtonienne et einsteinienne dans un langage leibnizien

I - D'un ordre simple à un ordre multiple ou d'une contrainte rigide à une liberté relative

J - Du sens commun qualitatif à une traduction mathématique quantitative

K - Equivalences mathématiques et construction géométrique : Du local au global

L - Physique pré-newtonienne et multiplicités leibniziennes

M - Sur les restrictions physiques et conceptuelles

N - Unité formelle dans la multiplicité des phénomènes

O - Quelques citations de Leibniz commentées et rattachées à la présente formulation

PHILOSOPHIE RELATIONNISTE ET PHYSIQUE INTRINSEQUE

(RELATIVITE LEIBNIZIENNE)

Cette année coïncide avec le tricentenaire de "l'Essay de dynamique" de Leibniz [1] (1692) connu essentiellement pour ses oeuvres philosophiques et mathématiques. Sa contribution à la physique est largement sous-estimée bien qu'il s'y soit intéressé de près. Mais, sa démarche a été éclipsée par la physique de l'espace et temps absolus introduite par Newton [2] et développée par ses successeurs, les philosophes mécanistes. Il faut reconnaître que Leibniz n'a pas écrit une oeuvre physique comparable au "principia" de Newton, mais il s'est concentré sur l'élaboration d'un système philosophique et mathématique qui selon lui doit être à la base de toute connaissance physique rationnelle.

"La destination naturelle de la connaissance mathématique est de s'achever dans une physique, écrit-il à Huygens dans une lettre du 11 septembre 1691" [3].

A - Leibniz : Pensée relative et évolutive - Newton : Pensée absolue et fixe

Le rapport de Leibniz avec la réalité est d'une nature totalement différente de celui de Newton ; son attitude vis-à-vis de son entourage immédiat ainsi que son lien et son intérêt au monde extérieur contrastent fortement avec le newtonianisme conservateur et conquérant. "Nous sommes le peuple élu et la sagesse est née avec nous".

Leibniz pense que notre compréhension de l'univers, dont on fait partie, reste finie de par notre localité et dans l'espace et dans le temps. En passant de l'enfant à l'adulte il n'est pas sûr que notre compréhension de l'univers ne fait que se développer. On gagne certes des éléments par accumulation des connaissances mais on perd aussi une certaine autonomie et liberté de par ces mêmes connaissances si l'on s'y fie aveuglément. La répétition de connaissances érronées mais véhiculées par l'entourage prive l'homme de son pouvoir critique. C'est pourquoi il faut sans cesse réveiller les enfants endormis en nous comme le note Leibniz [4]. De même, dans une structure sociale, on a tendance à distinguer entre ce que l'on pourrait appeler le savoir noble et le savoir vulgaire et c'est bien sûr dans le premier que l'on est censé puiser nos informations sur l'univers. Là aussi Leibniz s'oppose à ces découpages et distinctions quand il dit "je ne néglige rien". Nous avons vu ici l'aspect local et individuel. L'attitude de Leibniz ne change pas lorsqu'il s'agit de l'aspect global et collectif qui se situe en dehors d'une localité donnée et d'un temps individuel. C'est pourquoi Leibniz accorde une grande importance à l'histoire de l'humanité ainsi qu'à la pensée non occidentale [6] qui, selon lui, est non seulement complémentaire à la première mais peut être aussi plus intéressante de par son caractère intrinsèque. Il est utile de rappeler ici que l'approche occidentale de l'univers a été longtemps dominée par l'idée d'un Dieu extérieur qui crée l'univers selon des lois que l'homme doit découvrir. C'est d'ailleurs dans un tel contexte que la théorie newtonienne a pris naissance et où Newton a été considéré comme un prophète pour un temps non négligeable [7]. Quant à l'approche orientale, l'univers est perçu comme une structure ordonnée dont les éléments obéissent aux exigences internes de leur propre nature [8]. Ainsi le langage même pose problème pour parler de l'univers puisqu'il est façonné et modelé à notre échelle. Il a acquis son efficacité en s'adaptant à notre monde quotidien. Par contre, lorsqu'il s'agit d'une réalité à une autre échelle, les mots dont le but est d'expliquer et de faire comprendre peuvent devenir des obstacles. C'est dans ce contexte que Leibniz critique le temps newtonien qui non seulement n'est pas un élément de la réalité quotidienne mais son existence même conduit à des questions sans réponse [9]. En effet, d'une part le temps newtonien ne correspond pas au sens donné à ce mot dans le langage quotidien puisqu'il est réversible, ne distinguant pas l'avant de l'après. C'est une sorte de négation par rapport au temps que l'on utilise et que l'on perçoit tous les jours. Dautre part, son pouvoir explicatif reste local et ne peut en aucune manière donner une image cohérente sur l'existence de l'univers.

Selon Leibniz, si le temps est un élément fondamental et compatible avec l'idée qu'on se fait de la création de l'univers par une autorité suprême, il doit pouvoir expliquer pourquoi Dieu a créé l'univers à un moment donné et non à un autre [10].

En bref on peut dire qu'une physique newtonienne prétend découvrir des lois que Dieu a imposé et présente donc un caractère de vérité absolue. Par contre une physique de type leibnizien est beaucoup moins prétentieuse mais évolutive. Elle ne cherche pas à donner une image figée de la réalité, mais elle cherche un langage adéquat et universel permettant d'avoir un discours cohérent sur les phénomènes [3, 11].

Selon Leibniz, les mots du langage naturel étant vagues et volatils, la rigueur ne peut s'affirmer que dans un algorithme faisant appel à la raison. Comme le note Michel Serres [12], [14] qui s'est beaucoup intéressé à Leibniz et ses modèles mathématiques, la description de la réalité par notre langage quotidien est un peu comme vouloir jouer du piano avec des gants de boxe. Leibniz ne se contente pas d'une métaphysique au sens réduit par le phénoménisme des lumières. Il pense tout en philosophe classique, y compris les mathématiques, intimement liées à son système philosophique [3].

B - Existence de l'Univers et des phénomènes

Au lieu de chercher un moyen de construire des concepts abstraits puisés du sens commun et dénudés de leurs attributs principaux tel le temps, Leibniz reconnaît que le seul vrai problème est celui de l'existence même de l'univers. Comme l'écrit Shakespeare : "être ou ne pas être, c'est la question". Ainsi la première interrogation qui vient à l'esprit de Leibniz : "Pourquoi est-ce qu'il y a quelque chose plutôt que rien" [13].

N'ayant pas de réponse à une telle question métaphysique, Leibniz part de la constatation qu'il existe quelque chose que l'on perçoit et que l'on touche et qu'on appelle la matière. Mais qu'est-ce que la matière ?

La substance leibnizienne est décrite dans la monadologie [10]. Leibniz s'inspire du sens commun et se trouve ainsi plus proche de Platon et Aristote que des philosophes mécanistes tel Newton qui associe à la matière un paramètre constant appelé masse.

Pour Leibniz c'est le changement et l'activité qui sont l'essence des choses. En outre, une chose est définie par ses attributs, c'est ainsi que l'élément de matière, la monade, ou encore l'énergie qui est la marque de la substance, est définie par le fait qu'elle se conserve [1]. Si l'on fait allusion à notre langage quotidien, bien qu'il soit très grossier pour définir les entités physiques, il peut néanmoins être un guide à notre compréhension des choses. En effet, par opposition au rêve où les choses sont évanescentes et jugées comme étant non matérielles, la matérialité est liée à un aspect intuitif de la permanence des objets que l'on rencontre quotidiennement et qui se conservent ou qui restent stables [14].

Ainsi l'idée de conservation est introduite de manière intuitive mais qui reste assez vague. Cependant, ce qu'il faut retenir, c'est essentiellement son caractère fondamental sans lequel on ne voit pas comment une physique est possible. Imaginons de l'eau qui entre dans un tuyau de manière continue et que rien ne sorte à l'autre bout. Là, on est dans un contexte où il n'y a pas de conservation de la matière mais on sait aussi qu'une telle situation n'est pas possible dans la réalité. De telles observations élémentaires montrent la nécessité de l'idée de conservation lorsqu'on parle des choses observables.

C - Existence d'une organisation et harmonie

Il existe une autre question que Leïbniz médite longuement et en fait un élément essentiel à sa philosophie : c'est l'organisation et l'harmonie [15].

En effet, outre l'existence et la permanence des phénomènes, ceux-ci présentent un certain niveau d'organisation et d'harmonie. Pour cela il suffit d'observer les objets célestes ou encore la possibilité d'écrire et de transmettre des informations où il existe un nombre fantastique de processus chimiques qui doivent entrer en jeu dans notre cerveau aussi bien à l'émission qu'à la réception du message.

Comme le note Hubert Reeves [16] de façon poétique : Pourquoi y-a-t-il de la musique plutôt que du bruit ? Autrement dit pourquoi cette organisation et cette harmonie dans l'univers ? Cette deuxième question est tout aussi métaphysique que celle qui consiste à se demander pourquoi y-a-t-il quelque chose plutôt que rien. Cependant, la réponse des Newtoniens était l'existence d'un Dieu tout puissant qui a créé l'univers selon des lois harmonieuses et a transmis ses plans à l'homme par le biais de Newton. C'est ainsi que l'on proclame Newton le plus heureux des mortels [17] dans la mesure où il possède les lois qui régissent l'univers, et comme il n'y a qu'un univers à découvrir, la tâche restante aux physiciens est de ramasser les miettes du festin. C'est un travail d'observation, d'expériences et de calculs compatibles avec les lois newtoniennes présentées comme étant éternelles et vraies de par l'action permanente de la puissance divine sur le monde.

Ce système clos et dogmatique a été attaqué par Leïbniz qui prend acte de l'harmonie et de l'organisation existantes, mais refuse l'action permanente de Dieu sur le monde [10]. Bien qu'il se place lui aussi sur le plan de la métaphysique, cependant, comme il le dit lui même, "ma métaphysique est toute mathématique" [4], ce qui l'amène à ne pas accepter des lois imposées par une autorité quelconque telle l'autorité d'une puissance divine ou même celle de la philosophie expérimentale [18]. En effet Leibniz reherche l'universalité. Par conséquent, il était persuadé qu'une physique rationnelle ne pouvait émerger à partir d'une action permanente d'un Dieu sur le monde, d'autant plus que ce Dieu extérieur à nous n'était perçu que par une partie de l'humanité.

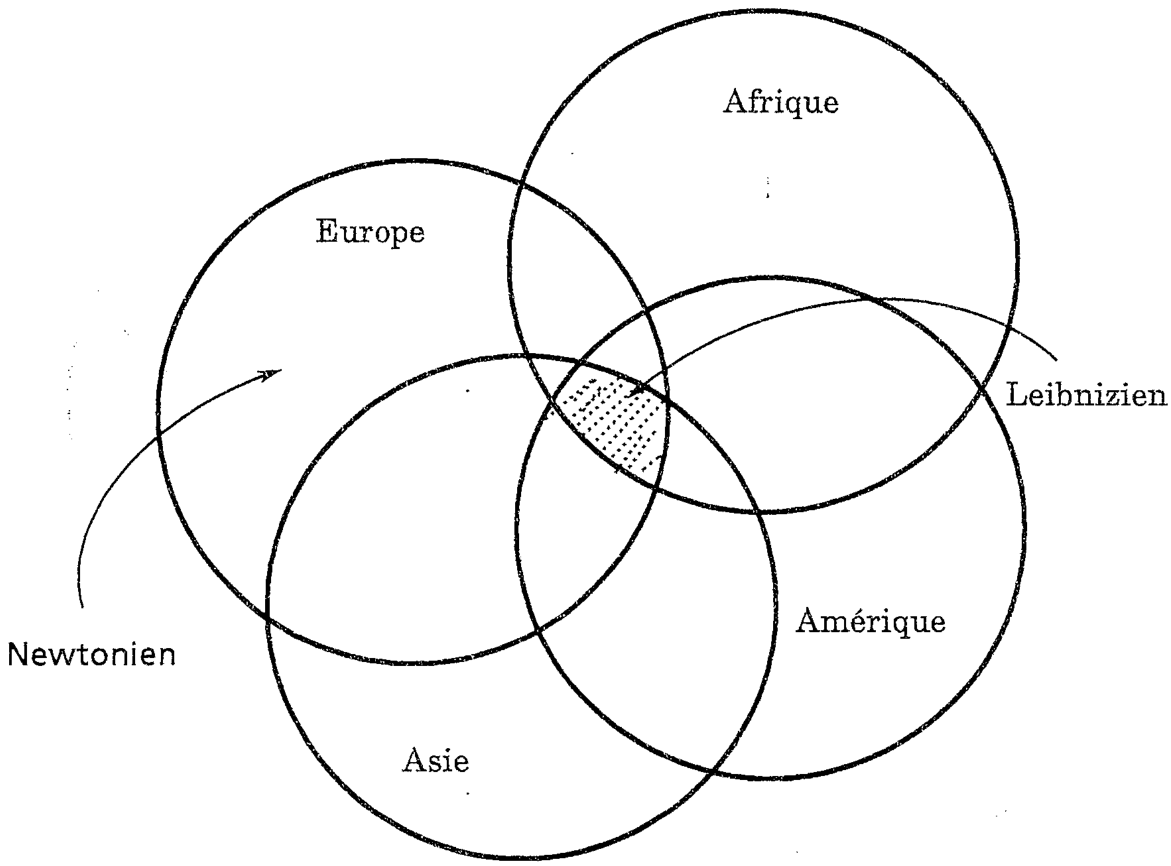
Pour ce qui est de l'expérience, Leibniz, de par son approfondissement de l'histoire et plus particulièrement des systèmes des mondes de Ptolémée et Copernic, était conscient que les mesures expérimentales ne sont pas indépendantes des schémas conceptuels. Ainsi, dans un schéma conceptuel adéquat les mesures expérimentales se trouvent placées de manière harmonieuse et simple. Par contre si le schéma conceptuel n'est pas adapté alors les mesures peuvent apparaître plus ou moins arbitraires et accidentelles. Selon Leibniz, placer les résultats d'expériences avant la cohérence revient à placer la charrue devant les boeufs. Ainsi, l'expérience est une contrainte que la théorie doit satisfaire mais non la force motrice de celle-ci. Il reste à Leibniz des principes de simplicité, de cohérence et d'organisation empruntés à des observations courantes de l'harmonie et de l'organisation présentes dans l'univers.

Leibniz raisonne beaucoup par analogie [4]. De même que l'univers est cohérent et harmonieux, nous avons besoin d'un discours cohérent et universel. Tout discours et toutes convictions partagés seulement par une partie de l'humanité et à une époque donnée a peu de chance d'accéder à une vérité quelconque. Ce sont ces convictions qui ont amené Leibniz à s'intéresser à l'histoire des sciences et plus généralement de la pensée humaine.

Ce sont ces considérations qui le conduisent à ne pas sous-estimer la pensée orientale et particulièrement chinoise et à proposer d'amener des érudits et des philosophes afin de compléter nos connaissances. C'est la condition nécessaire pour avoir accès à un minimum de principes grâce auxquels un système du monde unifié et en accord avec tout le monde est possible. En d'autres termes, notre pensée, par opposition à la pensée infinie et suprême, est finie et limitée ne serait-ce que par notre mode de vie et nos habitudes. Seule la confrontation avec d'autres modes de vie et de pensées différentes est capable de trier les éléments rationnels et universels qui s'imposent à nous tous parmi l'infinité d'éléments possibles. Le monde occidental n'avait que faire d'une telle recherche de l'unité du monde, d'un langage universel ou encore d'une religion universelle à une époque de colonialisme conquérant [6].

D - Transport global : Philosophie → Physique

On peut distinguer les Newtoniens et Leibniziens par le schéma suivant :



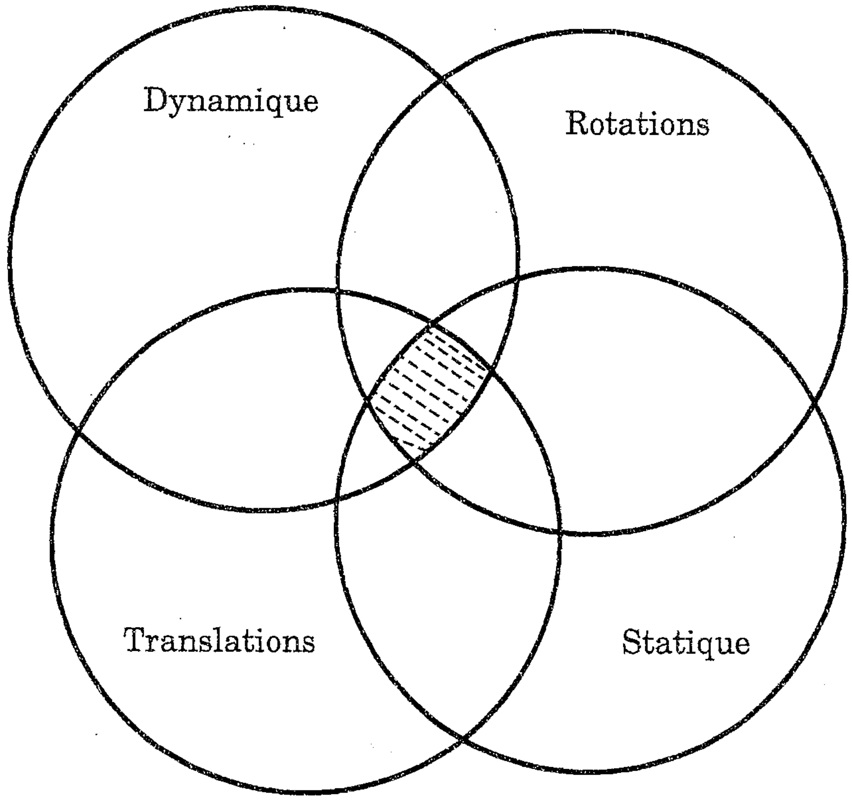
où les premiers* puisaient leurs idées de leurs croyances, de leur ethnie, de leur foi et de leur patrie alors que les seconds cherchaient les points communs à toutes les

* La critique ne s'adresse pas ici à Newton lui-même, mais plutôt aux newtoniens qui ridiculisaient toute personne venant contrarier le maître et éliminaient toute idée incompatible avec l'ordre newtonien.

ethnies, à toutes les croyances et les patries. Cette deuxième voie est beaucoup plus difficile d'accès puisqu'elle suppose une grande curiosité et connaissance.

Cependant, c'est le prix à payer si l'on veut détacher notre esprit de ce qui lui est imposé par l'environnement voisin et immédiat.

C'est ainsi que la pensée leibnizienne vise le global alors que la pensée newtonienne reste locale. C'est probablement cette exigence qui a fait de Leibniz plutôt un philosophe qu'un physicien. Mais sa démarche est tout à fait universelle [19] et peut s'appliquer au monde de la physique comme il va être démontré dans un article ultérieur présenté dans ce fascicule. Pour cela il suffit de transposer le schéma ci-dessus par le suivant :



où l'on ne garde que les éléments communs à toutes ces disciplines si l'on veut suivre le chemin tracé par Leibniz. Par conséquent, il devient nécessaire de minimiser le rôle joué par le temps en dynamique et prilivégier les points communs avec la statique. De même le rapprochement des structures associées aux translations des structures associées aux rotations conduit à éliminer le privilège associé aux systèmes non inertiels [20]. Tout ceci conduit bien sûr à un remaniement important des éléments de base qui sont les pierres angulaires sur lesquelles reposent les théories physiques newtonienne et einsteinienne.

Seule la théorie de la relativité restreinte est concernée lorsqu'on parle de la théorie einsteinienne. Ceci est dû au fait que l'on situe le cadre général de cette approche, en dehors de toute interaction (gravitationnelle, électromagnétique, faible ou forte). En bref, on cherche à transporter tout le cadre de la physique classique qui concerne la dynamique et le statique ainsi que les translations et les rotations d'un monde linéaire à vision simple à un monde non linéaire à vision multiple.

Le nom de Newton est attaché au premier et celui de Leibniz au second. Pour ce qui est des interactions, une fois le cadre de base établi, les interactions gravitationnelle et électromagnétique seront abordées, et c'est seulement là que l'on comparera la présente approche à celle de la gravitation einsteinienne ainsi que l'électromagnétisme maxwellien. La multiplicité des points de vue sur laquelle cette approche est bâtie conduira d'une part, à certains liens étroits avec des théories existantes et d'autre part, elle ouvrira de nouvelles voies d'investigation et de recherche.

E - Limites du langage et cohérence interne

Toute théorie physique se situe dans un cadre spécifique (continu, discontinu, réel, complexe etc...) et utilise un formalisme précis dans un espace donné (Euclidien, Riemanien, Hilbertien etc...). Par conséquent, tout ce dont on peut espérer d'une théorie est de donner une représentation suffisamment adéquate d'une certaine réalité où formalisme et expérience s'accordent jusqu'à un certain point. Bien entendu, on ne peut jamais être sûr d'un accord parfait de par la limitation des mesures expérimentales.

Cette manière d'approcher la réalité est évolutive, sans fin, puisqu'elle dépend du language utilisé. Chaque langage offre un regard sur cette réalité, et ne voit que certains aspects. Plus les langages sont riches de possibilités, plus ils tendent vers une représentation plus fine. C'est cette conviction qui amènera Leibniz à s'occuper de la cohérence interne, des divers points de vue, de propriétés remarquables plutôt que du concept rigide qui une fois posé, il fige la structure et élimine une infinité de possibilités. C'est de là que part notre recherche associée à la cohérence, interne, la multiplicité des points de vue et l'harmonie que présente le calcul infinitésimal.

Contrairement à la physique newtonienne selon Leibniz, il ne s'agit pas de chercher des lois imposées à la nature. Il s'agit plutôt de chercher une série infinie formant une structure ordonnée et harmonieuse et dont les éléments obéissent aux exigences internes de leur propre cohérence. Ainsi au lieu d'une loi unique postulée selon certains critères et compatible avec l'expérience, nous aurons des principes d'organisation [22] conduisant à des parties ou étages multiples. La caractéristique majeure des parties est qu'elles doivent s'harmoniser avec les autres parties dans l'organisme ou la structure qu'elles composent. Chaque partie contribue à un point de vue et certains points de vue peuvent être plus intéressants que d'autres de par leurs propriétés internes. Cependant, il n'y a pas nécessairement un point de vue plus fondamental que tout le reste.

F - Multiplicité des points de vue et compréhension

C'est dans la multiplicité des points de vue que réside la compréhension complète et non dans le privilège d'un point de vue unique parmi une infinité de possibilités a priori.

C'est parce que la physique newtonienne se contente d'une compréhension incomplète et approximative de la nature que Leibniz est connu pour ses modèles mathématiques et philosophiques et non pas pour la cohérence qu'il cherchait à faire adopter au monde de la physique. Il a fallu attendre le XXème siècle pour réaliser l'importance de l'idée de cohérence et d'interactions par rapport au concept newtonien rigide et statique [23].

Cette multiplicité est essentielle à la compréhension. En effet, un scientifique qui désire comprendre la raison d'être d'une relation plutôt que d'une autre doit adopter une méthodologie pluraliste. La compréhension ne se situe pas dans l'analyse mais dans la combinatoire. L'analyse peut conduire à l'efficacité comme il est démontré tout au long de l'histoire des sciences. Par contre, la compréhension nécessite la comparaison de relations avec d'autres relations plutôt qu'avec l'expérience. Dans une telle démarche rien n'est jamais fixé, la relation n'est pas unique, c'est d'un désordre initial qu'il faut chercher l'ordre apparent. Cet ordre postulé par Newton et Einstein et qui est censé représenter une certaine vérité n'est pas compatible avec le principe de raison suffisante de Leïbniz. En effet, ce dernier ne cherche pas la vérité unique puisqu'il n'y en a pas selon lui. C'est dans la multiplicité des points de vue que l'on tend vers une meilleure compréhension d'une certaine réalité. Comme disent les sophistes, il cherche à rendre plus fort les cas plus faibles. C'est de cette manière que l'on assure la solidité et la stabilité de l'ensemble de la structure à multiples issues. En d'autres termes, il ne contredit pas le caractère spatio-temporel des théories newtonienne et einsteinienne. Il cherche à s'en passer dans les structures de base, ensuite à les compléter et montrer leur validité et leur limite. Ainsi, leur privilège est atténué au profit d'autres concepts quasi-inexistants et peu reconnus. Selon Leibniz, penser le mouvement en termes d'espace et de temps est une chose acceptable et utile, à certains égards. Par contre, ce qui n'est pas acceptable, c'est de penser le mouvement, rien qu'en terme d'espace et de temps [1]. En effet, une telle procédure unique privilégie un ordre à une infinité d'autres conduisant ainsi à un semblant de vérité unique aux dépends d'une structure multiple et harmonieuse. C'est ainsi que la formulation du mouvement newtonien s'impose et élimine toutes les images qualitatives que pouvaient avoir Platon, Aristote, Galilée, Leibniz et d'autres. C'est contre cette image dogmatique et figée de la réalité que la présente approche est destinée.

G - Newton - Einstein : Double affirmation et chemin unique
Leibniz : Double négation et chemins multiples

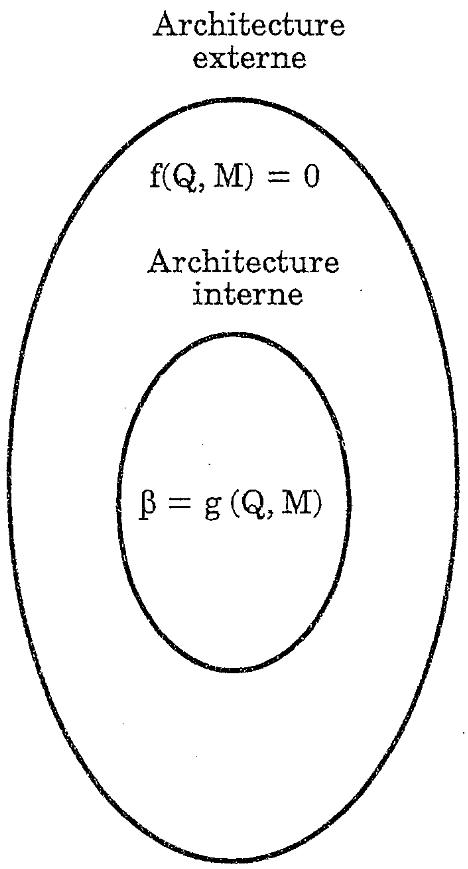
Les structures multiples leibniziennes sont obtenues à partir de certaines expériences et images puisées dans le sens commun auxquelles on associe une certaine harmonie et cohérence. Dans de telles structures l'harmonie et la cohérence jouent un rôle principal. Ceci est dû essentiellement au fait que l'on peut très bien imaginer l'existence de structures cohérentes sans lien avec l'expérimentation actuelle mais qu'un jour elles deviennent utiles.

Historiquement, ce fut typiquement le cas de la géométrie riemanienne, de la théorie des groupes etc... Par contre, on peut difficilement imaginer qu'une théorie physique soit en accord quasi-parfait avec l'expérience mais qu'elle présente des incohérences internes.

Dans l'article qui va suivre on cherche à remplacer la double affirmation "si l'on procède ainsi ça marche" par une double négation "si l'on ne procède pas ainsi ça ne marche pas". Ainsi au lieu de bâtir une structure unique et montrer qu'elle est compatible avec l'expérience, l'idée de multiplicité des points de vue suggère une infinité de structures possibles a priori. Ce sont des critères tirés de l'expérience immédiate qui vont limiter le nombre des structures admissibles.

H - Structures newtonienne et einsteinienne dans un langage leibnizien

Pour fixer les idées tout en se plaçant dans un cadre leibnizien intrinsèque, aussi bien la dynamique newtonienne que la dynamique einsteinienne peuvent être schématisées comme suit :



Ce schéma fait apparaître trois variables dont deux sont associées à l'architecture externe et sont liées par leur caractère conservatif. Le paramètre M sera associé à la monade leibnizienne et le paramètre Q sera nommé co-monade de par son caractère complémentaire. La nécessité d'avoir au moins deux paramètres de base est d'ordre logique et mathématique. Elle a pour but d'une part de construire diverses combinaisons à partir de ces deux éléments fondamentaux et d'autre part de conduire à des problèmes mathématiquement bien posés. En effet, dans la description de la réalité physique (collision, pesée etc...) nous avons souvent besoin d'avoir au moins deux équations à deux inconnues, comme il sera précisé ultérieurement.

D'une certaine façon on peut dire que c'est une exigence structurelle minimale dont on a besoin pour définir et décrire certains des phénomènes qui nous entourent.

Quant à l'architecture interne elle a pour objet de définir la perception comme une certaine fonction des paramètres conservatifs qui sont la monade et la co-monade.

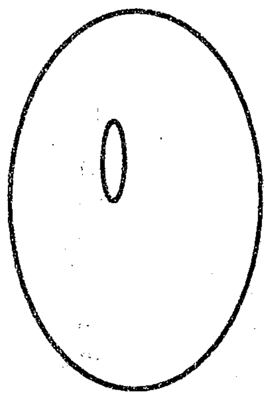
Dans le langage de la dynamique on a les correspondances suivantes :
La monade sera associée au concept d'énergie, la co-monade sera liée à l'impulsion pour ce qui est des mouvements de translation et au moment cinétique lorsqu'il s'agit de rotations. La perception correspond au concept de mouvement et sera donc identifiée avec les vitesses de translation ou de rotation.

D'autres associations sont possibles pour ce qui est de la statique ainsi que d'autres champs de la physique*.

Dans une physique leibnizienne seules les paramètres variables et nécessaires [19] sont introduits dans la structure de base. Tout ce qui est constant ne contribue pas à la construction des structures leibniziennes. On peut dire que l'existence de ces trois concepts de base est le point commun qui relie Newton à Einstein et à Leibniz. Par contre ce sont les fonctions f et g reliant ces 3 paramètres qui les séparent. Autrement dit, pourquoi les fonction f et g prennent-elles ces formes précises ? Les réponses de Newton et d'Einstein sont insuffisantes et ne sont pas fondées sur des critères généraux tels les principes de Raison Suffisante, d'unité dans la Multiplicité ainsi que de la Notion Complète. Ces principes seront détaillés dans l'article qui suit. D'autre part, les idées de bases ne sont pas rattachées à une expérience immédiate et au sens commun. C'est typiquement le cas du postulat d'invariance de la vitesse de la lumière dans les postulats de base de la relativité restreinte qui conduit à un paradoxe bien connu, d'autant plus que ce postulat est emprunté à une autre discipline : l'électromagnétisme. Tout ceci n'est pas compatible avec les idées de Leibniz, et de Mach après lui, qui n'a jamais accepté la théorie de la relativité restreinte, de par son caractère dogmatique et difficile à relier à l'expérience commune. Ceci ne veut pas dire que la théorie est inutile ou érronée mais que les postulats de base sur lesquels elle est bâtie ne sont pas convaincants.

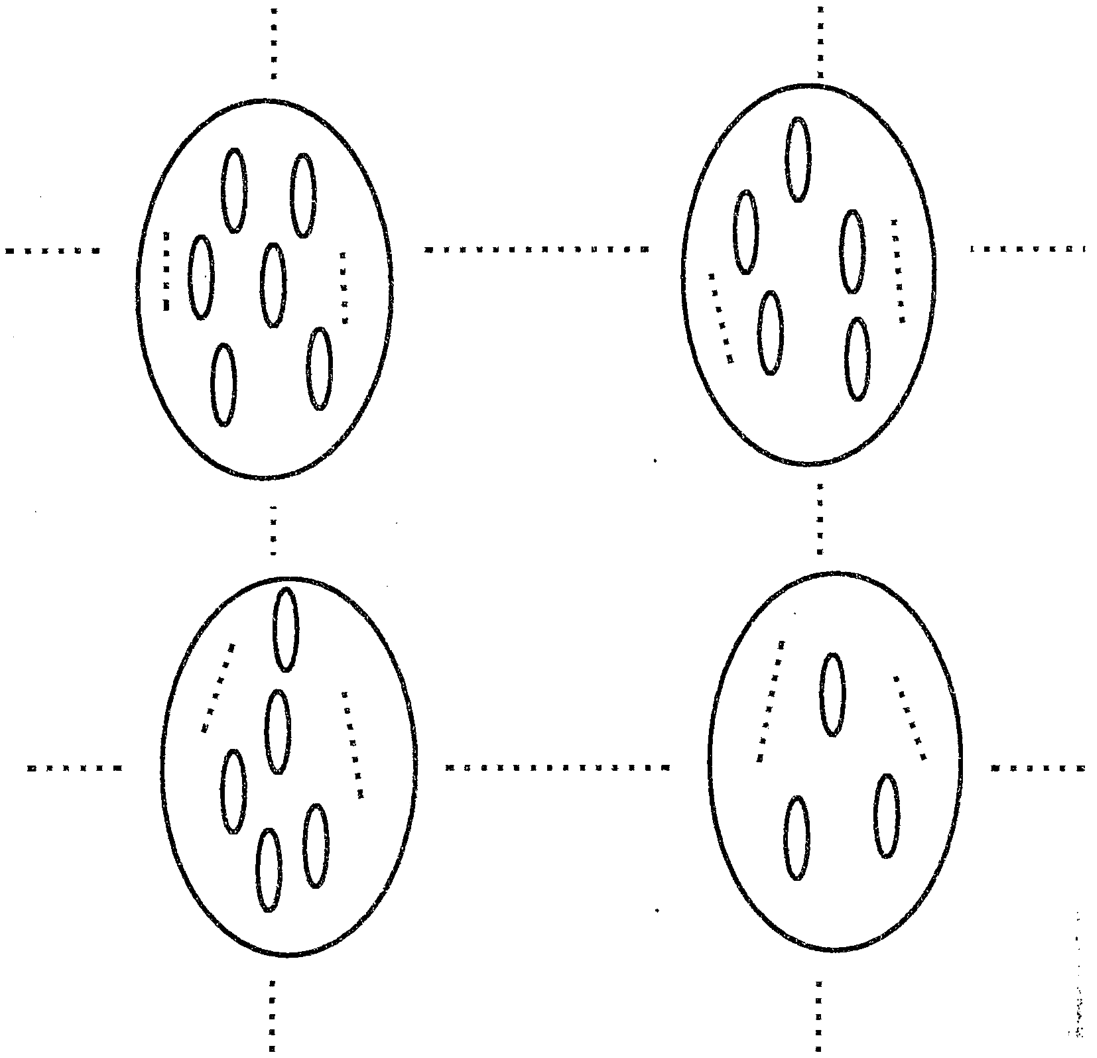
I - D'un ordre simple à un ordre multiple ou d'une contrainte rigide à une liberté relative

Selon Leibniz le prix à payer pour rester proche de l'expérience commune et garder la généralité est la multiplicité des points de vue qui nous conduit à une infinité de structures possibles a priori [10]. Ainsi le schéma classique suivant :



sera remplacé par une multiplicité d'architectures externes et internes comme suit

*Tout cela sera précisé dans l'article qui va suivre.



Ainsi au lieu de f(Q, M) on aura f_{kl} (Q, M) où les paramètres discrets k et l qui prennent en compte la multiplicité des architectures externes, sont associés respectivement à Q et M et prennent des valeurs entières s'étendant de moins l'infini à plus l'infini.

Pour ce qui est de chaque architecture externe, il lui correspond une infinité d'architectures internes. Ainsi au lieu de

$$\beta^{kl} = g^{kl}(Q, M) \textit{ avec } k,l \textit{ fixés}$$

on doit avoir

$$\beta_K^{kl} = g_K^{kl}(Q, M) \quad K \in Z$$

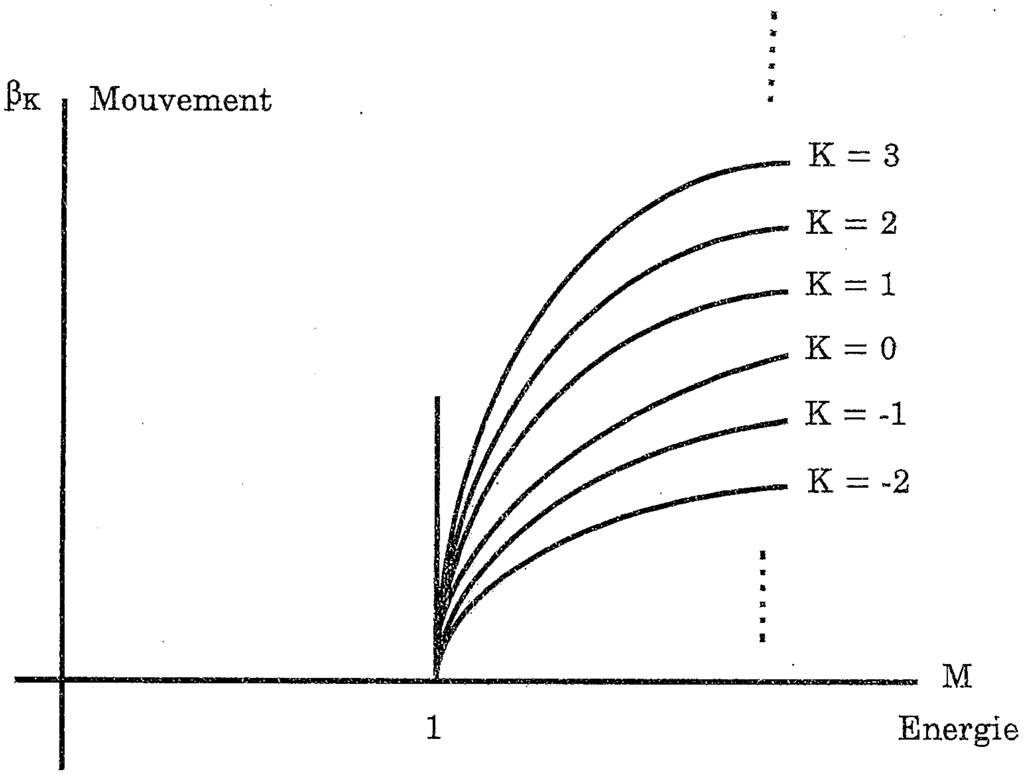
Ainsi aux trois paramètres continus β, Q, M on associe trois degrés de liberté discrets K,k,l pouvant varier de moins l'infini à plus l'infini.

C'est ainsi que l'on construit l'ensemble des mondes possibles. Tout ceci est régi par un principe organisateur de toutes ces multiplicités fondées sur des arguments associés au sens commun et utilisant une procédure d'identification afin de garder un lien direct entre ce que l'on cherche et la forme mathématique associée.

Ce principe organisateur va permettre d'avoir une multiplicité de structures où l'on reconnaîtra les structures newtonienne et einsteinienne comme des cas particuliers associés à des valeurs définies de K, k et ℓ.

Cette démarche est fondée sur des principes plus faibles que ceux de Newton et Einstein, où les métriques spatio-temporelles apparaissent comme un ordre particulier plongé dans un ordre global et multiple. Pour plus de clarté, nous allons être plus précis et nous concentrer sur les liens entre le mouvement et l'énergie.

En effet, l'idée fondamentale dans ce travail, reliée à la multiplicité des points de vue, peut être schématisée comme suit :



Si l'on associe l'idée de fatigue à l'énergie on peut dire que la fatigue d'un être qui se déplace dans une pièce est fonction croissante du nombre de pas qu'il effectue mais non pas de la direction qu'il emprunte. (Invariance de l'énergie par inversion du mouvement ou critère de parité).

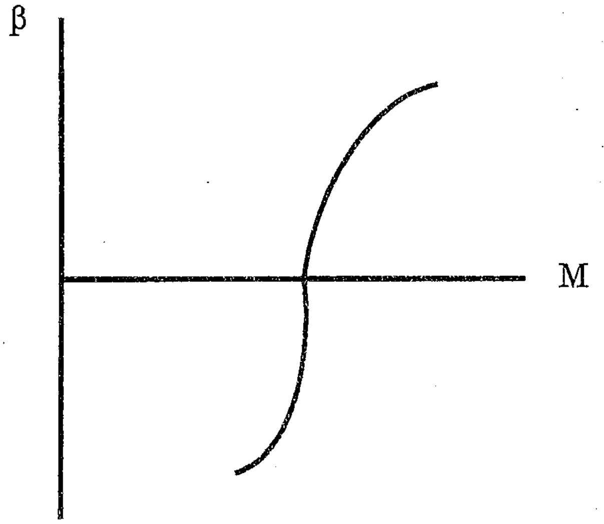
Ces simples données directement liées au sens commun sont compatibles avec les courbes ci-dessus où l'on a une multiplicité de manières de penser le mouvement à partir d'un point fixe de référence où toutes les mesures de mouvement s'annulent en ce point et convergent le long de la verticale.
Bien entendu les dynamiques newtonienne et einsteinienne sont en accord qualitatif avec les courbes ci-dessus, mais les métriques spatio-temporelles introduisent une restriction importante éliminant cette infinité de possibilités. L'orginalité de cette démarche est d'allier ces possibilités infinies en partant du sens commun.

J - Du sens commun qualitatif à une traduction mathématique quantitative

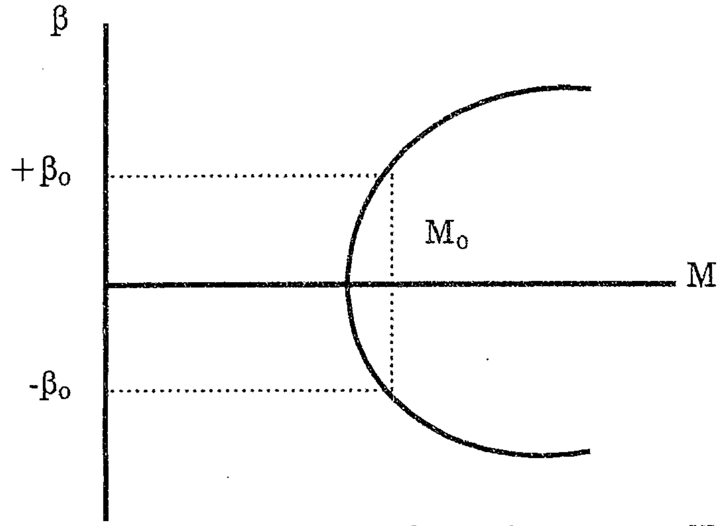
Sur les courbes de la Figure précédente, on voit clairement le caractère croissant entre mouvement et énergie. Pour ce qui est de l'invariance de l'énergie par inversion du mouvement, il apparaît par l'une de ses conséquences, où les courbes convergent selon la verticale.

Bien entendu cette invariance implique ce comportement local au voisinage du point fixe mais la réciproque n'est pas vraie. Cependant, cette conséquence locale est commode pour la construction de structures leibniziennes où l'on part du local vers le global.

En procédant ainsi on reste dans un cadre plus général que celui de l'exigence de la parité puisque l'on peut avoir aussi bien des courbes de la forme suivante :



en plus de celles qui satisfont la parité



En termes poétiques, on peut dire qu'en partant d'hypothèses plus faibles, la musique reste entière mais elle est encore couverte par quelques bruits.

L'accord parfait sera atteint par un critère d'intégrabilité qui éliminera les parasites restants et conduira à l'équivalence avec l'invariance de l'énergie par renversement de la vitesse ou en termes de tous les jours, l'indépendance de la fatigue du sens du mouvement. Shématiquement on a :

Sens commun	Traduction Mathématique directe	Traduction Mathématique Indirecte
Fatigue Insensible au sens du mouvement	$f(M, \beta) = f(M, -\beta)$ ou $M(\beta) = M(-\beta)$	$\lim \beta'(M) \to \infty$ $M \to$ point fixe + Critère d'intégrabilité

Une fois que l'équivalence mathématique est assurée le lien avec le sens commun est établi. Il arrive souvent que l'on découvre des structures intéressantes à la physique mais que l'on n'arrive pas toujours à relier au sens commun qui assure une certaine intelligibilité. C'est d'ailleurs là que réside la puissance des théories fondées sur la cohérence et les développements formels. Ici nous avons affaire à un exemple type qui montre que l'absence de la case du milieu, ne permet plus le passage du sens commun à la traduction mathématique et vice versa. C'est l'équivalence entre les deux traductions mathématiques qui garantit l'intelligibilité, d'où l'intérêt de ne pas se contenter de l'efficacité qu'une théorie prodigue et de rechercher d'éventuels chaînons manquants, qui brisent le lien conduisant à une plus grande intelligibilité.

K - Equivalences Mathématiques et Constructions Géométriques : Du local au global

Cette situation pourrait apparaître quelque peu artificielle si l'on ne prend pas la peine d'expliquer la raison de privilégier la traduction mathématique indirecte à la traduction directe qui lui est équivalente. En effet énoncer deux ou trois idées tirées du sens commun est une chose simple mais leur traduction mathématique directe n'est pas forcément simple à relier. Pour fixer les idées, dire que la cause du mouvement est l'énergie revient à écrire $\beta(M)$ ou $V(E)$ dire ensuite que plus l'énergie est grande plus le mouvement est rapide mène à $\beta'(M) > o$; finalement l'indépendance de l'énergie du sens du mouvement conduit à $f(M, \beta) = f(M, -\beta)$. Or le lien mathématique dans une structure ordonnée n'est pas évident a priori. Par contre, un simple schéma géométrique suggère l'approche de la troisième idée par une hypothèse locale telle que $\lim \beta'(M) \to \infty$ $M \to$ point fixe .

Ceci permet la construction d'une structure géométrique en partant du local vers le global et en faisant apparaître une cohérence dans la construction mathématique puisque l'on fait associer la dérivée par rapport à l'énergie d'abord autour du point fixe, ensuite dans tout le plan.

On voit bien sur cet exemple l'intérêt des équivalences mathématiques ainsi que le prix à payer si l'on veut garder un lien direct avec l'idée physique qualitative et intelligible. Bien entendu, le remplacement d'une hypothèse par une autre plus faible fait perdre un peu d'intelligibilité en ajoutant un peu de bruit. Cependant, le gain apporté à la possibilité d'organiser la structure, d'une part compense largement cette perte, et si d'autre part on découvre le critère manquant pour assurer l'équivalence et éliminer ainsi le bruit toléré provisoirement, alors là, nous sommes en possession d'une chaîne de relations qui explique l'efficacité et garantit l'intelligibilité.

Bien sûr, les hypothèses mentionnées ci-dessus sont vérifiées par les physiques newtonienne et einsteinienne, et sont justifiées par le sens commun. Cependant, il est clair qu'avec les hypothèses newtoniennes et einsteiniennes on exclut des infinités de courbes si l'on se réfère à toutes les courbes traçables dans un plan. C'est là un intérêt majeur de cette démarche. Cette idée de multiplicité directement liée au sens commun garantit une meilleure intelligibilité des théories newtonienne et einsteinienne qui apparaissent comme des cas particuliers au sein d'une structure multiple présentant une infinité de branches qualitativement équivalentes.

Bien entendu, on s'intéressera aux solutions non déductibles des théories newtonienne et einsteinienne.

L - Physique pré-newtonienne et multiplicités leibniziennes

Si l'on veut revenir à une conception leibnizienne il faut revenir à une physique pré-newtonienne où le concept de mouvement n'est pas encore figé dans le moule spatio-temporel par le biais de la vision simple newtonienne.
Comme l'a écrit William Blake dans sa critique de la vision newtonienne [24] :

"Maintenant je vois une vision quadruple et une quadruple vision m'est donnée. Elle est quadruple dans ma joie suprême et triple dans la nuit du doux Beulah et double toujours. Puisse Dieu nous garder de la vision simple et du sommeil de Newton !"

Leibniz dit à peu près la même chose quand il écrit [10] : "Une même ville regardée de différents côtés paraît toute autre, et est comme multipliée perspectivement, il arrive de même, que par la multitude infinie des substances simples, il y a comme autant de différents univers, qui ne sont pourtant que les perspectives d'un seul selon les différents points de vue de chaque monade. Et c'est le moyen d'obtenir autant de vérités qu'il est possible, mais avec le plus grand ordre, qui se puisse, c'est-à-dire c'est le moyen d'obtenir autant de perfection qu'il se peut".

Avant de se donner les moyens par lesquels on va parvenir à une physique leibnizienne unifiant des domaines tels la statique, la dynamique, les translations et les rotations dans un cadre intrinsèque où la multiplicité des points de vue est fondamentale, il est utile de considérer un exemple physique simple emprunté à la dynamique des collisions. On précisera ensuite le lien direct de ce problème avec un problème emprunté à la statique.

M - Sur les restrictions physiques et conceptuelles

Nous allons distinguer dans ce qui suit entre deux catégories de restrictions dans l'élaboration d'une théorie physique : les restrictions physiques et les restrictions conceptuelles.

Afin de bien préciser ces différentes distinctions et classifications, il est utile de se placer dans un contexte physique simple. Pour cela, imaginons une collision entre deux véhicules.

Restrictions Physiques

Tout le monde s'accorde sur le fait que si deux véhicules s'immobilisent après une collision, soit les deux véhicules sont identiques et roulaient donc à la même vitesse, soit l'un d'eux est plus massif et roulait donc à une vitesse moindre, autrement il entraînerait l'autre véhicule*. Mathématiquement on écrit :

$$m_1 \geq m_2 \Leftrightarrow V_1 \leq V_2 \qquad (1)$$

où l'on a associé un nombre réel positif m pour désigner la masse du véhicule et un paramètre réel désignant sa vitesse. Les inéquations (1) sont ce que l'on appelle des restrictions physiques nécessaires en ce sens qu'elles sont qualitatives et compréhensibles par tout le monde. Par contre, dès que l'on passe du qualitatif au quantitatif l'accord parfait initial se dégrade et la compréhension aussi. En effet, la physique newtonienne vérifie (1) mais elle est infiniment moins convaincante puisqu'elle postule :

$$m_1 V_1 = m_2 V_2 \qquad (2)$$

Or il existe une infinité d'autres fonctions possibles qui vérifieraient (1). C'est en ce sens que l'on dit que l'équation (1) est une vérité nécessaire alors que l'équation (2) est une vérité contingente. Avec le développement de la physique du XXème siècle on s'est aperçu que l'équation (2) n'est qu'un résultat approché de :

$$m_1 \frac{V_1}{\sqrt{1-\frac{V_1^2}{c^2}}} = m_2 \frac{V_2}{\sqrt{1-\frac{V_2^2}{c^2}}} \qquad (3)$$

Bien que cette équation éclaire mieux notre regard sur la réalité, elle reste néanmoins mystérieuse à certains égards. En particulier, elle correspond à une vérité contingente de même que l'équation (2), et vérifie bien sûr les restrictions physiques nécessaires données en (1). On notera que l'équation (3) peut apparaître plus difficile à justifier que l'équation (2) où on peut dire que l'on a choisi la voie de la facilité et de la linéarité qui est unique parmi les possibilités infinies des formes non linéaires. Vue sous cet angle l'équation (2) est en quelque sorte justifiable puisqu'unique mais où est la singularité dans l'équation (3) ? Divers travaux sur la théorie de la relativité einsteinienne ont été effectués mettant en évidence le caractère singulier de l'expression (3) et que nous ne rappelons pas ici. Dans ce paragraphe nous avons mis en évidence une perte dans la compréhension dans le passage du qualitatif au quantitatif. Selon Leibniz, une manière de reconquérir une partie de la compréhension est possible par l'introduction de la multiplicité des points de vue sur une réalité donnée, plutôt que la simple vision linéaire newtonienne. Ainsi au lieu des équations (2) ou (3) on doit avoir quelque chose du type

---

* On se place bien sûr dans un cadre symétrique et idéal en ce sens que le terrain est plat il n'y a pas de frottement et il y a absence de perturbations atmosphériques majeurs, on parle alors de système isolé.

$$m_1 f_k \left(V_1^k \right) = m_2 f_k \left(V_2^k \right) \tag{4}$$

où k est un paramètre discret qui peut être tel que :

$$k \in]-\infty, \ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots +\infty[$$

et où f_k doit être compatible avec les restrictions physiques nécessaires et qualitatifs tels (1). Cette multiplicité de points de vue a été suggérée à Leibniz par le microscope de Leeuwenhoek où l'on regarde la réalité à travers des échelles différentes, chaque échelle présentant des caractéristiques particulières [12]. En bref, n'ayant pas de moyens d'éliminer le contingent au profit du nécessaire, on s'en approche par la multiplicité des points de vue.

Restrictions conceptuelles

L'écriture (4) nous amène à traiter des restrictions conceptuelles. En effet, l'équation (4) fait apparaître une multiplicité de manières de s'imaginer le mouvement puisque l'on a V^k au lieu du V classique spatio-temporel. La multiplicité des points de vue sur le mouvement ne manquait pas dans les études pré-newtoniennes, il suffit pour cela de consulter les oeuvres de Galilée, Descartes, Leibniz et d'autres [28]. C'est avec Newton et plus tard Varignon que le concept de vitesse instantanée s'est fixé comme étant la dérivée de l'espace par rapport au temps que l'on note :

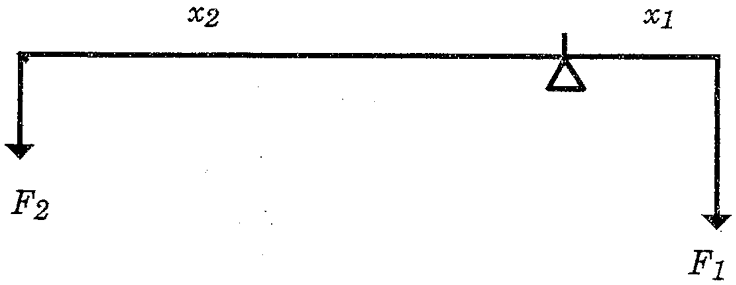
$$V = \frac{dx}{dt} \tag{5}$$

En effet en écrivant une relation comme (5) on place une restriction sévère sur ce que l'on entend par le mot mouvement ou vitesse. Par contre, dans un cadre leibnizien où le mouvement est décrit de diverses manières, le mouvement spatio-temporel apparaît comme un moyen parmi d'autres. Bien entendu, une telle vision met les concepts d'espace-temps et plus généralement de métrique au second plan en privilégiant un certain ordre moins contraignant que celui des métriques spatio-temporelles. En d'autres termes, on remplace la vision métrique par une vision multiple où un certain ordre règne, et où la métrique n'est qu'une façon d'ordonner les choses parmi d'autres [15].

Par opposition aux restrictions physiques où à chaque terme clé on introduit un paramètre mathématique (masse du véhicule : m, mouvement V etc), les restrictions conceptuelles sont des vues de l'esprit et donc contingentes sans lien direct avec une expérience donnée. Un exemple d'une telle restriction est l'équation (5) où l'on peut traiter le problème de la collision sans avoir besoin de cette équation. Le but de Leibniz était d'éliminer ou au moins de minimiser le rôle joué par ces restrictions conceptuelles dont on n'a pas besoin à tout prix pour décrire les phénomènes. Il y a une raison majeure à cela. En effet, de tels concepts contingents peuvent être un obstacle à une éventuelle unification entre différents champs de la physique. Ceci peut être illustré sur un exemple simple où l'on a une similitude qualitative totale entre deux expériences de natures différentes.

N - Unité formelle dans la multiplicité des phénomènes

Par analogie avec le problème de collision on peut dire que deux poids restent en équilibre soit lorsque les deux poids sont identiques et disposés à égale distance du point d'équilibre soit lorsque l'un deux est plus lourd et se situant ainsi à une distance moindre du point d'équilibre.



Mathématiquement on écrit :

$$F_1 \geq F_2 \longleftrightarrow x_1 \leq x_2 \qquad (6)$$

En comparant les équations qualitatives (1) et (6) dont l'intelligibilité est quasi-immédiate, on se trouve avec une parfaite similitude mathémathique et deux problèmes physiques empruntés à deux disciplines différentes, la statique et la dynamique. Il devient clair que si l'on cherche une unité entre les deux descriptions, alors le temps devient un obstacle puisqu'il appartient au domaine de la dynamique uniquement.

Ces considérations générales peuvent être étendues aux phénomènes de rotation qui seront développés ultérieurement.

On peut noter une certaine analogie qualitative entre la présente approche et celle de Cl. Comte [26] pour ce qui est de l'unité entre la dynamique et la statique. De même que les équations d'Einstein apparaissent comme un point de vue extrinsèque (spatio-temporel) parmi les multiples points de vue leibniziens, les équations de Cl. Comte apparaissent comme un point de vue intrinsèque. C'est précisément ce caractère intrinsèque et relationniste qui permet l'unité mentionnée ci-dessus. Les différentes approches seront comparées et discutées dans l'article prochain. Leurs propriétés caractéristiques et leur limite de validité y seront exposées en détail.

En conclusion, on peut dire qu'en privilégiant les lois de conservation sans lesquelles on ne voit pas comment faire de la physique et qui se traduisent par ce que l'on a appelé les restrictions physiques et en reléguant au second plan les restrictions conceptuelles dont on peut se passer a priori, Leibniz cherche à rester le plus proche possible des vérités nécessaires [19] et qui ne s'opposent pas à une éventuelle unification entre deux disciplines différentes en apparence. En effet, à première vue, une pesée n'a rien de semblable avec une collision. Il était donc naturel en quelque sorte de chercher à décrire ces deux phénomènes par deux voies différentes, qui ont donné ce que l'on a l'habitude d'appeler la statique et la dynamique. Il fallait un esprit inhabituel et philosophique ce qui était le cas de Leibniz, pour chercher l'unité dans la multiplicité des phénomènes. Ce sont des critères du même type qui amènent Leibniz à refuser l'espace absolu newtonien et à rester attaché à l'équivalence entre les mouvements de translation et de rotation malgré l'expérience du seau de Newton [20] qui a rallié la plupart des physiciens d'alors autour de lui. Leibniz refusait en quelque sorte certains faits qui semblaient être évidents au commun des mortels une fois expliqués par le maitre Newton. Précisément, Leibniz était peu commun et il lui fallait beaucoup plus pour renoncer à son principe d'unité dans la multiplicité des phénomènes [18]. Sa critique de Newton était tout à fait justifiée grâce aux principes de raison suffisante et d'identité des indiscernables. Cependant, son exigence de clarté lui a permis d'ériger un système philosophique tout à fait remarquable mais dont la mathématisation n'était pas possible avec le calcul différentiel dont il est l'inventeur en grande partie. En effet ce calcul était encore dans une phase assez rudimentaire pour supporter les structures leibniziennes nécessitant et la continuité du calcul infinitésimal et la discontinuité de la combinatoire.

Quant à Newton il s'est contenté du calcul différentiel dans l'élaboration de son système d'un monde linéaire et découplé. L'exigence de Leibniz l'a conduit à un monde non linéaire, et comme la non linéarité implique la multiplicité et la multiplicité mène à la combinatoire, alors on comprend pourquoi Leibniz a préféré consacrer sa vie à la philosophie et aux mathématiques tout en poursuivant un but qu'il n'a pas atteint et qui est la construction d'une théorie physique compatible avec l'expérience et plus convaincante que celle de Newton. Ce sont de telles considérations qui ont amené un historien à dire que Newton a travaillé pour son bien alors que Leibniz à oeuvrer pour le bien de l'humanité. Ce fait devient encore plus justifié quand on connaît les conditions dans lesquelles Newton et Leibniz ont vécu et sont morts.

O - Quelques citations de Leibniz commentées et rattachées à la présente formulation

L'une des préoccupations de Leibniz est la construction d'une physique sans hypothèses incertaines [19] tels l'existence des atomes ou du vide etc. Le seul moyen de donner en physique des démonstrations certaines, c'est d'expliquer les phénomènes par les phénomènes [19] et non par l'introduction de concepts non observables tels les concepts d'espace et de temps.

A l'époque de Leibniz comme il le dit lui même à la fin de son "Essay de dynamique" : "on considérait la masse comme de l'eau et la vitesse comme du sel qu'on faisait dissoudre dans cette eau, et l'on concevait bien le sel plus étendu dans plus d'eau, ou plus resserré dans moins d'eau". Cette manière de concevoir les lois de conservation ne permet pas justement de différencier entre la conservation de la quantité de mouvement et celle de l'énergie. C'est en cherchant à différencier précisément ces deux concepts qu'il effectue une critique de l'image mentionnée ci-dessus.

Leibniz termine son "Essay de dynamique" par la phrase suivante :

"C'est la force* qui est la cause du mouvement qui existe véritablement, ainsi outre hors de la masse, de la figure et de leur changement (qui est le mouvement) il y a quelque autre chose dans la nature corporelle : savoir la force. Il ne faut donc pas s'étonner si la nature (c'est à dire la sagesse souveraine) établit ses lois sur ce qui est le plus réel".

Leibniz définit les concepts qu'il introduit par leurs attributs, c'est ainsi qu'il écrit "ce que j'appelle la force se conserve, et non pas ce que d'autres ont appelé de ce nom".

Quelques lignes plus loin il ajoute : "Il est encore à propos de remarquer que la force se peut estimer sans faire entrer le temps dans la considération... pour estimer la force par le temps il faut aussi considérer tous les chemins et tous les détours. Mais on est dégagé de tout cela quand on considère le seul effet qui se peut produire après tous ces détours... cette considération nous donne une voie abrégée pour estimer les effets par les forces, ou les forces par les effets, et pour connaître les véritables lois de la nature".

* Sous entendu l'énergie cinétique.

Leibniz trouve dans l'idée d'énergie une lumière qu'il projette bien au delà de la science du mouvement et qui sera une base à sa monadologie. "Comme je ne trouve rien de si intelligible que la force (énergie) écrira t-il à Bossuet en 1694, je crois que c'est encore à elle qu'on doit recourir pour soutenir la présence réelle, que j'avoue ne pouvoir assez bien concilier avec l'opinion qui met l'essence des corps dans une étendue toute nue". Ici il fait allusion aux convictions des cartésiens.

Dans ce qui précède, les citations de Leibniz empruntées de son Essay de dynamique, montrent bien à quel point il était convaincu et partisan d'une physique fondée sur les lois de conservation et combien la notion d'énergie lui semblait l'élément fondamental et le premier. Il savait que le chemin n'était pas unique dans la description d'un état physique mais il était convaincu de l'existence de moyens plus économiques que d'autres, c'est pour cette raison que le temps et la cinématique en général ne devaient pas précéder l'énergie et la dynamique.

Selon Leibniz, la raison demande non seulement la cause de l'existence d'une chose mais encore pourquoi elle est telle, comme il le dit [4] : "Ma métaphysique est toute mathématique" c'est pourquoi on peut trouver la raison de toute chose ; avant d'examiner comme se fait le monde, et quelles sont les causes et ses procédés, il faut soutenir que : aucune chose n'existe jamais qu'il ne soit possible (du moins à un esprit omniscient) d'assigner pourquoi elle est plutôt que de n'être pas et pourquoi, elle est telle plutôt qu'autrement".

Ainsi on voit la nécessité de justifier l'introduction de chaque paramètre par des arguments mathématiques. Le principe de raison suffisante demande la justification de tout fait ; la combinatoire rend compte du maximum de déterminations pour chaque fait.

Pour cela Leibniz met en évidence les règles de construction du système qui englobe la méthode et les moyens pour y parvenir. Comme il le dit lui même : "Mes méditations fondamentales roulent sur deux choses, savoir sur l'unité et sur l'infini" (à Sophie) ou encore :

"Mon système prend le meilleur de tous côtés. On comprend de la manière la plus évidente que parmi l'infinité des combinaisons et des séries possibles, celle qui existe est celle pour laquelle le maximum d'essence ou de possibilité est amené à exister". (De la production originelle des choses). "Dieu a choisi celui des mondes possibles qui est le plus parfait c'est-à-dire celui qui est en même temps le plus simple en hypothèses et le plus riche en phénomènes". (Discours de Métaphysique).

Ainsi la création est donc d'abord une prévision mathématique [4], et le monde tel qu'il est constitue la meilleure combinatoire possible. C'est sur ce possible que se joue la distance entre l'homme et Dieu. "Dieu pays des réalités possibles" (A. Arnauld). Entre Dieu et l'homme existe la même distance qu'entre le possible et le réel. Comme le note Catherine Clément [4] : Dieu quitte la figure du roi pour celle du mathématicien, s'il est monarque c'est dans la perspective du meilleur des mondes, dans lequel les hommes ont besoin d'une figure accessible aux sens. Mais comme l'imagination possède une logique - la mathématique - Dieu est surtout Géomètre et Arithméticien. C'est de son activité mathématique que se déduit le meilleur des mondes. Ainsi les phénomènes obéissent donc à l'économie générale mathématique.
En conclusion, on peut dire que l'évolution de la vision de Leibniz concernant la physique diverge complètement par rapport à ce que les physiciens ont retenu pour unifier la force newtonienne à l'énergie leibnizienne comme le fait d'Alembert. En effet, en procédant ainsi, on met l'espace-temps et l'énergie-impulsion sur un même pied d'égalité. Or comme les choses sont définies par leurs attributs et leurs propriétés selon Leibniz, l'énergie-impulsion ont leur raison d'être de par leur propriété de conservation. Par contre, l'espace-temps sont des données liées

simplement à notre perception et sont donc contingentes. Ainsi dans les équations suivantes :

$$m_1 \ V_1 = m_2 \ V_2 \qquad V = \frac{dx}{dt}$$

on peut distinguer trois informations : tout d'abord l'égalité, ensuite la linéarité et finalement le rapport espace-temps.

Leibniz accepte la première comme étant une nécessité à la physique. En d'autres termes, la physique peut être définie comme étant la discipline où l'on cherche une certaine invariance dans la multitude des changements possibles. Il y a donc une raison suffisante à ce que l'égalité soit nécessaire. Quant à la linéarité et au rapport espace-temps, c'est un choix que l'on fait. Ce choix étant restrictif et dogmatique, il ne peut satisfaire au principe leibnizien de raison suffisante. Ainsi, Leibniz remplace le linéaire par du non linéaire multiple et la métrique spatio-temporelle par un ordre multiple, où l'espace et le temps ne forment qu'une manière parmi d'autres de regarder la réalité.

Cette exigence de Leibniz doit amener une plus grande ouverture que celle donnée par Einstein. En effet, en minimisant le rôle du temps, Leibniz donne à son système une ouverture à d'autres champs de la physique telle la statique comme on l'a vu antérieurement, et d'autre part il inclut les structures newtonienne et einsteinienne.

En effet, la forme f_k (V^k) de l'équation (4) est plus générale que celle donnée en (3) et moins dogmatique puisqu'elle ne se limite pas à l'espace et au temps. Elle devra être construite en accord avec des principes leibniziens qui seront développés dans l'article prochain et qui mettront en évidence l'infinité des points de vue possibles.

Laissons Leibniz s'exprimer sur sa vision de l'ordre et de l'harmonie [4] : l'harmonie dit-il est une structure, c'est-à-dire une loi formelle, valable pour différents ordres de réalités ; un modèle commun à tous les niveaux d'analyse. "Il existe une certaine analogie entre les vérités et les proportions. A dire vrai, tout est proportionné, puisque rien ne peut échapper à la loi de la série. On peut proposer une suite, ou série de nombres tout à fait irrégulière en apparence, où les nombres croissent et diminuent variablement sans qu'il paraisse aucun ordre ; et cependant celui qui saura la clé du chiffre, et qui entendra l'origine et la construction de cette suite de nombres, pourra donner une règle, laquelle, étant bien étendue, fera voir que la série est tout à fait régulière, et qu'elle a même de belles propriétés [....] voilà comme il faut [....] juger de celles [les irrégularités] des monstres, et d'autres prétendus défauts dans l'univers" (Théodicée).

Pour revenir à notre problème, la question est alors qu'elle est la série harmonieuse qui va nous donner accès à une multiplicité de points de vues ? En d'autres termes quelles sont les fonctions...f_{-1}, f_0, f_1, ... qui seront en accord avec les idées qualitatives données par les restrictions physiques nécessaires ?

Quant au moyen pour y parvenir, Leibniz propose de partir d'une infinité de mondes possibles par utilisation du potentiel du calcul infinitésimal. Ensuite, on soumettra ce monde à la combinatoire de manière à satisfaire les restrictions physiques nécessaires. Ce sont ces restrictions qui vont rendre compte de la multiplicité des points de vue admissibles ainsi que de la loi de la série et qui va former l'harmonie des lois de la nature.

L'importance du raisonnement par analogie conduisant à l'universalité peut être mise en évidence dans les citations suivantes [4] : "Mes énonciations sont universelles", écrit Leibniz, et "conservent l'analogie" ou encore "la musique nous charme, quoique sa beauté ne consiste que dans les convenances des nombres et dans le compte dont nous ne nous apercevons pas, et que l'âme ne cesse pas de faire, des battements - ou vibrations des corps sonnants - qui se rencontrent par certains intervalles. Les plaisirs que la vue trouve dans les proportions sont de la même nature ; et ceux qui causent les autres sens reviendront à quelque chose de semblable quoique nous ne puissions pas l'expliquer si distinctement" (Principe de la nature et de la grâce).

Comme le note Catherine Clément, continuité et combinatoire sont bien les deux normes de la mathématique leibnizienne.
Selon lui, "la combinatoire est la science des formes, c'est-à-dire du semblable et du dissemblable, comme l'algèbre est la science de la grandeur c'est à dire de l'égal et de l'inégal ; la combinatoire est la science qui invente ou permet d'inventer les caractères propres à l'algèbre, à la musique et mieux que cela à la logique" (A.Tschirnhaus).

Tout ceci contraste avec la pensée locale, linéaire et à simple vision. Il n'est pas nécessaire que deux phénomènes soient similaires à nos sens, il suffit qu'une certaine analogie soit possible et conservée. Ainsi Leibniz ramène tout au principe d'identité, il est le garant du passage du qualitatif au quantitatif ou d'un possible multiple et chaotique à un autre possible multiple mais ordonné et structuré.

C'est grâce au potentiel du calcul infinitésimal et à travers l'identité ou l'identification que l'on sera amené à construire le monde des possibles leibnizien. L'image géométrique de celui-ci est chaotique et difforme puisqu'elle se compose d'une infinité d'infinités de courbes allant dans tous les sens et remplissant tout le plan. L'harmonie préétablie est là mais elle est enfouie au sein d'une multitude de formes désordonnées. Contrairement à Newton ou Einstein, on ne compose pas une musique, on élimine plutôt le bruit, gardant ainsi une multiplicité de musiques possibles.

L'ordre multiple est là dans le calcul différentiel et la combinatoire, il suffit de le mettre en évidence sous forme de séries infinies. Ceci est possible grâce aux principes leibniziens de la notion complète et du point fixe ainsi que de l'identité des indiscernables et de raison suffisante présentés dans l'article prochain dans lequel on opposera le courant relationniste présenté par Leibniz et plus tard Mach et le courant newtonien absolutiste.

L'intérêt de l'auteur à la philosophie et l'histoire des sciences est dû à sa conviction que pour découvrir des possibilités nouvelles, il faut d'abord savoir comment les hommes de sciences s'y sont pris [23], au fil des ans et des siècles, pour forger leurs concepts, concepts qui ont toujours quelque chose de conventionnel et d'accidentel et qui est souvent caché dans l'enseignement général.

Nous terminons cette partie avec cette affirmation du psychanalyste L. E. Prado tirée d'un livre intitulé "**Cosmos et contexte**" [27].

Toute théorie qui en se produisant ne montrerait pas le mode de travail par lequel elle se produit, et ne jetterait en même temps les bases possibles de sa critique et de la transformation de son mode de travail, toute théorie qui échapperait à cette exigence serait simplement du camouflage, du déguisement, masque derrière lequel se cache un pouvoir qui a honte de s'avouer en tant que tel.

REFERENCES

[1] Pierre Costabel : "Leibniz et la dynamique", les textes de 1692, histoire de la pensée Hermann, 1960.

[2] Newton : " The mathematical principles of natural philosophy", A. Motte's translation, revised by Florian Cajori, Univ. of California Press, Berkley and Los Angeles, 1962.

[3] Y. Beleval, "la place de la "Nova methodus" dans le système Leibnizien". Studia Leibnitiana Sonderkeft 1986 T14.

[4] Texte sur Leibniz dans "L'Encyclopedia Universalis".

[5] Parmentier : "Naissance du calcul differentiel" librairie philosophique J. Vrin 1989.

[6] Olivier Roy : "Leibniz et la Chine" librairie philosophique J. Vrin 1972.

[7] Colin Ronan : "Histoire mondiale des sciences" Ed. Seuil (1988).

[8] Fritjof Capra : " Le tao de la physique" Ed. Tchou (1975).

[9] M. Fox : "Leibniz's metaphysics of space and time" studia leibnitiana, 2, 1970.

[10] Leibniz : "La Monadologie" (librairie Dalagrave).

[11] Stuart Brown : "Leibniz's break with cartesian "Rationalism" philosophy, history and historiography", Reidl 1985.

[12] Michel Serres : "Le système de Leibniz et ses modèles mathématiques" Presses Universitaire de France 1968.

[13] Leibniz : "sur l'origine radicale des choses". Ed. Hatier 1984.

[14] Ouvrage collectif "La matière aujourd'hui" Ed. Seuil. (1981).

[15] Chana B. Cox : "A defense of Leibniz's spatial relativism" Stud. Hist. Phil. Sci. 6 (1975) n° 2.

[16] Hubert Reeves : "Patience dans l'azur" Ed. Seuil 1988
"Malicorne" Ed. Seuil 1990.

[17] Ilya Prigogine et Isabelle Stengers : "La nouvelle alliance" Ed. Gallimard (1988).

[18] G. Gale : "Theory and practice in science : Leibniz, conservation principles and the gap between theory and experiment. S. L supplementa 22, 1982.

[19] Michel Fichant : "Les concepts fondamentaux de la mécanique selon Leibniz, en 1676", Studia Leibnitiana Supplementa 1978 U17.

[20] Max Jammer : "Concepts of space" Harvard University Press (1970).

[21] D. P. Walker : "Leibniz and language" Journal of the warburg and courtauld Institut, 35, 1972.

[22] J. C. Dumoncet : "le système de Leibniz sa structure et son centre", Revue Philosophique n° 4/1983.

[23] Ernst Mach, Physicist and Philosopher" Boston studies Vol VI, Edited by Robert S. Cohen and Raymond J. Seeger (1970).

[24] Theodore Roszak : "où finit le desert" Ed. Stock (1973).

[25] Ouvrage collectif "Penser les mathématiques" Ed. Seuil (1982).

[26] C. Comte a) "The fundamental role of the reference frame revisited"
b) Thèse de doctorat, université de Strasbourg (1983).

[27] Mario Novello : "Cosmos et contexte" Masson (1987).

PHYSIQUE ET PHILOSOPHIE
CARACTÉRISTIQUE UNIVERSELLE LEIBNIZIENNE
ET STRUCTURES MULTIPLES

INTRODUCTION ET IDÉES DE BASE

a) Leibniz face à Newton et Kant

b) Leibniz et la multiplicité

c) Quantification et intelligibilité

d) Leibniz : Défenseur de Platon

e) Perceptions subjectives et réalité objective

f) Principe organisateur et relativité leibnizienne

g) Newton-Einstein et Leibniz : Ordres différents (Création ex-nihilo et mythologie du chaos)

h) Newton le maçon et Leibniz le sculpteur

i) Newton : la mathématique est la bonne à tout faire
Leibniz : la mathématique est l'essence de l'être

j) Newton : Physique extrinsèque simple
Leibniz : Physique intrinsèque multiple

I - POSITION DES PROBLEMES : PHYSIQUE, PHILOSOPHIQUE ET MATHEMATIQUE

1 - POSITION DU PROBLÈME PHYSIQUE

1. a) Espace et mouvement : Relatifs ou Absolus ?

1. b) Structures newtoniennes extrinsèques et structures leibniziennes intrinsèques.

2 - POSITION DU PROBLÈME PHILOSOPHIQUE

2. a) Courant relationniste et pensée rationnelle

2. b) Caractéristique universelle leibnizienne

2. c) Sur la vision uniforme et abstraite de Newton et celle variable et concrète de Leibniz

2. d) Leibniz et certaines approches actuelles

2. e) Physique pré-newtonienne et multiplicité des points de vue

2. f) Leibniz et Descartes : Physique Intrinsèque
(i) Points communs
(ii) Différences majeures

2. g) Le monde des possibles chez Aristote, Descartes, Spinoza et Leibniz

2. h) Sur la Clarté et la Distinction

2. i) Multiplicité des points de vue associée à l'image du microscope

2. j) Lien avec une époque plus récente et comparaison entre Einstein-Minkowski et Leibniz-Mach

2. k) Nos concepts de bases sont-ils les plus adéquats à la compréhension des phénomènes ? Comparaison avec la physique aristotélicienne

2. l) Dualités et complémentarités

3 - POSITION DU PROBLÈME MATHÉMATIQUE

3. a) Newton : De l'uniformité totale à l'ordre unique et absolu
Leibniz : De la diversité infinie à l'ordre multiple et relatif

3. b) Unité formelle de la statique et de la dynamique

3. c) Présentation qualitative des principes leibniziens
(i) Principe d'Économie ou d'Unité dans la Multiplicité
(ii) Principe du Point Fixe et de la Notion Complète
(iii) Principe d'Identité des Indiscernables et de Relativité Leibnizienne
(iv) Principe de Raison Suffisante et Monde des Possibles.
a) Du simple partiel régional au multiple complet universel

3. d) Formulation mathématique des principes leibniziens
(i) Principe du Point Fixe et de la Notion Complète
(ii) Principe d'identité des Indiscernables et de la Relativité Leibnizienne
a) Construction de la loi d'écart, fonction microscope ou principe organisateur
b) Propriétés de la loi d'écart, fonction microscope ou principe organisateur
(iii) Principe de Raison Suffisante et Monde des Possibles

3. e) Déduction du monde des réels ou de la caractéristique universelle

II - STRUCTURES MULTIPLES ET REALITE PHYSIQUE

4 - APPLICATION DE LA "CARACTÉRISTIQUE UNIVERSELLE" À LA PHYSIQUE DES TRANSLATIONS

4. a) Lien de la vision multiple avec la physique de l'espace-temps

4. b) Vision multiple et élimination des paradoxes

4. c) Révision de la théorie de la relativité "restreinte"

4. d) De Newton à Einstein ou de l'unité vers la multiplicité

4. e) Commentaire concernant les concepts d'énergie-impulsion et leur duals temps-espace dans une variété quadri-dimensionnelle

5 - REPRÉSENTATION GEOMETRIQUE GRACE AU CERCLE

6 - APPLICATION DE LA "CARACTÉRISTIQUE UNIVERSELLE" À LA PHYSIQUE DES ROTATIONS

6. a) Corps en mouvement de rotation rapide et lien avec la mécanique quantique

6. b) Lien avec la structure dégénérée newtonienne et introduction du concept d'énergie cinétique relative

6. c) Comparaison de la présente approche avec certains modèles utilisés en physique des hautes énergies

6. d) Métrique spatio-temporelle associée aux rotations

7 - APPLICATION DE LA "CARACTÉRISTIQUE UNIVERSELLE" À LA STATIQUE

7. a) Translations statiques
7. b) Rotations statiques
7. c) Classement de diverses théories

8 - INTERACTIONS ELECTROMAGNÉTIQUES

8. a) Procédure inverse à l'approche historique
8. b) Généralisation à un monde multidimensionnel
8. c) De la relativité à l'électromagnétisme
8. d) Des équations de Maxwell à l'équation de Schrödinger pour le photon.
8. e) Remarques sur les structures spatio-temporelles et lien à la méthodologie leibnizienne

9 - INTÉRACTIONS GRAVITATIONNELLES

9. a) Platon et le cercle
9. b) Du cercle à la gravitation et aux univers clos d'Einstein

10 - LAGRANGIENS ET PROBLÈMES ASSOCIÉS À DES ROTATIONS RAPIDES

10. a) Cadre unidimensionnel
10. b) Cadre multidimensionnel (Angles d'Euler)

11 - EXTENSION DE LA PRÉSENTE APPROCHE ÉNERGÉTIQUE À DES PHÉNOMÈNES ÉLECTRO-MAGNÉTIQUES

11. a) Du linéaire au non linéaire.
11. b) Correspondances passives et correspondances actives.
11. c) Lien qualitatif avec un autre travail récent.

CONCLUSION

ANNEXES

A - Relation de la démarche leibnizienne avec celles de Newton, Lagrange et Einstein et ouverture à d'autres voies.

B - Sur le concept de temps

C - Sur la matière

D - Mise en évidence des structures newtonienne et einsteinienne comme cas particuliers des structures leibniziennes

E - Structures découplées et dégénérées

F - Autres constructions équivalentes des structures leibniziennes et extensions à de nouvelles structures

INTRODUCTION ET IDEES DE BASE

Quand un penseur touche profond, il est rare qu'il ait des mobiles médiocres ; pour penser profond, il faut vivre libre des groupes de pression, et Leibniz a ainsi vécu, jusqu'à la misère et l'oubli.

Préface de Michel Serres
dans l'être et la relation

INTRODUCTION ET IDEES DE BASE

Ce travail offre un autre regard sur les concepts de base de nos théories physiques. Il sera question notamment des physiques newtonienne et einsteinienne et plus particulièrement des liens entre différents aspects telles la dynamique, la statique, les translations et rotations. Cette approche peut être perçue comme un chapitre manquant à la physique et qui vient critiquer certains points fondamentaux et compléter les oeuvres de Newton, d'Alembert, Lagrange, Einstein et bien d'autres.

a) Leibniz face à Newton et Kant

Cette thèse cherche à défendre la philosophie de Leibniz qui a été sévèrement critiquée par les philosophes mécanistes ainsi que par divers écrivains, historiens et scientifiques.

La caractéristique de la philosophie leibnizienne est son détachement de la vision spatio-temporelle et particulièrement la vision des Newtoniens à laquelle la plupart des philosophes ont fini par adhérer de par son efficacité dans la description du réel et son succès pour ce qui est de certaines prédictions. Le cas du philosophe Kant est typique puisqu'après avoir été proche de la pensée leibnizienne il modifie sa position à la suite de l'influence de la pensée newtonienne dont le succès pratique est incontestable.

C'est Euler [1] en particulier qui conduit Kant vers le newtonianisme et la défense de l'espace-temps newtonien. Ainsi Kant considère l'espace-temps comme des formes a priori de la sensibilité, et les corps que l'on perçoit présupposent leur existence.

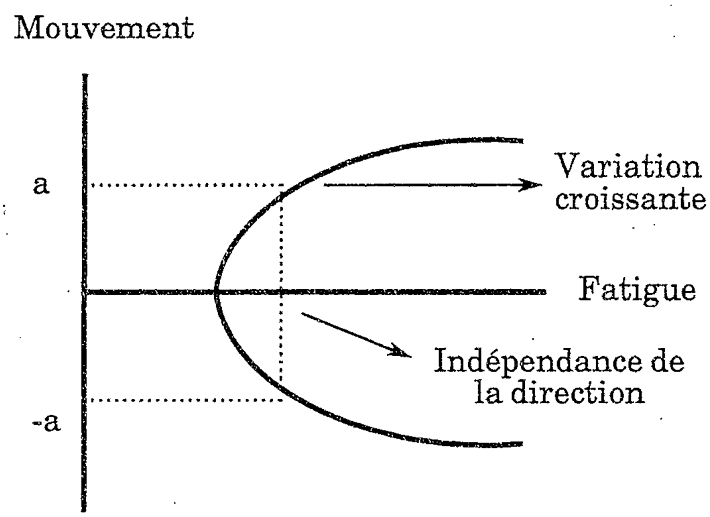
Pour Leibniz, quant à lui, l'espace et le temps présupposent les corps et les perceptions. C'est du coeur du phénomène qu'il faut partir dans l'élaboration d'une approche de la réalité qui nous entoure, et non d'hypothèses abstraites et inobservables tels les concepts d'espace et de temps externes aux phénomènes d'où la la dénomination de physique intrinsèque. Ainsi dans la mathématisation de la pensée leibnizienne intrinsèque, c'est tout à fait l'inverse qui se produit si l'on se réfère aux théories physiques spatio-temporelles. (La dynamique précéde la cinématique chez Leibniz).

b) Leibniz et la multiplicité

Cette démarche, qui s'accorde avec le courant relationniste auquel Leibniz et plus tard Mach ont contribué activement, conduit à la découverte de structures non linéaires, intrinsèques et multiples. Ces structures multiples compléteront les théories spatio-temporelles bien connues, et feront apparaître les concepts d'espace et de temps comme un point de vue parmi d'autres. Ceci est possible grâce à l'idée de multiplicité, typiquement leibnizienne, et qui s'oppose à la vision simple de Newton. Cette approche présente divers points communs avec les approches newtonienne et einsteinienne mais elle a l'avantage de les compléter et de les faire apparaître comme des formes locales à l'intérieur d'une structure globale de multiplicité infinie. Selon Leibniz, c'est le prix à payer si l'on veut allier l'intelligibilité à l'efficacité. En effet, une des caractéristiques principales d'une théorie physique est son succès et son efficacité dans le processus de transformation et de découverte du monde physique. Quant à son intelligibilité, elle est souvent loin d'être acquise ou évidente à saisir. Le cas de l'action à distance newtonienne est instructif à cet égard.

Selon Leibniz "il existe une certaine analogie entre les vérités et les proportions [2]. On peut proposer une suite ou série de nombres tout à fait irrégulière en apparence, où les nombres croissent et diminuent variablement sans qu'il paraisse aucun ordre ; et cependant, celui qui saura la clef du chiffre, et qui entendra l'origine et la construction de cette suite de nombres, pourra donner une règle qui fera voir que la série est tout à fait régulière et qu'elle a même de belles propriétés". (Théodicée)

Cette citation de Leibniz résume parfaitement la présente démarche où l'on cherche une série infinie de courbes régulières compatibles avec certains principes généraux intimement liés au sens commun et empruntés à la philosophie de l'harmonie pré-établie de Leibniz. En un mot, on cherche à rester proche du sens commun grâce à la multiplicité infinie des points de vue qui sera schématisée par une série infinie de courbes dont chacune représente un point de vue. Pour fixer les idées sur cette manière de rechercher le sens commun dans la multiplicité, un exemple particulier s'impose d'autant plus qu'on a beaucoup évoqué le caractère abstrait et paradoxal de certains postulats et critères physiques fondamentaux telle l'invariance de la vitesse de la lumière dans la théorie de la relativité einsteinienne. Pour cela on attache de l'importance non à la chose comme le font Newton et Einstein mais à la relation entre deux états puisés de sensations communes. Par exemple : imaginons quelqu'un qui fait des va-et-vient dans un couloir, on peut dire que plus cette personne marche vite plus elle se fatigue, par contre sa fatigue ne dépend pas de la direction du mouvement. Schématiquement, si l'on se place dans un cadre continu, on a le diagramme suivant :

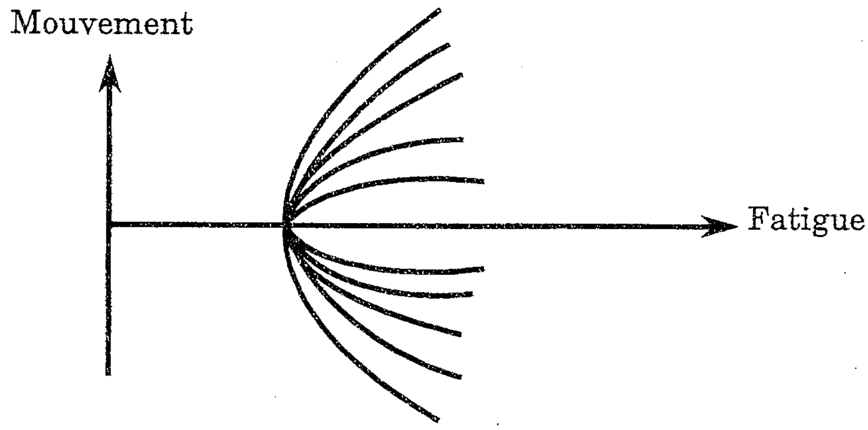


Cette visualisation géométrique inclut l'idée de variation croissante et celle de l'invariance ou l'indépendance par rapport à la direction.

c) Quantification et intelligibilité

Cette figure est intelligible mais ne permet pas de spécifier la forme analytique précise et nécessaire à une étude quantitative. C'est dans la quantification que l'on perd l'intelligibilité ou au moins une partie de celle-ci. On est donc conduit à privilégier un point de vue ou une courbe parmi une infinité d'autres pouvant rester compatibles avec les deux idées tirées du sens commun ou de nos sensations quotidiennes.

Privilégier un point de vue particulier est contraire au principe de raison suffisante leibnizien. Pour pallier cet handicap, Leibniz propose de partir d'une infinité de courbes possibles dans un plan qui sont compatibles avec les deux idées mentionnées ci-dessus. On obtient ainsi la structure multiple suivante :



Comme le note Michel Serres [3], "distinguer une notion leibnizienne reviendra à en donner le graphe, c'est-à-dire l'étaler dans un réseau qui mettra en évidence les multiples aspects et perspectives. Toute notion est un noeud où se croisent plusieurs informations et inversement, toutes les approches concourent en un point des variations en somme sans répétition".

L'absence de répétition [4] peut être liée à ce que l'on appelle "principe d'identité des indiscernables" où, selon Leibniz, il n'y a jamais dans la nature deux êtres qui soient parfaitement semblables et où il ne soit possible de trouver une différence interne.

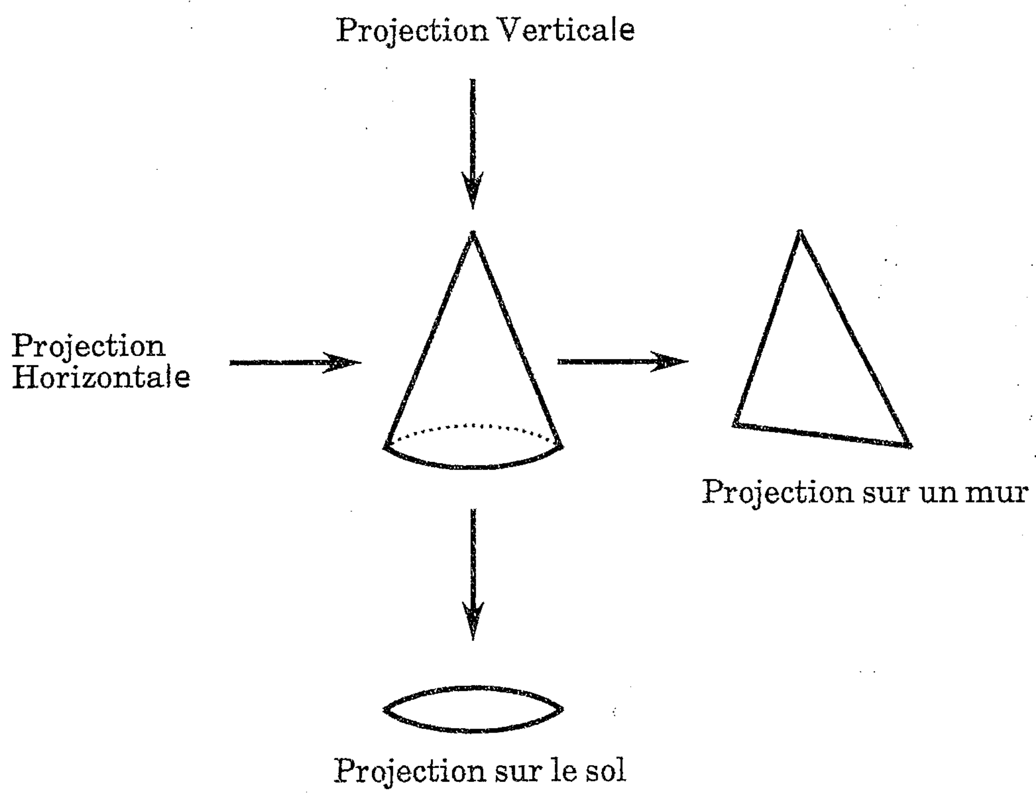
Sur la figure multiple ci-dessus, le point fixe par lequel passent les différentes courbes est un point de référence qui associe le même état de fatigue en l'absence de mouvement. C'est la mesure du mouvement qui change d'un point de vue à l'autre et c'est un principe organisateur multiple associé au potentiel du calcul différentiel et intégral qui va spécifier les différentes mesures.

Nous sommes ainsi en présence de deux aspects : d'une part on attache de l'importance à la relation intelligible et multiple, d'autre part on utilise le potentiel du langage associé au calcul différentiel et intégral dont les développements de base ainsi que les notations ont été précisement réalisés par Leibniz lui même.

Le premier aspect est un choix qui vise l'universalité et qui s'oppose à celui de Newton élargi par Einstein. Le second aspect apparaît comme une nécessité pour la cohérence et la précision du discours. Sur ce dernier point Leibniz et Newton sont en accord. Cependant, d'un point de vue philosophique, la démarche leibnizienne est relative au langage adopté et utilise son potentiel alors qu'une démarche du type newtonien présente un caractère absolu et dogmatique.

d) Leibniz : Défenseur de Platon

L'idée associée à la multiplicité des points de vue est proche de l'expérience commune où la connaissance complète de la forme d'un objet requiert une observation sous différents angles. Idée pouvant être reliée à la philosophie platonicienne [5] où le monde observé n'est que l'ombre de la réalité profonde. Par conséquent, si la vraie réalité échappe à nos sens, une manière de tendre vers celle-ci est de l'observer en projetant sur elle des lumières dans différentes directions. C'est ainsi qu'une forme cônique, peut être perçue comme une forme triangulaire ou circulaire selon la direction du faisceau lumineux incident délivré par le projecteur.



Une infinité de projections est possible, autre que horizontale et verticale, elles conduisent toutes à des formes diverses allant du triangle au cercle et vice-versa en passant par une infinité de formes intermédiaires.
Une certaine analogie existe entre le schéma mentionné ci-dessus et les structures leibniziennes multiples. Les correspondances peuvent être établies comme suit si l'on se focalise sur la dynamique et la science du mouvement.

Schéma géométrique	→	Structure analytique
Figure cônique	→	Réalité leibnizienne
Projection triangulaire	→	Mouvement spatio-temporel
Projection circulaire	→	Mouvement non spatio-temporel*
Infinité de figures Intermédiaires reliant les projections ci-dessus	→	Infinité de combinaisons reliant les images associées aux mouvements ci-dessus

* Ce que l'on entend par mouvements non spatio-temporels, ce sont les images mentales que l'on peut se faire du mouvement sans faire intervenir simultanément les concepts d'espace et de temps dans la définition.

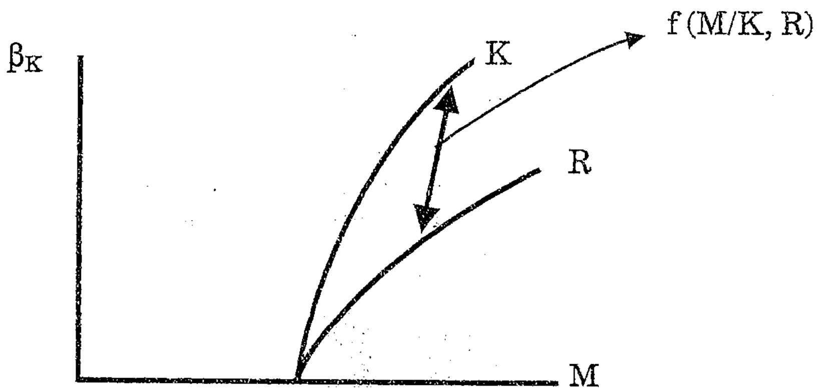
e) Perceptions subjectives et réalité objective

Dans le schéma précédent emprunté à la philosophie platonicienne, on peut dire que nos sens séparent ce qui est uni puisque l'on ne perçoit qu'un point de vue de la réalité. L'un des buts de la multiplicité leibnizienne est la reconstruction d'une réalité unique et objective à partir de perceptions séparées et subjectives. Un exemple va nous aider à saisir ce passage. Imaginons la foudre. Nos sens, dont chacun n'est qu'un point de vue sur cette réalité, présentent des caractères subjectifs et séparateurs. C'est ainsi que l'on entend le tonnerre et l'on perçoit l'éclair comme s'il s'agissait de deux phénomènes différents. C'est notre raison, associée à des expériences répétées à des distances plus ou moins éloignées du phénomène, qui nous fera reconstruire l'unité perdue. Un aveugle pourra toujours croire que le phénomène se produit au moment même où il l'entend. Par contre, quelqu'un qui voit et qui entend sera obligé d'admettre qu'il faut un certain temps pour que le son atteigne son oreille. Autrement, comment expliquer le décalage perçu entre l'instant où il entend le tonnerre et celui où il voit l'éclair ? Ainsi, pour un aveugle, le temps écoulé pour que le son lui parvienne du phénomène reste une hypothèse à admettre et non une nécessité déduite de la comparaison des deux perceptions séparées. Ce ne sont pas les perceptions subjectives sonore ou lumineuse prises séparément qui nous font prendre conscience de l'existence objective d'un temps écoulé entre l'émission et la réception du signal. C'est la relation entre ces deux perceptions subjectives qui conduit à l'intelligibilité du phénomène.

La question est alors la suivante : si notre physique apparaît paradoxale à certains égards, n'est-ce pas parce qu'on part toujours en imposant un point de vue et un seul, se condamnant ainsi à être dans la position de l'aveugle qui n'a accès qu'à une perception et qui doit admettre et postuler sans vraiment comprendre ? C'est une piste qui ne semble pas avoir été examinée et appliquée à la physique de manière explicite.

f) Principe organisateur et relativité leibnizienne

Dans une approche leibnizienne relative où la relation prime l'être, le principe organisateur des multiplicités des points de vue (revoir les courbes multiples) consiste à construire une mesure intrinsèque et relative séparant deux courbes quelconques. C'est là où se situe la relativité leibnizienne. Schématiquement on a :



Cette construction qui est la base de toutes les multiplicités leibniziennes est fondée et sur le sens commun et sur une procédure d'identification qui seront précisés dans le texte principal.

g) Newton - Einstein et Leibniz : Ordres différents (Création ex-nihilo et mythologie du chaos)

Afin de bien distinguer la démarche leibnizienne des démarches newtonienne et einsteinienne, il est utile de noter que tout le monde s'accorde sur l'existence d'une organisation et d'un ordre dans la nature. Par contre, un désaccord fondamental est présent quant à la manière d'atteindre cet ordre et la nature de celui-ci. Pour Newton et Einstein il s'agit d'un ordre simple obtenu par une création absolue à partir du néant. Par contre, Leibniz parle d'un ordre multiple atteint à partir d'un désordre initial et infini. Ces deux manières opposées de converger vers une certaine harmonie peuvent être reliées à deux schémas mythiques élaborés par divers philosophes. La création ex-nihilo qui apparaît à un moment donné grâce à une décision divine et la mythologie du chaos qui fait intervenir un démiurge qui se sert d'éléments pré-fabriqués pour ordonner le monde que nous connaissons. La création ex-nihilo ou absolue d'un contenant : l'espace-temps et d'un contenu : la matière, véhiculée par la religion judéo-chrétienne et adoptée par Newton conduit à des difficultés de par la nécessité d'un Dieu créateur. Par contre, poser la matière, dont l'attribut principal est sa conservation et permanence, comme première, est une solution plus économique qui se passe d'un Dieu créateur. Rien n'est avancé sur l'origine de la matière. On prend simplement acte de l'existence de l'univers et de son organisation harmonieuse. Bien que le Dieu de Leibniz soit créateur et organisateur, Leibniz s'attache au deuxième attribut en n'introduisant dans sa physique que des éléments perceptibles et observables [6].

Du point de vue des principes et postulats de base sur lesquels reposent les structures résultantes, on conçoit sans peine qu'il doit y avoir des différences fondamentales. En effet, dans les démarches einsteinienne et newtonienne il s'agit de construire ou d'établir des principes ou en termes poétiques de composer une harmonie.

Dans une démarche du type leibnizien, il s'agit de principes organisateurs d'un chaos initial, où l'on élimine le bruit pour ne laisser que l'harmonie pré-existante. Le système leibnizien est un système évolutif en ce sens que notre représentation de la réalité dépend du langage utilisé pour parler de cette réalité. C'est pourquoi Leibniz a passé sa vie à la recherche d'un langage universel sur lequel il comptait bâtir ce qu'il appelait " sa caractéristique universelle" [2, 7].

h) Newton le maçon et Leibniz le sculpteur

Newton et Einstein nous invitent à nous concentrer sur un point à partir duquel on trace une courbe qui sera en accord avec la réalité expérimentale. Leibniz nous invite à partir de toutes les courbes possibles dans un plan et de chercher des principes organisateurs conduisant à une famille infinie de courbes harmonieuses. Dans le premier cas, il s'agit de l'oeuvre d'un maçon qui construit une maison en empilant pierre sur pierre. Dans le deuxième cas, il s'agit de l'oeuvre d'un sculpteur qui élimine la difformité de la matière brute pour ne garder que les formes cachées harmonieuses et pré-existantes.

i) Newton : la mathématique est la bonne à tout faire
Leibniz : la mathématique est l'essence de l'être

Newton est absolutiste et utilise la représentation mathématique comme un instrument au service du concept physique qui est premier. Il voit ainsi dans les mathématiques un simple mode d'expression qui fournit au physicien la langue adéquate avec laquelle il peut décrire les lois de la nature imposées par un être suprême. Leibniz, quant à lui, ne pouvait adhérer à une telle conception où les mathématiques se réduisent à un simple outil. Il ne pouvait pas accepter le fait que son calcul différentiel ne soit que la bonne à tout faire au service de concepts imposés par une volonté extérieure.

Leibniz est un continuateur des Pythagoriciens où "le nombre gouverne le monde". Il revient à une sorte de relativisme platonicien [5] où il est impossible de parler du réel de manière totalement libre. Nous sommes contraints par notre langage et notre mode de pensée.

Les concepts et relations mathématiques harmonieuses présentent donc une certaine analogie avec l'harmonie de l'univers physique et touchent à l'essence même de l'être [4].

Les deux courants mentionnés ci-dessus s'inspirent de deux conceptions différentes de l'idée de Dieu. Contrairement au Dieu des philosophes anciens qui est principe d'ordre et d'intelligibilité beaucoup plus que principe d'existence notre science moderne s'est dévelopée à partir du Théisme moderne fortement influencé par la conception judéo-chrétienne d'un Dieu créateur et externe à nous. Il serait intéressant de se replacer dans le contexte historique du XVIIème siècle et de reprendre le débat Newton-Leibniz défendant ce dernier qui a été le grand perdant pendant plus de deux siècles. Par l'adoption de sa vision intrinsèque et organisatrice d'un chaos initial qui conduit à un ordre multiple on élargit et on inclut les visions newtonienne et einsteinienne extrinsèques et créatrices d'un ordre unique.

Outre les intérêts historique et philosophique d'une telle démarche, avec le recul du temps et les développements de la physique moderne, on s'aperçoit jusqu'à un certain point que les idées de Leibniz présentent qualitativement certaines analogies avec des approches physiques modernes [8, 9]. C'est ce fait qui a encouragé l'auteur à se pencher sur ce sujet pluridisciplinaire d'autant plus qu'il existe des problèmes physiques spécifiques pouvant être éclairés par une démarche intrinsèque de type leibnizien.

j) Newton : Physique extrinsèque simple
Leibniz : Physique intrinsèque multiple

Cette approche partant du sens commun et d'un chaos initial et tendant vers des structures multiples et organisées, est d'une part séduisante en elle-même de par son originalité et des idées qu'elle peut inspirer. D'autre part, en effectuant des liens avec certaines lois de la physique, on gagne beaucoup en compréhension puisqu'on déduit ce que d'autres ont postulé. En outre, on complète ce que la physique n'a pu voir de par les restrictions imposées par des principes et postulats de base très contraignants. Ces derniers ne sont que des propositions régionales, extrinsèques, simples et liées au concept et à la chose (atome, particule, onde, etc...) par opposition aux propositions leibniziennes universelles, intrinsèques, multiples et liées à la relation et à l'ordre (plus grand, plus petit, invariance par certaines transformations etc...).

Dans ce travail où physique philosophie et mathématiques se cottoient, il s'agit d'amener quelques éléments nouveaux et une autre manière d'aborder certaines approches. L'auteur ne prétend pas tout expliquer ou tout comprendre, il y a plusieurs manières de se représenter les choses et c'en est une qui conduit à des structures multiples par voie déductive. La déduction d'une telle multiplicité ne semble pas avoir été mise en évidence dans les démarches antérieures. On peut dire que l'on a procédé selon le vieil adage : "nous partons d'un certain degré de confusion et on tend vers un autre degré de confusion qui se situe à un niveau plus élevé".

I - POSITION DES PROBLEMES :

PHYSIQUE, PHILOSOPHIQUE et MATHEMATIQUE

"... Je ne vois pas ce que vous voulez dire", objecta le ver à soie.

"J'ai peur de ne pouvoir exposer cela plus clairement", répondit Alice, "car, pour commencer, je ne le comprends pas moi-même".

Lewis Carrol (Alice au pays des merveilles).

1 - POSITION DU PROBLEME PHYSIQUE

1. a) Espace et mouvement : Relatifs ou Absolus ?

En philosophie naturelle, rien n'est probablement plus vieux que le concept de mouvement, au sujet duquel beaucoup de travaux ont été réalisés depuis Platon et Aristote. Cependant, malgré le développement rapide de la science physique au 17ème siècle grâce aux contributions de Galilée, Newton, Huygens, Leibniz et bien d'autres, il n'y a pas eu d'accord sur la nature du mouvement : est-il relatif ou absolu ? En effet, selon Newton seul le mouvement de translation est relatif alors que le mouvement de rotation est absolu. Ce dernier fait, justifié par l'expérience bien connue du seau, a amené Newton à considérer l'existence d'un espace absolu.

Huygens et Leibniz, quant à eux, maintiennent l'équivalence entre les mouvements de translation et de rotation en les considérant comme relatifs.

Huygens, en particulier, était convaincu que Newton se trompait et pensait même qu'il allait s'en apercevoir et rectifier son erreur dans une édition ultérieure.

C'est ainsi qu'il écrit [1] : "Sans m'arrester au raisonnement et expériences de Newton dans ses principes de philosophie, que je scay être dans l'erreur, et j'ai envie de voir s'il ne se rétractera pas dans la nouvelle édition de ce livre". Bien que Huygens et Leibniz, que Jammer considère comme étant les premiers relativistes au sens de la relativité Einsteinienne, eussent raison, non seulement Newton ne s'est pas rétracté dans sa nouvelle édition mais le Newtonianisme a triomphé près de 200 ans après les "principia" de Newton.

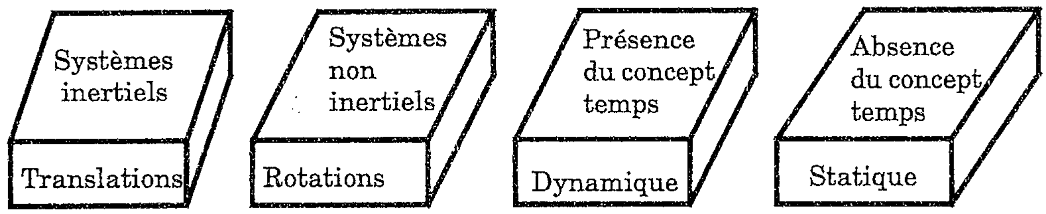
En termes modernes, on peut dire que Newton défendait la distinction entre les systèmes inertiels et non inertiels alors que Huygens et Leibniz cherchaient une certaine unité ou équivalence entre les deux systèmes de référence. N'ayant pas de justification physique, Leibniz critiquait Newton sur le terrain de la métaphysique et la méthodologie [4, 6, 10]. En effet, selon Leibniz, le but de la physique doit être dirigé vers l'utilisation d'un mode d'expression unifiée incluant le plus de faits possibles dans un système de propositions unifié et simple. Plus généralement, si l'on décrit la statique, la dynamique, les translations et les rotations par des concepts différents qui caractérisent chaque sujet ou champ d'investigation, il devient alors impossible d'avoir une représentation unitaire de nos expériences.
Ce principe qui est en quelque sorte un principe d'économie de la pensée ou de simplicité, est emprunté à la tradition platonicienne et largement justifié dans le domaine de l'astronomie. En effet, l'adoption de l'héliocentrisme et la préférence donnée au système du monde de Copernic à celui de Ptolémée où le centre de l'univers est déplacé de la terre au soleil fut essentiellement une question de convenence et de simplicité [1].

En un certain sens, la méthodologie leibnizienne est en accord avec l'épistémologie de Poincaré, pour ce qui est du principe d'économie et de la relation théorie-expérience. En effet, vers la fin du siècle dernier et après diverses tentatives, effectuées par des scientifiques bien connus, cherchant à démontrer quelle géométrie s'applique à l'espace réel, Poincaré a montré une fois pour toute la futilité d'une telle controverse ainsi que de la tentative fallacieuse de pouvoir découvrir une géométrie appropriée de l'espace réel par l'expérience. En conséquence, ayant le choix entre diverses structures géométriques, il est alors naturel de choisir celle qui mène vers les lois dont la formulation est la plus simple possible. Poincaré avait raison dans son argumentation générale mais il n'a pas réalisé que du point de vue de la logique, la géométrie euclidéenne n'est pas la plus simple parmi les différentes géométries.

1. b) Structures newtoniennes extrinsèques et structures leibniziennes intrinsèques

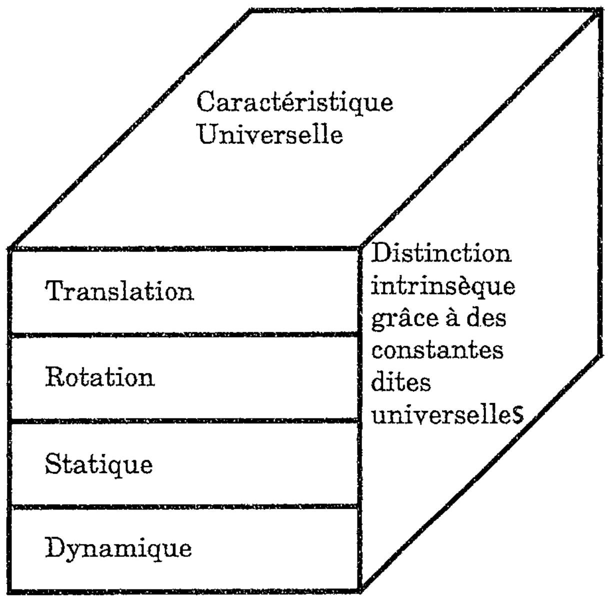
En se limitant au domaine de la mécanique nous allons donner une vue schématique des structures newtoniennes et leibniziennes.

En effet, si l'on regarde de façon assez grossière, le schéma newtonien peut être caractérisé par le schéma horizontal suivant :



Analogies externes

Quant au schéma leibnizien que nous allons développer, il sera plutôt caractérisé par un schéma vertical ayant un point commun comme suit :



Analogies internes

Afin d'être plus précis sur la signification des schémas ci-dessus et sur les expressions utilisées telles analogies externes et analogies internes, nous allons donner quelques exemples classiques rencontrés en physique newtonienne.

En physique et particulièrement en mécanique, le rôle de l'analogie est important.

Ceci donne bien sûr une certaine économie à là pensée mais tout dépend à quel niveau on place l'analogie et c'est en cela qu'il y a une différence entre les structures newtoniennes et leibniziennes. Il est bien connu qu'en dynamique l'impulsion et la vitesse linéaire sont aux translations ce que le moment cinétique et la vitesse angulaire sont aux rotations.

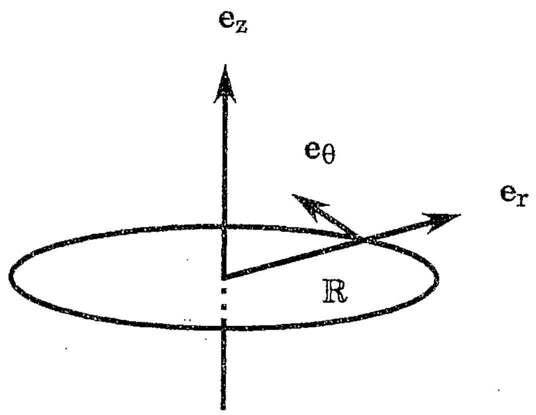
De même, en statique le moment de la force et la distance sont aux translations ce que le moment du couple et l'angle sont aux rotations. Ainsi on a

Mécanique	Translations	Rotations
Dynamique	$P = m V$	$J = I \omega$
Statique	$M_f = F x$	$M_c = C \theta$

où les constantes de masse et de moment d'inertie m,I sont à la dynamique ce que les constantes de force et couple F, C sont à la statique.

Ces analogies sont extrinsèques. En effet, prenons le cas de la distance et de la vitesse par exemple : le premier concept est simple et primaire alors que le second est composé puisqu'il est défini à partir des concepts premiers d'espace et de temps.

Quant aux relations liant certaines constantes telle I et m, nous avons des modèles mécaniques du type suivant :



Pour un point matériel, nous avons

$$I = m R^2$$

où R est le rayon associé au modèle mécanique schématisé ci-dessus.

Dans une approche de type leibnizien où c'est la relation qui compte, l'analogie est intrinsèque en ce sens que les modèles mécaniques sont absents des principes de base, de sorte que les paramètres séparateurs tel le temps qui sépare la statique de la dynamique est relegué au second plan. Ainsi le concept de vitesse par exemple devient concept premier. Ceci va nous conduire à une toute autre démarche fondée sur le concept d'énergie qui est la cause du mouvement comme le note Leibniz lui-même [6]. Il est aussi la cause de l'espace puisque selon Leibniz l'espace n'existe qu'après l'existence de la monade [4] qui est la marque de la substance leibnizienne active (variable) et conservative et qui sera donc liée au concept d'énergie. Quant au lien entre la masse et le moment d'inertie, il peut être lié à des constantes caractéristiques comme suit :

$$I.m = \frac{J_c^2}{V_c^2}$$

où J_c et V_c indiquent respectivement un moment cinétique caractéristique et une vitesse caractéristique. L'interprétation physique de tels paramètres qui apparaissent naturellement dans la présente approche est donnée grâce à l'analyse dimensionnelle et exprimée en fonction des constantes universelles de la physique. En effet, J_c et V_c peuvent être associés à la constante de Planck ainsi qu'à la vitesse de la lumière.

2 - POSITION DU PROBLÈME PHILOSOPHIQUE

2. a) Courant relationniste et pensée rationnelle

La présente démarche issue principalement de la philososphie et méthodologie de Leibniz cherche à mettre en évidence le fait que le courant relationniste privilégiant la relation à l'être n'est pas essentiellement destructif comme on l'a souvent présenté. En effet, Leibniz et Mach après lui qui ont adopté une position en faveur de l'équivalence entre les translations et rotations, cherchaient en fait à créer une physique inattaquable, et fondée sur les relations entre les choses et non sur des relations entre les choses et un espace et un temps absolus. [1] Ainsi selon Leibniz, l'élimination d'hypothèses contingentes et arbitraires est une nécessité pour une science rationnelle. Dans le même esprit Poincaré écrit" : "A première vue il nous apparaît que les théories ne durent qu'un jour et que des ruines s'entassent sur d'autres ruines. Si l'on examine la situation de plus près, cependant, on trouve que ce qui tombe en désuétude ce sont ces théories qui prétendent nous enseigner ce que sont les choses. Mais il y a quelque chose en elles qui dure. Si l'une d'elles nous révèle une vraie relation, celle-ci est acquise pour toujours. On la retrouvera de nouveau sous un nouveau jour dans les autres théories qui règneront successivement à sa place".

2. b) Caractéristique universelle leibnizienne

Le rêve de Leibniz était de construire un langage universel [7] permettant au genre humain de penser la réalité de façon rationnelle. Un tel langage devait être fondé sur des entités réelles variables et observables dépendant toutes les unes des autres.

Selon Leibniz, l'espace et le temps absolus newtoniens sont d'abord des concepts abstraits, non observables et ne contenant aucune variation. C'est l'uniformité qui règne. Ensuite, ils agissent sur la matière sans que celle-ci agisse sur eux. Tous ces attributs dans la vision leibnizienne sont contraires au raisonnement scientifique qui doit être détaché de tels postulats a priori. Bien que Leibniz avait raison de dire que le système du monde newtonien est voué à l'échec pour ce qui concerne le caractère absolu de l'espace et du temps, il n'a pas su construire une théorie physique bien définie, compatible avec ses principes et comparable au "principia" de Newton. Contrairement à Einstein qui pouvait compter sur un support mathématique déjà bien établi par des géomètres tels Lagrange, Hamilton, Lorentz et Poincaré, Leibniz devait créer lui même le support mathématique dont il avait besoin pour l'élaboration de son système du monde. Ceci explique largement la difficulté rencontrée par Leibniz dans la construction de ce qu'il appela "une caractéristique universelle". Celle-ci doit correspondre à une structure couplée fondée sur un minimum d'hypothèses et enracinée dans le sens commun qualitatif compréhensible par opposition au quantitatif qui pose problème à la compréhension. En effet, un passage unique du qualitatif au quantitatif ou d'une inégalité à une égalité reste dogmatique et peu satisfaisant à l'esprit rationnel. Par contre un passage multiple fondé a priori sur l'existence d'une infinité de points de vue plutôt qu'un point de vue unique est plus démocratique, moins contraignant et conduit à une meilleure compréhension de la réalité [12]. Leibniz propose donc des principes physiques et philosophiques qui méritent d'être développés, mathématisés, et comparés aux lois newtoniennes, einsteiniennes ainsi qu'à d'autres lois dans d'autres champs de la physique.

Dans ce travail, on se focalise sur les caractères absolus et relatifs du mouvement ainsi que de l'espace qui ont occupés les philosophes et physiciens pendant plus de trois cents ans sans qu'il y ait de réponse définitive adoptée par tous.

Avec les relativités einsteiniennes, restreinte et générale, on pourrait penser que le sujet est clos. Il n'en est rien, il existe d'autres chemins pouvant mener à des systèmes couplés et compatibles avec l'expérience et sans que ces systèmes se réduisent aux **postulats des relativités** bien connus. (voir Annexe A).

Il est vrai que la théorie de la relativité restreinte éclaire quelque peu le chemin pour ce qui est des mouvements de translations rapides en l'absence de gravitation et qui ont lieu en physique des hautes énergies. Néanmoins elle n'offre aucune réponse au cas de mouvements en rotation rapide.
En effet, l'un des postulats de base sur lequelle cette théorie est bâtie concerne les translations ou encore les systèmes inertiels que l'on privilégie aux autres systèmes de référence.
Ce fait est en désaccord avec la méthodologie leibnizienne et montre clairement que la question suivante : le mouvement est-il relatif ou absolu ? n'est pas seulement intéressante pour les philosophes dans la mesure où elle éclaire certains problèmes de cette discipline, mais qu'elle peut être d'une grande utilité pour la physique des hautes énergies associées à des rotations rapides et où les effets de la gravitation sont pratiquement sans aucune influence. Le traitement usuel de ce sujet est fondé sur certaines approches empruntées à la physique newtonienne, étendues de façon plus ou moins ad hoc et combinées à des arguments quantiques [13, 14]. La situation ressemble en quelque sorte au système astronomique de Ptolémée où l'on ajoute un paramètre, de même qu'on ajoutait un cercle correctif à chaque fois que les mesures ne coïncidaient pas avec le modèle théorique de base.

L'intrusion de la philosophie en physique est loin d'être une règle appréciable par les physiciens, elle est même à éviter dans la mesure du possible. Cependant, il me semble que la philosophie de Leibniz est tout à fait appropriée, par certains aspects, quant à la recherche des éléments de base du monde de la Physique. Ses réflexions et sa critique de Newton restent partiellement applicables à Einstein. Pour plus de précision, il faut distinguer entre deux niveaux de critiques : (i) celui associé à la manière dont les concepts d'espace et de temps sont situés l'un par rapport à l'autre et (ii) celui qui concerne l'existence même des concepts d'espace-temps comme éléments premiers dans la construction du monde de la physique (voir Annexe B). Ces considérations sont largement justifiées par le développement de la physique moderne et particulièrement la physique des hautes énergies. En effet, plus on monte en énergie, plus les concepts d'espace et de temps perdent leur caractère fondamental, et plus la nécessité d'une approche intrinsèque qui inclut sa propre référence se fait sentir [15, 16]. C'est là que l'on rejoint la pensée leibnizienne qui consiste à rechercher des structures universelles et intrinsèques applicables à des disciplines variées, sans avoir besoin de références externes telles l'espace-temps ainsi que les constructions mécaniques qui leur sont associées.

2. c) Sur la vision uniforme et abstraite de Newton et celle variable et concrète de Leibniz

Avant d'aborder la vision leibnizienne il est naturel de développer les critiques que Leibniz adresse à Newton concernant ses vues sur le mouvement et la substance. Outre le fait qu'aucun privilège ne doit être attaché au mouvement de rotation comparé au mouvement de translation, l'une des raisons principales pour laquelle Leibniz ne pouvait admettre la vision newtonnienne, est son caractère dogmatique et arbitraire. Ceci devient plus compréhensible lorsque l'on sait que Leibniz cherche à nous dire pourquoi une certaine pluralité peut être vue comme une véritable unité et non une unité par agrégation.

Leibniz insiste donc sur le fait que les choses qui sont uniformes et qui ne contiennent aucune variété sont des abstractions comme le temps, l'espace ainsi que les autres entités de mathématiques pures. Pour tenir compte de la variété, Newton introduit deux sortes d'uniformités, l'espace et le temps qui sont inobservables. Une telle procédure est en totale opposition avec les principes leibniziens de raison suffisante et d'identité des indiscernables [17, 18].

En particulier, il n'y a pas une raison suffisante pour laquelle Dieu aurait créé l'univers en un endroit et à un moment précis plutôt qu'à un autre. L'impossibilité de distinguer une position d'une autre et un moment d'un autre dans l'uniformité de l'espace et le temps newtoniens amène Leibniz à refuser les métriques spatio-temporelles comme point de départ d'une théorie de la connaissance et les remplacer par de l'ordre. Ce sont ces considérations métaphysiques qui ont amené Leibniz à rejeter le continu euclidéen comme le note Chana Cox [19].

La vision de Leibniz de la réalité est centrée sur le concept de la monade ou l'atome formel par opposition à l'atome matériel [4]. Plus précisément, l'atome formel ou monade est immatériel au sens newtonien du terme puisqu'il contient de la variété alors qu'il est matériel dans le langage aristotélicien car composé d'activité et de puissance (voir Annexe C).

Pour Leibniz, les monades sont actives excepté lorsqu'on les empêche de l'être. C'est la variation qui est l'essence et non l'uniformité.

De manière générale, il ne faut pas croire que Leibniz s'oppose à la relativité galiléenne, mais il ne la considère pas comme la pierre angulaire sur laquelle repose la théorie, comme l'ont fait Newton et Einstein après lui. Selon Leibniz en effet, il n'est pas tout à fait juste de dire que rien ne se passe lorsque les mouvements sont uniformes, mais il serait plus adéquat de dire que rien de nouveau ne se passe pour altérer l'état du phénomène [20]. Ainsi Leibniz concentre sa réflexion sur le changement et néglige l'uniformité. C'est ce qui va nous amener à construire une structure où seules les variables apparaissent et où les constantes caractéristiques sont cachées à travers des rapports.

De fait, si l'on traite un problème de statique, par exemple, où l'on a affaire à des distances entre des centres de forces ou d'énergie donnés, ce qui apparaît alors dans la structure de base, c'est un paramètre adimensionnel $\beta \equiv x/R$ ou x dénote la distance variable et R une longueur caractéristique dont l'interprétation sera précisée ultérieurement. Ceci est en accord parfait avec la démarche leibnizienne qui considère la physique comme la science des proportions et où Leibniz précise lui-même qu'il existe une certaine analogie entre les vérités et les proportions [2]. Ce fait a aussi sa valeur dans le cadre du principe d'unité dans la multiplicité, où de par sa définition, une caractéristique universelle est une structure dont les propriétés sont suffisamment souples et générales afin de permettre une certaine unité de forme dans des domaines variés quant aux phénomènes physiques associés. La tendance générale de la philosophie leibnizienne est de présenter la science, non pas comme l'explication des phénomènes variés perçus en termes de quelque chose d'aussi uniforme que possible mais plutôt de reconnaître un certain ordre et une certaine unité à travers la diversité [17, 18]. Ainsi le paramètre adimensionnel β valable en statique pourrait être aussi valable en dynamique où l'on aurait $\beta \equiv V/c$ où V serait le paramètre vitesse variable et c un paramètre de vitesse caractéristique constant.

Quant au concept essentiel qui remplacera la métrique euclidienne, c'est bien sûr la monade qui est la base de l'ontologie leibnizienne [21]. C'est à partir d'elle et de sa duale la co-monade que seront définis l'espace, le temps, le mouvement etc. En termes plus physiques, la monade qui est la marque caractéristique de la substance prise au sens aristotélicien et non newtonien (voir Annexe C) est un rapport d'énergie introduit selon le même schéma qu'auparavant, à savoir, le rapport entre une variable et une constante caractéristique ($M \equiv E / E_c$ ou $M \equiv E_c / E$) formant

ainsi un paramètre sans dimension pouvant être associé aussi bien à la statique qu'à la dynamique, aux rotations ainsi qu'aux translations.
La monade est ainsi le paramètre de base sur lequel la théorie repose, c'est le premier paramètre en ce sens qu'il est observable et perceptible. Pour donner une image schématique tirée du sens commun, on peut dire en première approximation qu'il s'agit de la fatigue ressentie lorsque l'on entreprend une activité quelconque. C'est en quelque sorte la mesure de l'activité. Le mouvement par contre n'est que la conséquence de cette activité. Ainsi, au lieu d'introduire des paramètres d'espace temps à travers lesquels le mouvement est défini, comme le font Newton et Einstein, on se passe de cette procédure extrinsèque et on introduit le mouvement comme fonction de l'énergie qui le crée. Les concepts de vitesse ainsi que de distance d'ailleurs seront directement liés à l'énergie ou la monade si l'on utilise le langage leibnizien et l'écriture adimensionnelle.
En termes mathématiques, la situation se présente comme suit :

$$\text{Mouvement} = \text{H (Energie)} \Leftrightarrow V = H(E)$$

au lieu de la démarche classique où l'on a d'abord la cinématique

$$\text{Espace-Temps} \Rightarrow \text{Mouvement} \equiv \text{Espace / Temps}$$

ensuite la dynamique

$$\text{Energie} = \text{F (Mouvement)} \Leftrightarrow E = F(v)$$

Cette démarche que Leibniz voulait introduire en physique a été beaucoup critiquée par des philosophes [6], physiciens et historiens des sciences, prétendant que c'était le point faible de la dynamique leibnizienne qui comme Descartes élimine la considération du temps et s'égare ainsi dans des sentiers impraticables. Toutes ces critiques sont justifiées et fondées sur les théories physiques existantes mais rien ne dit qu'une physique leibnizienne est impossible. D'ailleurs, c'est ce que l'on cherche à démontrer. En particulier, on mettra en évidence le fait que non seulement l'absence du paramètre temps n'est pas incompatible avec la dynamique mais qu'elle ouvre en plus la voie à l'unité tant cherchée par Leibniz entre différentes disciplines ainsi qu'à une multiplicité de points de vue sur une réalité donnée. Ceci mène à une meilleure compréhension des théories physiques existantes, ainsi qu'à l'ouverture de voies peu ou pas praticables dans l'état actuel de nos connaissances.

2. d) Leibniz et certaines approches actuelles

A ce stade, il est à noter qu'avec le développement de la physique nucléaire on s'est aperçu qu'un paramètre dynamique nommé "rapidité" compatible avec la théorie de la relativité, est très utile de par son caractère additif [22, 23, 24, 25]. Certains physiciens se sont concentrés sur cette propriété et on peut distinguer deux courants. L'un cherchant à relier ce paramètre au cadre spatio-temporel [22] ; c'est le cas de la majorité des physiciens. L'autre courant, au contraire, se passe de la vision spatio-temporelle en imaginant une expérience de pensée faisant apparaître la rapidité comme un paramètre physiquement interprétable sans l'aide des concepts spatio- temporels. C'est le cas de Claude Comte [25].

La présente approche se distingue de ces deux courants par ses buts et fins d'une part, et par les moyens qu'elle utilise d'autre part. (Les détails seront donnés ultérieurement). Quant à la démarche proposée, elle est ici très différente de celles données par les approches antérieures, par contre elle est très proche de l'esprit leibnizien. En effet, aussi bien dans les théories métriques que dans celles fondées sur les lois de conservation, on cherche toujours la forme suivante :

$$\text{Energie} = \text{F (Mouvement)}$$

alors qu'ici c'est l'inverse qui se produit :

Mouvement = H (Energie)

puisque l'on part de l'idée que c'est l'énergie ou la monade qui est la cause et la raison d'être du mouvement [6]. Cependant, l'innovation majeure dans la présente démarche ne se trouve pas dans l'inversion mentionnée ci-dessus mais dans la multiplicité infinie du concept de mouvement. A ce niveau, on se trouve en rupture totale avec les différentes approches antérieures. C'est par cette porte que l'on entre réellement dans le monde leibnizien multiple et harmonieux où la loi de la série montre qu'un élément peut être redondant pour la nécessité, alors qu'il est indispensable à l'harmonie et la compréhension. C'est cette multiplicité infinie qui ferme le schéma sur lui-même, qui complète une totalité et symétrise une relation. C'est cette multiplicité qui nous permet de percevoir le tout dont la physique ne se sert que d'une partie. Ceci est dû au fait que la nécessité n'exige que des éléments génériques alors que l'harmonie exige des éléments à la fois terminaux et initiaux, bref des éléments systématiques comme le note Michel Serres [3].

2. e) Physique pré-newtonienne et multiplicité des points de vue

Un meilleur éclaircissement concernant le concept de multiplicité de perceptions ou diversité des points de vue peut être obtenu en se concentrant sur le concept de mouvement et de vitesse avant la venue de Newton et de sa vision simple associée à l'espace et au temps. En effet, ceci est d'autant plus intéressant que nous oublions souvent que les premières mesures du temps ont été obtenues grâce au concept de mouvement, puisque les premières déterminations du temps furent intimement liées au mouvement rotationnel de la terre [26]. Ce cercle vicieux entre temps et mouvement va nous aider à concevoir le mouvement en tant que concept premier et non secondaire et composé du rapport de l'espace et du temps comme on a l'habitude de procéder. De manière générale, on peut dire que le concept de mouvement apparaît en force au dix septième siècle. En effet, une telle vision est pratiquement absente des Mathématiques grecques. Elle devient apparente dans les travaux de Galilée où ce concept reste vague et intuitif. Aucune définition ne lui est associée et il apparaît soudainement sans aucune préparation ni justification [27].
La vitesse est ainsi perçue comme une certaine qualité des corps qui augmente et diminue tout simplement. Dans la démarche présente, on revient en quelque sorte à une telle vision qualitative où l'on a précisément une infinité de degrés de libertés pour traduire le fait qu'une quantité augmente ou diminue avec l'augmentation et la diminution de l'énergie. Cette dernière a l'avantage d'être perçue par le sens commun et reliée tout simplement à la fatigue que l'on ressent lorsque l'on projette un objet plus ou moins loin.

Galilée, quant à lui, ne considère pas la vitesse comme une quantité. Il parle plutôt de degrés de vitesse comme s'il s'agissait de quelque chose que l'on compte. Afin de mieux percevoir cette réalité fuyante, il utilise plusieurs voies. L'une d'elles n'est autre que la vision classique spatio-temporelle que l'on connaît, privilégiée par Newton et proprement définie et précisée par Varignon vers le début du XVIII$^{\text{ème}}$ siècle. Une autre, et qui a été ultérieurement adoptée par Leibniz, est directement associée au lien de cause à effet. Nous allons attirer l'attention sur cette démarche qui n'a donné lieu à des investigations mathématiques poussées que récemment.

Galilée dit qu'un corps en chute libre passe par tous les degrés de vitesse. En particulier, au début de sa chute le corps possède une vitesse si petite qu'il faudrait à ce même corps des milliers d'années pour traverser la largeur d'une main. Comment imaginer une telle chose ?
Galilée donne la mesure directe suivante sans l'utilisation du temps comme le note François de Gandt [27] "Si l'on considère qu'un maillet agit d'autant plus fortement

sur un piquet que la vitesse du maillet est plus grande, on admettra que le même maillet peut avoir un effet et donc une vitesse aussi petite que l'on veut, à condition de le lâcher d'une hauteur très minime. La lenteur de son mouvement se constatera par l'enfoncement quasi nul du piquet".

Galilée rend ainsi concevable l'idée d'une vitesse très faible et admet qu'un mobile passe à travers différents degrés de vitesse. La vitesse est donc mesurée par l'effet qu'elle produit.
En bref, avant Newton, l'idée concernant le mouvement était multiple. Il y avait en particulier deux courants principaux. D'une part, ceux qui étaient pour les courbes cinématiques ou mécaniques tels Mersenne, Van Schooten, Dewitt, Toricelli et Roberval qui vont préparer le chemin à Newton et à sa structure spatio-temporelle développée dans ses "principia", et d'autre part ceux qui privilégiaient la rigueur géométrique tels Descartes et Leibniz dont les visions sont en rupture totale avec le courant spatio-temporel mentionné ci-dessus [27].

2. f) Leibniz et Descartes : Physique Intrinsèque

(i) Points communs

Descartes et Leibniz, en rejetant les courbes mécaniques et cinématiques, défendent une conception plus rigoureuse des mathématiques et de la physique. En particulier, ils favorisent la détermination à partir de la connaissance de certaines conditions que la tangente doit satisfaire. Cette manière d'aborder la courbure d'une fonction est intrinsèque en ce sens qu'il n'est fait appel qu'à des informations directement associées à la courbure ce qui va donner naissance aux équations différentielles. Dans une lettre de février 1639, Descartes du reste donne la solution d'un problème posé par Florimonde de Beaune, et qui correspondait à la première étude d'une équation différentielle dans l'histoire, comme le note François de Grandt [27]. Dans nos notations actuelles, le problème correspondait à

$$dy / dx = (x\text{-}y)/a.$$

Si l'attention est attirée sur cette procédure intrinsèque qui ne nécessite pas de faire appel à des paramètres externes tels l'espace et le temps, c'est précisément parce que Leibniz l'adopte et cherche à la développer et à l'étendre dans un contexte à points de vue multiples. Comme le note Pierre Costabel [6], Leibniz était plus cartésien qu'il n'a voulu l'admettre. Certains auteurs pensent qu'après son "Essay de dynamique" Leibniz a réalisé un lien entre la vitesse, l'impulsion et l'énergie cinétique grâce à une équation différentielle du premier ordre. Quoiqu'il en soit, il est clair que les courbes cartésiennes et leibniziennes ne sont pas considérées comme des réalités spatiales. Du point de vue des images mentales que l'on peut se faire du mouvement, les courbes géométriques sont appropriées à une vision qualitative et multiple contrairement aux courbes cinématiques contraintes par les concepts d'espace et de temps.

Dans le présent contexte, le concept de mouvement, ou plus généralement le concept de perception, est qualitatif et compatible avec une certaine multiplicité. En un certain sens, tout ce qui est demandé c'est que plus l'énergie fournie à un système dynamique est grande plus les degrés de vitesses sont importants. Ainsi le concept de vitesse est introduit plutôt comme le fait Galilée, de manière vague et qualitative, de sorte que l'on puisse assurer une vision multiple moins contraignante que les images newtonienne et einsteinienne imposées par les structures spatio-temporelles bien connues.

(ii) Différences majeures

Bien que Leibniz ait été influencé par la démarche intrinsèque cartésienne, il la développe et la dépasse grâce à son ouverture aux logarithmes par exemple. En effet, la plupart des philosophes de la nature considéraient les logarithmes comme un moyen pratique sans aucune portée quant à leur introduction dans les lois de la nature. Or, la maxime de Leibniz était "Je ne néglige rien" [28]. On verra que dans la présente démarche les logarithmes et leurs réciproques, les fonctions exponentielles, jouent un rôle non négligeable dans la procédure d'identification développée ultérieurement.
Outre cette ouverture de Leibniz, une différence majeure le séparant de Descartes est l'idée associée à la multiplicité des points de vue et leur conception du possible et du réel.

2. g) Le monde des possibles chez Aristote, Descartes, Spinoza et Leibniz

Avant d'enchaîner sur les différences de conception de la réalité entre Descartes et Leibniz, il est utile de rappeler ce que l'on entend par le monde des possibles d'une part chez les philosophes classiques tel Aristote, et d'autre part chez les philosophes de la nature du XVII^{ème} siècle. En effet, selon Aristote, le possible est une propriété que possède la matière quant au changement de sa forme. Par exemple, il est possible que le bois devienne table. Cependant, il est clair que la matière ne peut pas être façonnée de manière à pouvoir prendre toutes les formes voulues. Le possible leibnizien, par contre, n'est pas une propriété de la matière, c'est une essence et non une abstraction. C'est un être incomplètement achevé. Jusqu'à un certain point, on peut penser à un bloc de marbre quelconque qui attend d'être sculpté afin de prendre une forme harmonieuse. Mais ce n'est pas tout, selon la vision leibnizienne de l'harmonie pré-établie défendue par Platon, le possible contient une tendance propre à l'existence sous une forme bien déterminée. En d'autres termes, le possible aristotélicien diffère de la réalité quant à l'existence et à l'essence [4]. Par contre, le possible leibnizien, lui, diffère quant au degré de développement et d'achèvement obtenu par certains principes d'exclusion permettant le passage du possible au réel. Ce passage peut être regardé de trois façons. Ces différents regards peuvent être représentés par trois philosophes :
Spinoza, Descartes et Leibniz. Le premier identifie le possible au réel.Le deuxième considère un passage accidentel et unique et le troisième croit en un passage multiple par des principes d'exclusion.
En bref, on peut dire que la physique newtonienne correspond à une vision extrinsèque simple. Le caractère extrinsèque est une conséquence de l'introduction de paramètres inobservables tels l'espace-temps au début de la théorie.
Une physique du type cartésien correspondrait à une vision intrinsèque simple où le caractère intrinsèque est dû à l'absence de paramètres externes remplacés par une équation différentielle. Quant à une physique du type leibnizien, elle reste proche de celle de Descartes de par son caractère intrinsèque auquel elle ajoute la multiplicité des points de vue qui est une caractéristique leibnizienne.

Bien que Leibniz et Descartes se rejoignent sur l'existence d'un monde plein où les actions de contacts sont favorisées par rapport aux actions à distance newtoniennes, ceci n'empêche pas Leibniz d'attaquer le cartésianisme et de saper l'un de leur principes de base concernant la Clarté et la Distinction [4].

2. h) Sur la Clarté et la Distinction

Selon Leibniz [4], Descartes a fait de la Clarté la marque de la vérité. Il considère que si la Distinction n'est pas identique à la Clarté elle l'accompagne naturellement.

Chez Leibniz, Clarté et Distinction ne s'accompagnent pas. Est claire une connaissance qui permet de différencier une chose d'une autre. Est distincte la connaissance des détails d'une chose par l'intermédiaire des différents points de vue. La corrélation de ces notions dans le présent contexte peut être exprimée comme suit : à différentes énergies correspondent différents mouvements. En disant cela on raisonne au niveau de la Clarté. Par contre, pour une énergie donnée, il existe différents points de vue sur le mouvement. On se place ici au niveau de la Distinction.

2 - i) Multiplicité des points de vue associée à l'image du microscope

L'image mentale qui se dessine derrière l'idée de multiplicité des perceptions dans la philosophie de Leibniz est celle du microscope [3]. En effet, après la découverte par Leeuwenhoek du spermatozoïde grâce au microscope, Leibniz lui écrit, considérant sa découverte comme étant le reflet réel de son mode de pensée. Les choses se passent comme si Leeuwenhoek avait vu ce que Leibniz pensait. En un certain sens Leibniz croyait en la valeur de l'expérimentation puisqu'il écrit à Huygens, précisant qu'il préfère Leeuwenhoek qui dit ce qu'il voit, à Descartes qui dit ce qu'il pense. D'un autre côté il défendait la doctrine platonicienne contre celle de Gassendi, Descartes et les philosophes modernes. Il cherchait en fait à concilier certains principes généraux de la philosophie classique avec l'expérimentation [8]. Cependant, il faut reconnaître qu'il lui fallait plus d'une expérience pour renoncer à certains principes qu'il rattachait à la logique plutôt qu'à l'expérience elle-même.
Pour ce qui est de la découverte de Leeuwenhoek et de sa critique de Descartes, Leibniz se situe du côté de Shakespeare lorsque ce dernier écrit dans Hamlet "Il y a plus de choses dans les cieux et sur terre que tout ce dont tu as rêvé dans ta philosophie Horatio." En d'autres termes, afin de pénétrer au delà du visible immédiat vers l'invisible, Leibniz cherchait une caractéristique universelle permettant de concilier ce qui est apparemment inconciliable. Ainsi, l'idée d'un microscope mathématique et non d'un télescope* qui mène à différentes perceptions ou points de vues d'une même réalité, était ancrée dans la philosophie et méthodologie de Leibniz.
L'un des éléments de base de la pensée leibnizienne est la réconciliation entre les philosophes classiques et modernes. Ainsi il apparaît soit comme un idéaliste, dans la mesure où les théories qu'il cherche sont fondées sur la libre invention de l'esprit humain, soit comme un positiviste lorsqu'il considère le concept comme une simple relation entre les expériences sensitives. Finalement, comme on l'a déjà noté, il est aussi platonicien et pythagoricien puisqu'il considère le point de vue de la simplicité logique comme un moyen indispensable et efficace dans ses recherches.

Leibniz insiste également sur la nécessité de libérer les faits généraux des observations particulières et des expériences individuelles [8]. L'attention doit être attirée sur la structure globale et les principes généraux et non sur les faits isolés.

*Leibniz fait une distinction nette entre le téléscope de Galilée qui ne montre rien de nouveau contrairement au microscope qui conduit à un monde nouveau. Mathématiquement, ceci se traduit par le fait que les différents points de vue associés à une énergie ou monade fixée ne sont pas différents simplement en grandeurs mais que leurs propriétés aussi son différentes et distinctes.

Par conséquent, outre son caractère dogmatique et irrationnel* la théorie newtonienne ne traite pas de principes généraux mais de faits locaux.

Dans une telle procédure, on perd l'unité requise pour une meilleure compréhension. Ainsi, on est conduit d'une part à l'introduction d'un plus grand nombre de paramètres, et d'autre part à une séparation définitive entre des domaines telles la statique, la dynamique, les translations et rotations. Tout ceci est en contradiction avec le principe d'unité dans la multiplicité de Leibniz.

2. j) Lien avec une époque plus récente et comparaison entre les démarches d'Einstein- Minkowski et Leibniz-Mach

Usuellement, en mécanique newtonienne et einsteinienne, l'attention est attirée sur le principe de relativité galiléen qui concerne les systèmes inertiels. Ce principe est introduit comme étant indépendant de nos expériences et impressions sensorielles et du sens commun qui étaient la base de la physique aristotélicienne. En particulier, à diverses occasions, Einstein insiste sur le caractère libre du point de départ d'une théorie indépendamment de toute expérience. Cependant cette liberté ou, comme Einstein avait l'habitude de dire, ces créations mentales libres, l'ont conduit à ne plus se poser de question une fois qu'un point décisif a été atteint. Ainsi les critiques que Leibniz adresse à Newton concernant le caractère absolu de l'espace et du temps s'appliquent toujours au caractère absolu de l'espace-temps einsteinien, dans sa théorie de la relativité restreinte. En d'autres termes le monde spatio-temporel einsteinien est postulé de même que l'était le monde newtonien avant lui.
Les critiques principales de Leibniz puis de Mach [11] étaient fondées sur le caractère dogmatique des théories spatio-temporelles plus que sur leurs relations avec les phénomènes qu'ils décrivaient assez fidèlement, jusqu'à un certain point.En particulier, la position de Mach contre la théorie de la relativité restreinte ainsi que la présentation de Minkowski de celle-ci était dirigée sur le remplacement d'un dogmatisme newtonien par un dogmatisme einsteinien. En effet, Mach ne pouvait pas accepter la vision minkowskienne lorsque celui-ci annonce en 1908 que la géométrie tridimensionnelle devient un chapitre de la géométrie quadridimensionnelle, et que l'espace et le temps s'évanouissent dans l'ombre pour donner place à un seul continuum spatio-temporel.
La présente démarche est compatible avec une épistémologie leibnizienne et machienne où les notions fondamentales de la mécanique sont abordées comme des problèmes à être continuellement discutés avec un maximum d'ouverture et non comme des questions qui peuvent être résolues et établies définitivement comme certains physiciens tendent à le faire. Faire fondre le temps avec l'espace ou l'énergie avec l'impulsion présente un danger de compréhension des phénomènes que nous verrons ultérieurement.

Depuis le début du développement de la science moderne, les physiciens semblent considérer que tout scientifique rejetant une théorie prise pour "vérité d'évangile" par la plupart des membres de la communauté, commet une grave erreur. L'argument se traduit comme suit : si Leibniz a rejeté la "sacro-sainte" théorie newtonienne et Mach la théorie einsteinienne, leur philosophie alors doit être fausse. L'auteur pense que ceci est pur dogmatisme !
Une critique plus sérieuse contre Leibniz et Mach était due au fait que ces deux physiciens préservaient les points de vue généraux qui pouvaient apparaître contraires aux faits réels. C'est particulièrement le cas des relations entre translations et rotations ou entre systèmes inertiels et non inertiels. En effet,

*Le terme rationnel est pris ici dans son sens éthymologique où son origine vient de l'idée de rapport.

Leibniz suivi par Mach [16, 29] proposent des traitements similaires alors que dans la description newtonienne spatio-temporelle ils apparaissent fondamentalement différents. L'argument de Leibniz est que cette différence n'est qu'apparente et que ceci est dû au fait que Newton traite les choses de l'extérieur ou de façon extrinsèque, par l'introduction d'entités inobservables abstraites et uniformes tels les paramètres d'espace et de temps.

2. k) Nos concepts de bases sont-ils les plus adéquats à la compréhension des Phénomènes ? Comparaison avec la physique aristotélicienne

Avant de développer une théorie leibnizienne et de montrer comment il est possible d'unifier certains phénomènes apparemment irréconciliables, il est instructif de donner une analogie empruntée à la physique aristotélicienne. En effet, contrairement aux croyances d'Aristote, Aristarque de Samos (3ème siècle, avant notre ère) suggéra de placer le soleil au centre de l'univers au lieu de la terre. Un système du monde plus simple en résulterait ainsi.
En dépit de ces avantages et du fait qu'elle venait à contre courant des doctrines philosophiques de l'époque, cette hypotèse héliocentrique présente des contradictions par rapport au sens commun, aux observations quotidiennes ainsi qu'au langage utilisé pour décrire l'univers. En effet, les mots utilisés en astronomie tel le lever du soleil le mouvement des planètes, reflètent la certitude intuitive concernant l'état de la terre supposée être au repos et au centre de l'univers. Si l'on transfert l'idée derrière cet exemple au présent contexte, on peut dire que le langage spatio-temporel que nous utilisons classiquement lors de la description des phénomènes peut ne pas être approprié pour une meilleure compréhension des choses.

2. l) Dualités et complémentarités

Un point qui mérite l'attention est le fait que Leibniz cherche des dualités et des complémentarités plus que des négations et des oppositions [3, 28]. Son but n'est pas d'exclure les modèles insuffisants mais de les compléter tout en préservant les aspects fondamentaux et distinguant entre les entités réelles de base communes à différentes disciplines telle la notion d'énergie, et les entités abstraites et secondaire tel le temps présent en dynamique et absent de la statique. Les négations leibniziennes doivent être comprises comme des négations relatives et non des exclusions radicales et des contradictions [3]. C'est ainsi que l'unité matérielle leibnizienne devient variable et active alors qu'elle est uniforme et passive dans la théorie newtonienne. On passe ainsi de manière progressive du concept de masse à celui d'énergie. De même la simple vision imposée est remplacée par une vision multiple qui inclut le cadre spatio-temporel et affaiblit le caractère contraignant d'une voie unique à la "vérité".

De la théorie de l'équilibre à celle du mouvement de translation et de rotation, Leibniz cherche les points communs tel le point fixe ou de référence sans lequel aucune loi n'est possible et ne peut être établie, aucun ordre ne peut être atteint à partir du désordre chaotique initial, aucune mesure ne peut être obtenue ou définition spécifiée. C'est le lien nécessaire à la pensée qui cherche la certitude, la rigueur et l'harmonie comme le note Michel Serres [3].
Nous rappelons que la recherche d'un ordre est une philosophie qui prend racine dans les traditions pythagoricienne et platonicienne et l'existence du chaos initial est enraciné dans certaines cultures du Moyen Orient et qui remonte à l'antiquité.
Selon Leibniz, pour la compréhension d'une théorie de la connaissance, il ne suffit pas de partir de manière arbitraire de n'importe où, indépendamment du sens commun et de toute impression sensorielle comme le font Newton et Einstein. Cette

démarche peut être efficace mais pas compréhensible. Par contre, si l'on part de partout à la fois, guidés par une certaine forme de sens commun et gardant à l'esprit des principes généraux, nous sommes alors en mesure d'allier la compréhension à l'efficacité. Ces principes évoqués tout au long de la philosophie leibnizienne et plus particulièrement dans la monadologie seront détaillés dans la partie qui suit.

3 - POSITION DU PROBLEME MATHEMATIQUE

3. a) Newton : De l'uniformité totale à l'ordre unique et absolu. Leibniz : De la diversité infinie à l'ordre multiple et relatif.

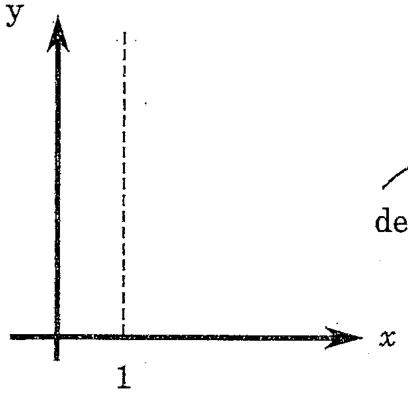
L'un des rares points mettant Newton et Leibniz en accord est le fait que les lois naturelles sont descriptibles par le langage mathématique.Tous deux contribuent ainsi au développement du calcul infinitésimal et différentiel. Il existe cependant des différences fondamentales et dans leur démarche, et dans leur conception du monde physique.

En effet, Newton construit son univers à la manière d'un maçon en accumulant données et concepts métaphysiques dont les justifications rationnelles sont quasi-inexistantes, ou au moins faibles aux yeux de Leibniz. En un mot, ces constructions abstraites ne satisfont ni au principe de raison suffisante ni au principe de la notion complète leibniziens. Afin de préciser ceci par une image simple, il suffit d'écouter Newton comparer sa démarche à celle d'un enfant jouant sur le sable et ramassant les galets dont la forme est lisse et adaptée à la construction de son monde. Quant à Leibniz, il reconnaissait l'utilité d'une telle démarche mais considérait que l'espace physique vide, les périodes de temps ou les instants ne sont que des abstractions mentales du second niveau, le niveau fondamental étant celui associé à la monade qui est au coeur du phénomène.

Selon Leibniz, le but ultime d'une théorie est de trouver comment les choses sont liées les unes aux autres et quel est le moyen d'accéder à ce but. Ainsi, il propose de partir du coeur du phénomène en introduisant les concepts par leurs attributs. Quant aux liens possibles entre les concepts utilisés, c'est dans le potentiel du calcul différentiel qu'il faut les trouver et non pas dans un choix arbitraire comme le font Descartes et Newton. En d'autres termes, si l'on revient à l'image newtonienne de la plage, on peut dire qu'au lieu de choisir les galets de forme lisse et harmonieuse dans un ensemble donné, la construction leibnizienne permet de trier toutes les formes lisses et harmonieuses, conduisant ainsi d'une multiplicité désordonnée à une multiplicité ordonnée qui sera la caractéristique universelle et sur laquelle repose le monde leibnizien. C'est là que se trouve l'essence de la philosophie leibnizienne de l'harmonie pré-établie.

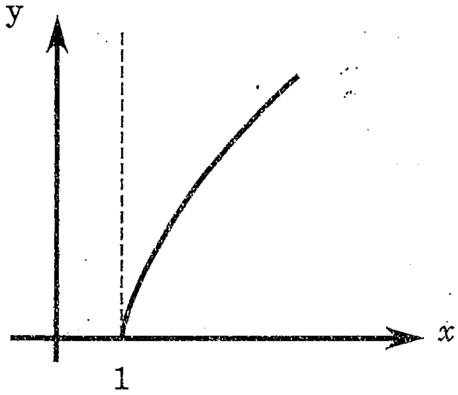
Schématiquement, les visions simple de Newton et multiple de Leibniz peuvent être représentées comme suit :

Newton



Principes

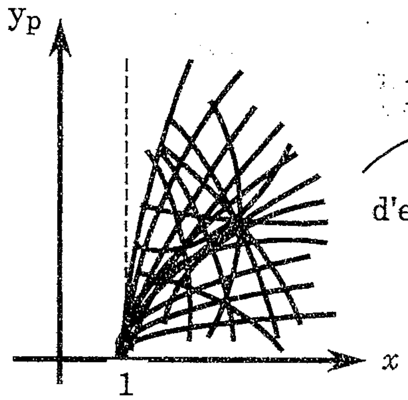
de construction



Uniformité totale
Fig. 1

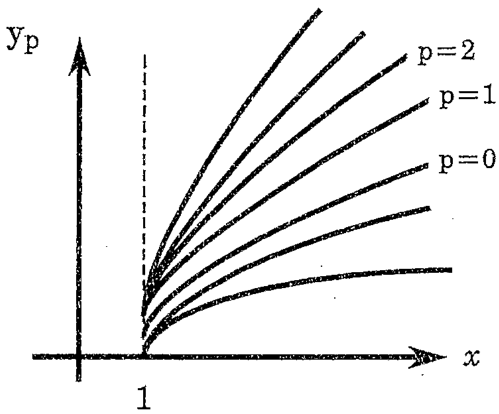
Ordre unique et absolu
Fig. 2

Leibniz



Principes

d'exclusions



Diversité infinie
Fig. 3

Ordre multiple et relatif
Fig.4

Ainsi, le passage de la Fig. 1 à la Fig. 2 est obtenu en postulant simplement la forme de la fonction $y = f(x)$

$$soit \quad y=\sqrt{2(x-1)} \quad ou \quad x-1 = \frac{y^2}{2}$$

Bien entendu, une telle procédure est dogmatique et n'explique pas la raison pour laquelle une telle forme a été choisie parmi tant d'autres possibilités. C'est une raison fondamentale pour laquelle Leibniz ne pouvait pas adhérer à une telle procédure à vision simple et sans raison suffisante.

Quant au passage de la Fig. 3 à la Fig. 4, il est possible grâce à des principes d'exclusion qui vont créer un certain ordre harmonieux, par supression d'infinités de courbes faisant apparaître une harmonie cachée mais pré-existante. Leibniz associait la Fig. 3 à l'ensemble des mots d'un dictionnaire et la Fig. 4 à l'ensemble des mots d'un discours cohérent où tous les mots contradictoires et les phrases inutiles sont éliminés. Ainsi le monde leibnizien est avant tout un discours et une représentation multiple et cohérente alors que le monde newtonien reste incomplet, laissant croire à une vérité où les lois de la nature sont données à l'homme par le biais de Newton comme les dix commandements ont été donnés au peuple élu par le biais de Moïse. D'ailleurs, c'est ainsi que beaucoup de Newtoniens percevaient Newton au XVIII^{ème} siècle.

Du point de vue des structures, il apparaît clairement que celles de Leibniz sont plus riches que la simple vision newtonienne qui n'est qu'un point de vue parmi d'autres.

En examinant les Fig. 2 et 4, il est facile de noter que certaines caractéristiques présentées dans la vision multiple sont absentes de la vision simple et c'est là que va apparaître le concept de relativité leibnizienne par opposition au caractère absolu newtonien. En effet, i) la notion de point fixe où toutes les courbes se rejoignent, ii) la manière suivant laquelle les courbes tendent vers le point fixe et iii) l'écartement des courbes, les unes par rapport aux autres, n'ont de sens et d'existence que dans la mesure où nous avons une multiplicité de points de vue. Ainsi on doit s'attendre à ce que les principes leibniziens soient de nature totalement différente de ceux de Newton ou même d'Einstein qui a suivi les traces de Newton en élargissant le modèle antérieur.

Un point délicat dans cette démarche est la construction de l'ensemble des possibles associé à la Fig. 3. Ultérieurement, en effet, on pourra voir que, grâce à quelques idées qualitatives simples associées à un principe d'identification ou d'identité, on est conduit naturellement vers une structure chaotique du type de la Fig. 3. Cette structure fait interagir trois paramètres continus et trois degrés de libertés discrets. Ce sont précisément ces 3 degrés de libertés, dont chacun est associé à un paramètre continu variant de moins l'infini à plus l'infini, qui vont être à la base de l'ensemble des possibles. Bien entendu, les trois paramètres continus pourront être liés aux paramètres bien connus de la mécanique que l'on peut schématiser comme suit :

Mécanique	**Statique**	**Dynamique**
Translations	1) Force 2) Moment de la force 3) Distance	1) Energie et matière 2) Impulsion 3) Vitesse de translation
Rotations	1) Couple 2) Moment du couple 3) Angle	1) Energie et matière 2) Moment cinétique 3) Vitesse de rotation

Structures et Dénominations newtoniennes

Quant au langage leibnizien il peut être résumé comme suit :

Caractéristique Universelle
1) Monade
2) Co-Monade
3) Perception d'ordre K
$\kappa \in Z$

Ainsi, dans le cas de la dynamique des rotations par exemple, la co-monade n'est autre que le moment cinétique. De telles identifications sont nécessaires si l'on veut parler le même langage. On mettra en évidence les points communs qui sont des nécessités si l'on veut des problèmes mathématiquement bien posés. C'est le cas de l'existence de trois paramètres fondamentaux où les deux premiers sont associés à des lois de conservation. Là dessus tout le monde est d'accord. Par contre, là où les points de vue divergent, c'est sur la nature de ces paramètres ainsi que sur les relations qu'ils entretiennent entre eux. En bref le monde newtonien se situe sur une droite (voir début) alors que le monde leibnizien est courbé. Mais comme il existe une infinité de courbures possibles, alors on est naturellement conduit à la multiplicité infinie des points de vue. Une des idées principales que nous cherchons à développer dans ce papier est que l'unité entre diverses disciplines ainsi que la compréhension d'une discipline sont intimement liées à une vision multiple. Ainsi, parmi l'infinité des courbes possibles, certaines auront des propriétés remarquables conduisant à des interprétations physiques différentes mais complémentaires.
Ce fait contraste avec un choix a priori que l'on a tendance souvent à adopter en invoquant l'idée de simplicité. Il est clair qu'un argument de simplicité prend toute sa valeur lorsqu'il existe une multiple vision où le choix devient possible. En effet, dire qu'une relation est simple dans l'absolu reste une question dogmatique peu convaincante.

Afin de rendre la discussion plus concrète, plaçons nous dans le cadre de la dynamique. Supposons que les figures 2 et 4 concernent l'évolution d'un système physique où x désigne le concept d'énergie et y_p la notion de mouvement d'un objet quelconque. Du point de vue qualitatif, toutes les courbes disent la même chose. Soit, plus l'énergie est importante plus l'objet va vite. Les différences sont quantitatives. De plus, alors que Newton postule dans sa vision simple une mesure du mouvement, Leibniz propose a priori une infinité. Antérieurement on a vu que cette multiplicité du mouvement était facilement concevable dans la physique pré-newtonienne et c'est avec l'introduction des concepts d'espace-temps Newtoniens que la structure ou la forme du mouvement est devenu unique. L'un des buts de ce travail est de mettre en évidence le fait que la physique de l'espace-temps n'est qu'un point de vue parmi d'autres.

3. b) Unité formelle de la statique et de la dynamique

Malgré les quelques analogies formelles que l'on peut trouver entre la statique et la dynamique, il existe une différence fondamentale liée au nombre des principes utilisés. En effet, pour ce qui est des translations en statique, il existe usuellement deux principes de conservation : conservation de la force et conservation du moment de cette force. Par contre en dynamique newtonienne il existe trois principes : conservation de la masse, conservation de l'impulsion et conservation de l'énergie. L'équivalence formelle entre la statique se situe au niveau suivant

masse $\leftrightarrow$ Force
Impulsion $\leftrightarrow$ Moment de la force.

Bien entendu, grâce à la dynamique einsteinienne qui conduit à l'équivalence entre masse et énergie, on retrouve en quelque sorte la symétrie brisée dans la dynamique classique. A ce stade il faut reconnaître que Leibniz est pour quelque chose dans cette brisure de symétrie puisque c'est lui avec Huygens qui étaient à la base de l'introduction du concept d'énergie cinétique. Cependant, comme tout est actif dans le système leibnizien qu'il a développé ultérieurement et particulièrement dans sa monadologie, on peut dire que la substance leibnizienne correspond plutôt à l'énergie qu'au concept de masse passif et uniforme et que Leibniz élimine de sa physique. Ainsi, on obtient une physique qualitativement compatible avec la physique einsteinienne et présentant les correspondances suivantes :

masse $\Leftrightarrow$ Energie $\leftrightarrow$ Force
Impulsion $\leftrightarrow$ Moment de la force
Vitesse $\leftrightarrow$ Distance

L'une des caractéristiques principales de la statique ainsi que de la dynamique classique newtonienne, est le découplage entre la force et la distance ou la masse et la vitesse. Ceci peut-être schématisé comme suit :

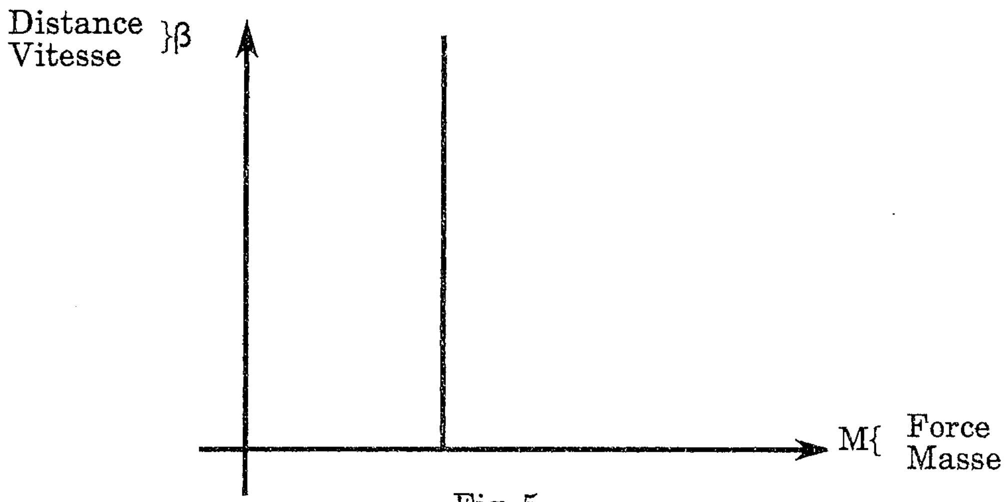


Fig. 5

Quant au lien entre le moment de la force et la distance pour une force donnée ou l'impulsion et la vitesse pour une masse donnée, on a

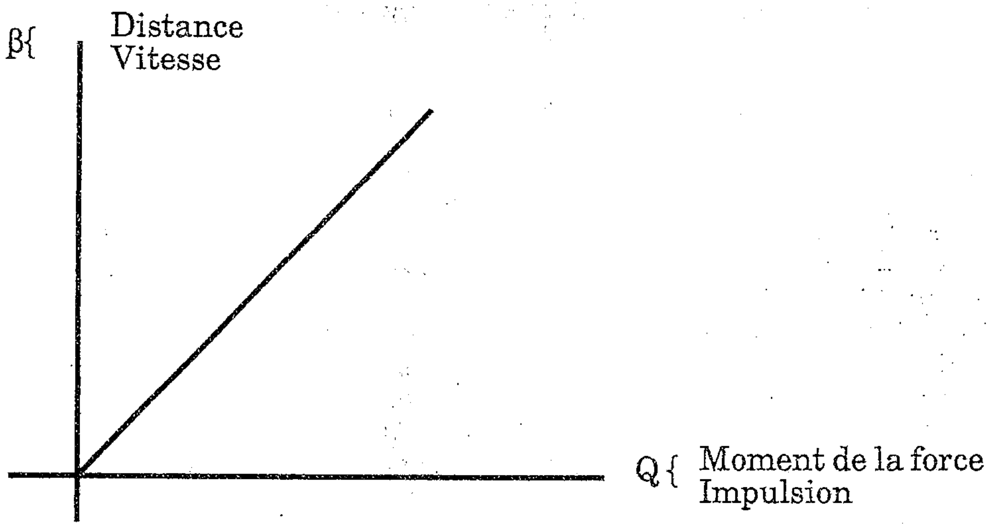
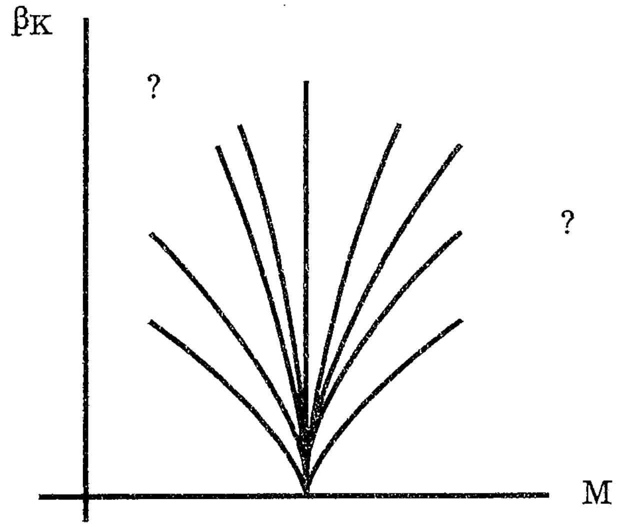


Fig. 6

Les Fig. 5 et 6 montrent l'uniformité et la linéarité du monde newtonien. Quant aux structures leibniziennes non linéaires et multiples, elles viennent compléter ces figures de manière à ce que tout soit couplé et que les solutions possibles découplées ne soient que des exceptions et non la règle. Ainsi, si l'on veut rester compatible avec le monde newtonien localement admissible, il est nécessaire d'avoir des structures ordonnées ayant les formes suivantes :



et

Fig. 7

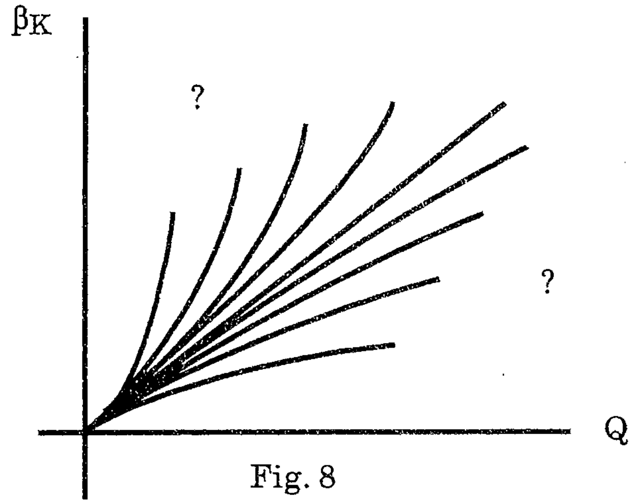


Fig. 8

Les figures 7 et 8 montrent clairement que le monde newtonien linéaire et unique n'est que la tangente au point fixe d'une infinité de mondes non linéaires qui sera l'univers multiple leibnizien. Une particularité de cette démarche est la multiplicité du concept de distance. Ceci est dû au fait que la distance comme la vitesse d'ailleurs ne sont pas fixées dès le départ comme c'est le cas usuellement, mais sont définies à partir de rapports ainsi que des paramètres dont l'attribut principal est leur conservation. Ces critères donnent des degrés de liberté permettant à la structure multiple de montrer ses diverses facettes et points de vue. Ensuite, un critère telle l'additivité permettra de fixer une non linéarité parmi les autres. Un critère de finitude permettra de distinguer toute une classe de non linéarités séparant par exemple les paramètres qui tendent vers des limites finies de ceux qui tendent vers des limites infinies.

3. c) Présentation qualitative des principes leibniziens :

Ces principes que nous allons préciser dans ce qui suit peuvent se nommer ainsi :

- Principe d'Economie ou d'Unité dans la Multiplicité. (Proportions et rapports)
- Principe du Point Fixe et de la Notion Complète (convergence identique vers le point fixe, Loi locale).
- Principe d'Identité des Indiscernables, et de Relativité Leibnizienne (Procédure d'identification, Loi globale).
- Principe de Raison Suffisante et Monde des Possibles.

(i) Principe d'Economie ou d'Unité dans la Multiplicité.

Ce principe fondamental est un principe d'économie de pensée qui doit englober ou inclure un maximum de faits avec un minimum d'hypothèses. En fait ce principe ne joue pas de rôle dans la construction du Monde des Possibles ni dans la déduction du Monde des Réels. Il précise simplement que tout est proportion et rapport dans la pensée leibnizienne, et que la caractéristique universelle recherchée, est une structure adimensionnelle. Elle doit pouvoir inclure une multiplicité de domaines classiquement considérés comme séparés, dans une unité formelle, d'où l'appellation d'Unité dans la Multiplicité. En toute rigueur, si l'on introduit un paramètre sans dimension soit $\beta = V / c$ ou x/R,
il faudrait plutôt écrire

$$\beta^{(n)} = \frac{a^{(n)}}{a_c^{(n)}}$$

avec

$$a^{(1)} = V \qquad a^{(2)} = x \qquad a_c^{(1)} = c \qquad a_c^{(2)} = R \qquad etc.$$

Cependant, pour une simple question de commodité et afin de ne pas surcharger les notations, les indices (n) ne sont pas utilisés. Ceci ne prête à aucune confusion dans la mesure où ces indices sont externes et associés aux différents domaines mais inutiles à la construction même de la caractéristique universelle.
Ceci est justifié d'autant plus que l'on aura besoin d'indices à l'intérieur de la structure afin de prendre en compte la multiplicité des points de vue. En un mot, ce principe précise que tout est proportion et le fait d'introduire des paramètres sans dimension permet de se replacer dans différentes disciplines par simple analyse dimensionnelle et grâce aux constantes universelles qui jouent un rôle non négligeable dans la présente démarche. Ce sont ces constantes qui sont en quelque sorte les références intrinsèques à la physique. Bien entendu, on ne prétend pas les expliquer. Par contre on leur donne des interprétations complémentaires à celles déjà connues et d'autres constantes sont suggérées par cette démarche.

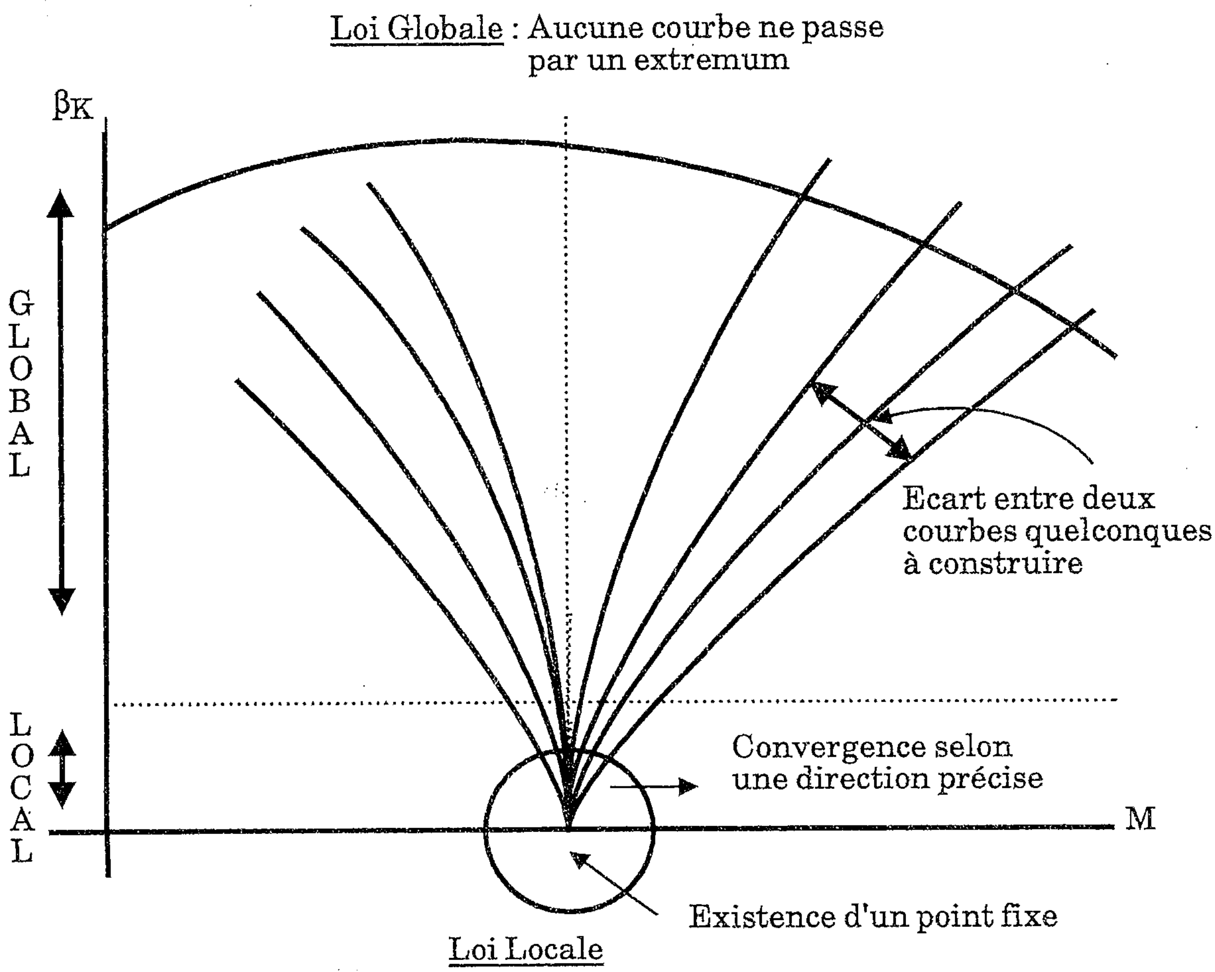
(ii) Principe du Point Fixe et de la Notion Complète. (Loi locale)

Ce principe postule l'idée de multiplicité infinie. En ce sens il est constructif et exige que ces multiplicités infinies convergent vers un point fixe selon une certaine direction. Il est donc aussi un principe d'exclusion local puisqu'il élimine des infinités de possibilités ne passant pas par le point fixe et selon la direction proposée. Ce principe est local dans la mesure où il met des contraintes seulement au voisinage du point fixe. Il ne dit rien quant à la forme des courbes dans une zone lointaine du point fixe. C'est le principe suivant qui va préciser le champ lointain.

(iii) Principe d'Identité des Indiscernables et de Relativité Leibnizienne (Loi globale et Procédure d'identification)

Ce principe est essentiellement un principe d'exclusion, il cherche d'abord à éliminer toutes les courbes pouvant avoir une même valeur pour deux états d'énergie différents. A ce stade c'est une exigence logique en quelque sorte. En effet, pour fixer les idées il est absurde de dire que si l'on lance un objet avec deux énergies différentes, l'objet présente le même état de mouvement. Ce fait nous amène à poser un principe de non extremum, qui sera appelé Principe d'Identité des Indiscernables, et que Leibniz présente comme suit : si deux états ou plus présentent les mêmes attributs, c'est un seul et même état. C'est d'ailleurs sur la base de ce principe ainsi que le principe de raison suffisante que Leibniz refuse les concepts d'espace et de temps newtoniens.
Quant au principe de Relativité leibnizien, il cherche à assurer que deux courbes quelconques ne se rejoignent qu'au Point Fixe.

Image géométrique des deux lois : Globale et locale



Parmi les quatre exigences mentionnées ci-dessus et dont le but est d'éliminer le chaos initial où aucune harmonie n'est visible, il en est une qui est délicate en ce sens qu'il faut la construire. En effet, pour assurer l'écart entre deux courbes quelconques, il faut bien établir une loi d'écart. Là on est en présence d'un passage du qualitatif au quantitatif ou encore de l'inégalité à l'égalité. Pour adoucir le passage et ne pas contraindre la structure à avoir une forme unique comme le font Newton et Einstein, on passe du qualitatif à une infinité de quantitatif ou d'une inégalité à une infinité d'égalités. C'est précisément à cet endroit que la procédure d'identification associée au potentiel du calcul différentiel va conduire à une forme multiple mais précise, qui sera à la base de la construction et de l'écart entre deux courbes quelconques et de la détermination du monde des possibles leibnizien qui fera l'objet du principe qui va suivre.

(iv) Principe de Raison Suffisante et Monde des Possibles

Jusqu'ici nous n'avons pas précisé l'ensemble des possibles qui couvre tout le plan et nous n'avons défini que des rapports entre les courbes. C'est ainsi que la loi d'écart par exemple permettra de passer d'une courbe à n'importe quelle autre mais il faut bien une courbe de référence, sans laquelle on n'a pas un problème mathématiquement bien posé, d'où l'appellation de principe de Raison Suffisante. Cette courbe sera nommée perception de référence et définie par les concepts dont l'attribut est leur conservation et qui seront appelés monade et co-monade.

Dans une vision simple mais intrinsèque à la Descartes, le lien entre les 3 paramètres continus : β (Perception), M (Monade) et Q (Co-monade) peut être réalisé par l'intermédiaire d'une équation différentielle non linéaire liant la monade, la co-monade et la perception comme suit :

$$\beta\,(Q,M) = \frac{h(Q)}{g(M)} = \left\{ \begin{array}{c} \dfrac{dM}{dQ} \\ ou \\ \dfrac{dQ}{dM} \end{array} \right\} \qquad (3.0\ a)$$

La deuxième égalité conduit à une relation entre monade et co-monade. En particulier, pour des fonctions g et h suffisamment régulières, on peut avoir Q(M) ou M (Q). La première égalité n'est que la définition de la perception en fonction de la monade ou/et la co-monade. [β (Q,M) ou β (M) ou β (Q)].

Ici, on se concentre sur la structure mathématique conduisant à un problème bien posé. Cependant, les questions fondamentales restantes sont les suivantes : comment choisir les formes de h (Q) et g (M) parmi l'infinité de fonctions possibles disponibles grâce au calcul infinitésimal et pourquoi choisir une forme plutôt qu'une autre ? C'est là que se situent les différences fondamentales entre Leibniz et Descartes ou Newton. En effet, le passage du possible au réel est arbitraire, en quelque sorte, chez Descartes et Newton. La réponse aux questions précédentes se réduit à ceci : "Si l'on effectue un certain choix de h et g et si l'on cherche à lier cela à la réalité expérimentale, ça marche". Une telle réponse est partielle et régionale par opposition à complète et universelle. Elle est partielle dans la mesure où elle ne dit pas pourquoi les autres formes ne marcheraient pas et elle est régionale puisqu'elle est batie sur un critère expérimental particulier. En regardant les choses sous cet angle, la réponse d'Einstein n'est pas fondamentalement différente de celle de Newton et Descartes. En fait, Einstein, trouve qu'il existe une autre fonction g (M) qui reste localement compatible avec la vision newtonienne mais qui la généralise.

Bien entendu, historiquement, les choses ne se sont pas passées comme on vient de les présenter, mais ceci est dû au fait que l'on se place dans un cadre intrinsèque et nos discussions ne tournent pas autour de l'espace et du temps ainsi que de leur relation comme on fait d'habitude. L'approche d'Einstein reste partielle puisqu'elle postule une forme particulière. Elle est aussi régionale dans la mesure où elle ne s'applique qu'aux mouvements de translation excluant ainsi et la dynamique des rotations et la statique. On rappelle que l'on se place dans un cadre où aucune interaction physique n'est présente. En conséquence, lorsqu'on evoque Einstein il ne s'agit pas de sa théorie de la relativité "généralisée" qui est une théorie associée à l'interaction gravitationnelle.

Afin de satisfaire au principe de raison suffisante, et de passer du partiel-régional au complet-universel, l'équation (3.oa) devient :

$$\beta_R \ (Q,M / k, \ell \ ) = \frac{h \ (Q / k \ )}{g \ (M / \ell \ )} = \left\{ \begin{array}{c} \dfrac{dM}{dQ} \\ \dfrac{dQ}{dM} \end{array} \right\} k\ell \qquad (3.0\text{ b})$$

où k et ℓ sont des paramètres discrets variant de moins l'infini à plus l'infini. Le remplacement de β dans l'équation (3.0 a) par β_R prépare le passage de la perception simple à la perception multiple. β_R est appelé perception de référence afin de pouvoir la distinguer d'une infinité d'autres perceptions, pouvant être construites à partir du principe de relativité leibnizien présenté dans le paragraphe précédent.

a) Du simple-partiel-régional au multiple-complet-universel

Dans ce paragraphe, nous allons donner une idée qualitative du passage des structures simples partielles et régionales classiques aux structures multiples, totales et universelles leibniziennes.

Passage : Régional - Universel

Ce passage est possible grâce à l'utilisation de l'analyse dimensionnelle. Prenons l'exemple de la dynamique des translations. Il existe un lien entre le paramètre vitesse et l'énergie et impulsion que l'on note comme suit :

$$V\,(E, P)$$

Dans la présente démarche, on élimine l'image physique régionale associée aux translations et on garde les caractères conservatifs liés à l'énergie et l'impulsion. On est ainsi conduit de

V (E, P) $\rightarrow$ à β (M, Q)
Régional $\rightarrow$ Universel

où β, M, Q deviennent des paramètres sans dimension, pouvant être appliqués outre les translations aux rotations à la statique etc.

Passage : Partiel - Complet

En liant la monade à la co-monade d'une certaine manière on élimine une infinité d'autres possibilités. La justification d'un tel choix par un argument expérimental s'oppose à l'idée d'une structure universelle et reste un argument partiel selon Leibniz, incompatible avec son principe de raison suffisante. En conséquence, au lieu d'un lien unique entre M et Q, une vision leibnizienne consiste à se donner des possibilités infinies. Ainsi, on est conduit à compléter l'argument partiel par l'association d'un paramètre discret à chaque paramètre continu. Soit

$$(M, Q) \rightarrow (M,Q / k, \ell)$$
Partiel → Complet
$$\beta\,(M,Q) \rightarrow \beta\,(M,Q / k, \ell)$$

où les paramètres discrets k, ℓ prennent des valeurs quelconques allant de moins l'infini à plus l'infini.

Passage : Simple - Multiple

L'un des buts principaux de cette démarche étant de mettre en évidence une multiplicité de points de vue par opposition à la vision simple de Newton, il devient alors nécessaire d'effectuer le passage suivant :

$$\beta\,(M,Q / k, \ell) \rightarrow \beta_K\,(M,Q / k, \ell)$$
Perception Simple   Perceptions Multiples

où K décrit la multiplicité de telle sorte que l'on ne parle plus de perception tout court mais plutôt de perception d'ordre K. Le paramètre K peut prendre des valeurs allant de moins l'infini à plus l'infini.

Ainsi du point de vue de la structure, en plus des 3 paramètres continus β, M et Q on se trouve en présence de 3 paramètres discrets $k, \ell, K \in Z$ qui donnent aux structures leibniziennes des infinités de degrés de liberté permettant ainsi de construire l'ensemble ou le monde des possibles leibnizien. Le tout est régi par un principe organisateur ou loi d'écart qui permet le passage de structures arbitraires quelconques à une infinité de structures intégrables comme on le verra ultérieurement.

Une telle démarche élimine ou au moins affaiblit le caractère dogmatique des démarches spatio-temporelles classiques et conduit d'une part à une certaine universalité des structures résultantes et d'autre part à une multitude de points de vue qui complètent les structures newtonienne et einsteinienne.

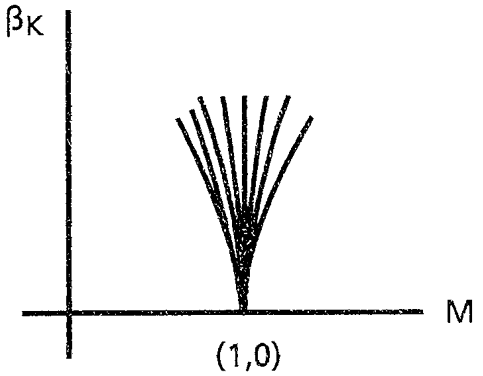
L'universalité est obtenue grâce à des postulats de base moins contraignants que ceux usuellement utilisés et conduit à une certaine économie de pensée. La multiplicité des points de vue mène à une meilleure intelligibilité des approches spatio-temporelles en les situant comme des cas singuliers dans un cadre plus global qui ouvre la voie à de nouvelles investigations.

3. d) Formulation mathématique des principes leibniziens

(i) Principe du Point Fixe et de la Notion Complète

Ce principe inclut deux lois locales. La première exige que toutes les courbes passent par un point fixe et la seconde concerne le comportement de l'infinité de courbes au voisinage du point fixe.

Géométriquement on a



et algébriquement ceci se traduit par

$\exists\ \beta_K(M)$ tels que $\beta_K(1) = 0$ $\qquad \forall K \in Z, M \in \mathbb{R}^+$ (3.1)

$\lim\limits_{M \to 1} \beta'_K(M) \to \infty$ $\qquad \forall K \in Z$ (3.2)

La variable M désigne le concept de monade et la fonction β_K indique la perception d'ordre K. La virgule au dessus d'un paramètre indique l'opération de dérivation.

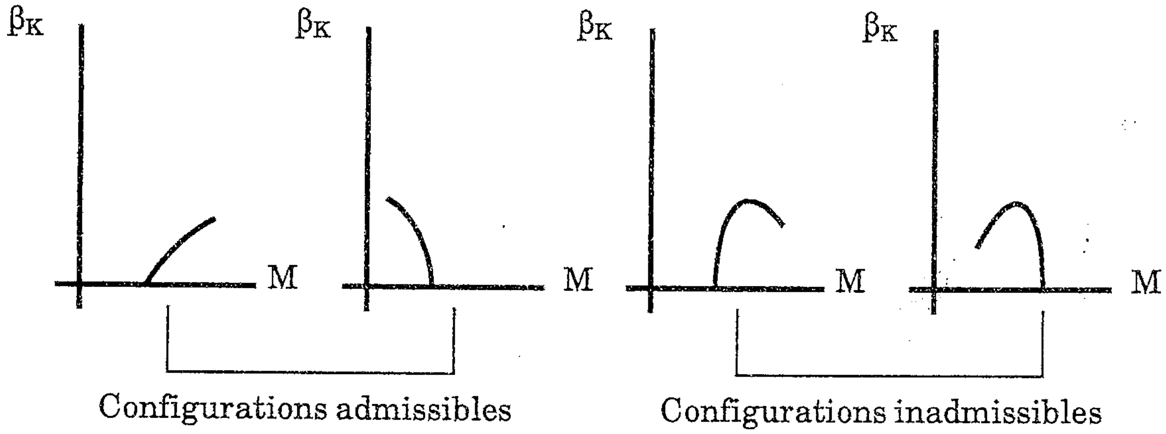
Comme nous cherchons une approche multiple intrinsèque et couplée devant coïncider localement avec l'approche simple intrinsèque et découplée, il devient compréhensible que toutes les courbes tendent vers le point fixe de telle sorte qu'en regardant localement au voisinage de l'origine la multiplicité infinie des courbes se réduit à l'unité.

Ceci est tout à fait en accord avec l'esprit leibnizien qui ne s'oppose pas à Newton pour ce qui est du local, mais cherche à le compléter en donnant l'exemple de Copernic. Ce n'est pas en se concentrant sur la terre (aspect local) que Copernic a déplacé le centre de l'univers de la terre au soleil, mais plutôt en regardant dans les cieux (aspect global).

(ii) Principe d'Identité des Indiscernables et de Relativité Leibnizienne.

Contrairement au principe précédent, celui-ci est d'une nature globale et concerne le comportement des courbes aussi bien au voisinage du point fixe que loin de celui-ci. Ce principe comporte deux restrictions globales : la première restriction consiste à éliminer toutes les courbes présentant un extremum dans le domaine de définition de la monade. Ce fait évite d'avoir différentes valeurs associées à la monade et correspondant à une perception unique. Bien entendu ce principe est implicitement satisfait dans les théories physiques. Si l'on prend l'exemple de la dynamique, cela revient à dire qu'à chaque état de mouvement il correspond un état d'énergie et un seul.

Géométriquement on a les configurations suivantes :



Mathématiquement on écrit :

$$\beta'_K(M) \neq 0 \qquad \forall K \in Z \qquad , M \in]0, \infty[\qquad (3.3)$$

Quant à la seconde restriction globale, elle concerne le passage d'une courbe à une autre quelconque. Nous allons ainsi définir une mesure intrinsèque qui va permettre ce passage de manière naturelle et ce par simple utilisation d'une procédure d'identification qui sera développée ultérieurement.

a) Construction de la loi d'écart, fonction microscope ou principe organisateur

La recherche d'une séparation entre deux courbes peut être obtenue naturellement grâce à l'introduction d'un rapport entre deux fonctions d'ordres différents empruntées à l'équation (3.3). La construction d'un tel rapport ne mène à aucune ambiguïté puisque $\beta'_K(M) \neq 0$. Ainsi on introduit la fonction microscope pour $M \neq 1$ comme suit :

$$f(M/K,R) \equiv \beta'_K(M) / \beta'_R(M) \neq 1 \qquad \forall k \neq R \qquad (3.4)$$

Bien entendu, au point fixe correspondant à $M = 1$ nous avons d'après (3.2)

$$f(1/K,R) \equiv 1 \qquad \forall K, R \in Z \qquad (3.5)$$

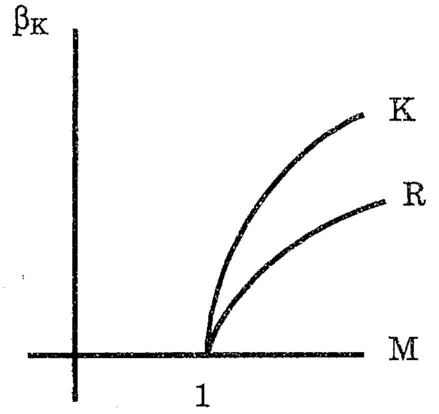
D'autre part, notons la propriété suivante de la fonction microscope qui est une conséquence directe de la définition (3.4).

$$f(M/K,R) \,.\, f(M/R,K) = 1 \qquad (3.6)$$

et

$$f(M/K,K) = 1 \qquad (3.7)$$

Il est clair que la forme de la fonction microscope est très particulière de par la propriété (3.6) qu'elle doit satisfaire. Quoiqu'il en soit, l'essentiel est d'obtenir de la manière la plus naturelle une forme bien déterminée de f (M / K, R) compatible avec (3.4) - (3.6). Pour fixer les idées on se place dans la configuration suivante :



où l'équation (3.4) se réduit à $M > 1$ et où l'on demande que

$$f(M / K, R) > 1 \qquad \forall K > R \tag{3.8}$$
$$f(M / K, R) = 1 \qquad \forall K = R \tag{3.9}$$

Le passage de (3.4) à (3.8) consiste à choisir un certain ordre et n'enlève rien à la généralité de l'approche. Dans ce qui suit nous allons utiliser une procédure d'identification compatible avec (3.6) qui va nous conduire directement du qualitatif au quantitatif de la manière la plus naturelle. En effet, pour cela il suffit de réécrire (3.8) - (3.9) en utilisant les logarithmes comme suit :

$$\mathrm{Log}\, f(M / K, R) > 0 \qquad \forall K - R > 0 \tag{3.10}$$
$$\mathrm{Log}\, f(M / K, R) = 0 \qquad \forall K - R = 0 \tag{3.11}$$

En procédant ainsi nous avons créé un certain ordre vis-à-vis du zéro* qui va permettre une identification directe. Cependant comme les membres de gauche des équations (3.10) - (3.11) sont des fonctions qui dépendent de M et les membres de droite des nombres discrets, il est nécessaire de créer une homogénéité entre les deux contributions afin que l'identification reste cohérente. Pour cela il suffit de multiplier les membres de droite par une fonction continue quelconque de M que l'on note g (M). Ainsi l'identification suivante devient possible à condition que $g(M) > 0$.

$$\mathrm{Log}\, f(M / K, R) \equiv g(M)\,(K - R) \tag{3.12}$$

Quant à la vérification de l'équation (3.6) elle est immédiate.

La réécriture de l'équation (3.12) compte tenu des conditions sur g (M) et M conduit à :

$$f(M / K, R) = [e^{g(M)}]^{K-R} \tag{3.13}$$

avec

$$e^{g(M)} > 1 \qquad M > 1 \tag{3.14}$$

*Le passage de $K > R$ à $K - R > 0$ peut sembler arbitraire puisque l'on pouvait écrire $K/R > 1$ et identifier autrement. Cependant, contrairement à K-R, le rapport $K/R \notin Z$. N'étant pas une loi de composition interne, on contredit l'idée de compter les courbes.

De nouveau l'identification des deux paramètres dans l'équation (3.14) va permettre de déterminer g (M) de façon unique comme suit :

$$g(M) = \operatorname{Log} M \tag{3.15}$$

de sorte que la fonction microscope se réduit à

$$\beta'_K(M) / \beta'_R(M) = f(M / K, R) = M^{K-R} = f(M / K\text{-}R) \tag{3.16}$$

Cette démarche est typiquement leibnizienne en ce sens qu'en écrivant les choses de manière différente on peut se ramener à des identités qui suggèrent et expliquent pas à pas le passage du qualitatif au quantitatif multiple ou de l'inégalité à l'égalité multiple.

On peut procéder de même pour $0 < M < 1$ et $K < R$ et obtenir un résultat analogue. Par conséquent, en vue d'élargir notre champ d'investigation, on supposera l'équation (3.16) vraie $\forall M \in \mathbb{R}^+$ et $\forall K, R \in \mathbb{Z}$.

a) Propriétés de la loi d'écart, fonction microscope ou principe organisateur

Ces trois dénominations sont suggérées par le fait que grâce à la relation

$$f_n(x) \equiv f(x/n) = x^n$$

nous sommes en mesure de passer d'une perception à une autre tout en gardant le même état d'énergie. Du point de vue numérique les perceptions peuvent être placées par ordre croissant d'où l'idée d'écart et d'agrandissement. Du point de vue des propriétés, chaque perception aura des propriétés spécifiques vis-à-vis des monade et co-monade d'où l'idée d'organisation. Cette loi est intéressante de par son caractère dérivable et intégrable.

Bien que ce fait ait son importance dans la construction des structures leibniziennes, la priorité qu'elle a par rapport à d'autres fonctions est son invariance de forme lors d'une inversion puisque l'on a

$$f^{-1}(x/n) = f(x/m), \qquad m \equiv -n$$

D'autre part, toute fonction suffisamment régulière de manière à être développable en série, n'est qu'une combinaison infinie de cette loi d'écart ou principe organisateur.

Une caractéristique universelle fondée sur le calcul infinitésimal doit prendre en compte toutes les propriétés remarquables qui sont compatibles avec des idées physiques qui s'imposent à tout le monde. C'est le prix à payer si l'on veut allier compréhension et efficacité.

Les propriétés de cette fonction sont fondamentales à la construction du monde des possibles leibnizien. En effet, selon Leibniz, seule la pensée infinie de Dieu reconnaît immédiatement les structures pouvant être associées au monde réel. Notre pensée finie nous impose le tâtonnement et la combinatoire. Mais il faut tâtonner et combiner les choses avec méthode en cherchant l'invariance dans la multitude des variations possibles. Par conséquent, si l'on considère une équation différentielle à variables séparées du type

$$\frac{dM}{dQ} = \frac{h\,(\,Q\,)}{g\,(\,M\,)}$$

avec h et g choisies ou postulées de façon unique comme le font Newton et Einstein, alors on s'impose une structure que l'on est incapable d'expliquer ou de justifier pleinement. Ainsi, comme le note souvent Leibniz dans ses écrits, pourquoi pas l'inverse soit g (M) / h (Q) ou encore d'autres combinaisons telles que g (M) h (Q) ou 1 / g(M) h(Q).

Afin de contourner de telles questions embarrassantes, on notera que si l'on identifie h(Q) à f (Q/k) et g (M) à f (M/ℓ), d'une part, le choix n'est plus tout à fait libre puisque f (x/n) a sa raison d'être grâce aux idées de multiplicité et de son lien au sens commun et d'autre part, comme on prend en compte toutes les solutions admissibles, ni l'inverse ni les différentes combinaisons mentionnées ci-dessus ne donnent de nouvelles solutions. On ne fait que changer l'ordre des solutions.

Avant de terminer ce paragraphe, on notera que malgré la symétrie de forme apparente entre f (Q/k) et f (M/ℓ), il suffit de prendre $k \neq \ell$ pour que la symétrie soit brisée. C'est ainsi que le couple global {f (Q/k) , f (M/ℓ)} peut donner des couples locaux tels {1, M}, {Q, 1}, {Q^5, 1/M} {1/Q, M^2} etc pour des valeurs particulières de k et ℓ.
En bref, comme le note Leibniz lui-même, quand on regarde localement les choses apparaissent dispersées et différentes. C'est une vision globale qu'il faut pour s'apercevoir de la symétrie et de l'harmonie de l'ensemble ou du tout. C'est précisément ce regard global que l'on cherche à traduire par la construction de l'ensemble des possibles à partir d'une structure intégrable, symétrique, invariante et de multiplicités infinies mais qui reste en contact direct avec les perceptions immédiates, le sens commun et une certaine logique élémentaire.

(iii) Principe de Raison Suffisante et Monde des Possibles

Contrairement aux approches antérieures où le mouvement est défini de manière unique et arbitraire, ici la perception de référence est défini de manière multiple et non arbitraire. En effet, Leibniz précise que dans une théorie d'ordre multiple, chaque postulat doit tenir compte des postulats qui le précèdent dans la construction de la caractéristique universelle. C'est ainsi que dans la définition de la fonction microscope, nous avons utilisé la non nullité de $\beta'_K(M)$ donnée dans le postulat antérieur. C'est la même chose qui va se produire ici quant au choix des fonctions à priori arbitraires g(M) et h(Q) dont on a besoin pour avoir une structure intégrable et bien définie. En effet, les propriétés de la loi d'écart ou fonction microscope en ce qui concerne sa dérivabilité, intégrabilité, inversibilité et multiplicité sont telles que cette fonction va conserver globalement la forme de la structure, quand on l'introduira dans le principe de raison suffisante.

Ainsi on effectue une procédure d'identification multiple comme suit :

$$g\,(\,M\,) \rightarrow f(\,M/\ell\,) \equiv f_{\ell}\,\,(\,M\,) \tag{3.17}$$

$$h(Q) \rightarrow f(Q/k) \equiv f_k(Q) \tag{3.18}$$

où l'on passe de fonctions arbitraires à des fonctions intégrables, multiples et dont la forme est empruntée au principe précédent. Ainsi on a construit une structure mathématiquement résolvable et où à chaque terme continu est associée une infinité de possibilités afin d'éviter les hypothèses très contraignantes.
En un mot on laisse la structure se construire elle-même, puisque ces infinités de possibilités ne sont pas toutes admissibles à cause des principes d'exclusion.

Grâce aux propriétés de la fonction microscope, on peut montrer que l'écriture de l'équation (3.0b) peut se ramener à l'écriture suivante :

$$\eta_R^{(\alpha)} = \frac{f(Q/k)}{f(M/\ell)} = \frac{dM}{dQ} \qquad \alpha = 1,2 \tag{3.19}$$

avec

$$\eta_R^{(1)} \equiv \beta_R \qquad , \quad \eta_R^{(2)} = 1/\beta_R \tag{3.20}$$

3. e) Déduction du monde des réels ou de la caractéristique universelle

Parmi les deux possibilités associées à α et pour k, ℓ fixés, la condition du point fixe ne peut pas être satisfaite pour $\alpha = 1$ et 2 simultanément. Plus généralement, on montre que seule la configuration associée à $\alpha = 1$ est admissible.
Ainsi le principe de raison suffisante mène à

$$\beta_R = \frac{f(Q/k)}{f(M/\ell)} = \frac{dM}{dQ} \equiv \beta_R\ (M,Q\,/\,k,\ell\ ) \tag{3.21}$$

L'intégration de cette équation conduit à :

$$\beta_R = \left\{ \frac{1+k}{1+\ell} \frac{\left(M^{1+\ell} - 1 \right)}{M^{\ell(1+1/k)}} \right\}^{\frac{k}{1+k}} \qquad \begin{vmatrix} k \neq -1 \\ \ell \neq -1 \end{vmatrix} \tag{3.22}$$

où l'on a pris en compte l'exigence du point fixe lim $\beta_R\,(M)\to 0$ $M\to 1$. Quant aux cas relatif à k = -1 ou ℓ = -1, on montre leur inadmissibilité que l'on ne donne pas ici. En substituant l'équation (3.22) dans l'équation (3.16) et après quelques manipulations on obtient :

$$\beta_K = \beta_{R+P} = \int \frac{kM^P\left[\left(1-\frac{\ell}{k}\right)+\ell\frac{(1+1/k)}{M^{1+\ell}}\right]}{(1+\ell)\left[\frac{1+k}{1+\ell}\left[M^{1+\ell}-1\right]\right]^{\frac{1}{1+k}}}\,dM \tag{3.23}$$

où l'on a posé

$$P \equiv K - R \tag{3.24}$$

Remarques sur les notations : (i) au lieu d'écrire l'équation (3.23) sous la forme suivante : $\int^M_1 f(x)dx$ nous avons gardé la forme $\int f(M)dM$ où la constante d'intégration peut être immédiatement déterminée grâce à la condition du point fixe $\beta_K(1)=0$ $\forall K$. Cela evite l'encombrement des équations. (ii) Il aurait été plus clair de séparer les paramètres continus des paramètres discrets en écrivant

$$\beta^{k\ell}_{R+P}\,(Q,M)\ \textit{ou}\ \beta^{k\ell}_{R+P}\ \textit{tout court au lieu de}$$

$$\beta_{R+P}\,(Q,M\,/\,k,\ell)\ \textit{ou}\ \beta_{R+P}\ \textit{tout simplement}$$

Une telle notation a été adoptée dans l'annexe D où parmi les infinités des mondes possibles, les mondes newtonien et einsteinien correspondent respectivement à $P=0$, $\ell=0$, $k=1$ et $P=0$, $\ell=1$, $k=1$ soit β^{10}_{R+0} et β^{11}_{R+0}.

Cependant, si une telle notation n'a pas été adoptée au sein de l'article, c'est, d'une part afin d'éviter la lourdeur des notations et leur encombrement et d'autre part, il s'avère que cela n'est pas nécessaire et ne conduit à aucune ambigüité. Ceci est dû au fait que parmi les trois paramètres variables et discrets k, ℓ et P, seul le dernier garde sa variabilité infinie et décrit la multiplicité des points de vue. Les deux premiers k et ℓ seront déterminés de manière unique par les principes d'exclusion, si l'on ne garde que les structures non dégénérées, comme on le verra dans ce qui suit.

En tenant compte du principe d'exclusion (3.3), l'équation (3.23) montre qu'il est vérifié seulement pour

$$k=\ell \neq \{\, 0, -1 \,\} \quad et \ \forall P \in Z \tag{3.25$_1$}$$

$$\ell=0 \quad \forall k \neq -1 \quad et \ \forall P \in Z \tag{3.25$_2$}$$

Dans l'annexe E on montre que le cas $\ell=0$ est un cas dégénéré que l'on ne retient pas, ce qui élimine $(3.25)_2$.

Quant au principe d'exclusion local (3.2), il impose d'autres restrictions de telle sorte que l'on ait :

$$k=\ell \geq 1 \ et \ \forall P \in Z \tag{3.26}$$

et l'équation (3.23) se réduit à

$$\beta_{R+P} = \ell \int \frac{M^{P-\ell-1}\, dM}{\left(M^{1+\ell}-1\right)^{\frac{1}{1+\ell}}} = -\ell \int \frac{R^{\ell-P}\, dR}{\left(1-R^{1+\ell}\right)^{\frac{1}{1+\ell}}} \tag{3.27}$$

où l'on a posé

$$R \equiv \frac{1}{M} \tag{3.28}$$

Afin d'obtenir des formes explicites de $\beta_{R+P}(M)$ il est nécessaire d'examiner les conditions pour lesquelles le système est intégrable. Pour cela, un simple changement de variable est suffisant. En effet, en posant

$$M = Ch^{\frac{2}{1+\ell}}\, x \quad ou \quad R = \ Cos^{\frac{2}{1+\ell}}\, \theta \tag{3.29}$$

L'équation (3.27) prend les formes suivantes :

$$\beta_{R+P} = \frac{2\ell}{1+\ell} \int Chx^{\left\{ \frac{2}{1+\ell} (P-\ell) -1 \right\}} Shx^{\left\{ \frac{2}{1+\ell} -1 \right\}} dx \tag{3.30}$$

ou

$$\beta_{R+P} = \frac{2\ell}{1+\ell} \int cos\theta^{\left\{ 1-\frac{2}{1+\ell}P \right\}} sin\theta^{\left\{ \frac{2}{1+\ell} -1 \right\}} d\theta \tag{3.31}$$

Ces équations sont intégrables et conduisent à des formes explicites si les exposants sont des entiers ($\in$Z). Ceci est réalisé si P$\in$Z et $2/(1+\ell)$ $\in$Z, par conséquent les valeurs admissibles sont

$$P \in Z\; et\; \ell = -3,\ -2, 0, 1 \tag{3.32}$$

La combinaison de (3.26) avec (3.32) mène finalement à

$$P \in Z\; et\; \ell = k = 1 \tag{3.33}$$

Une autre procédure est donnée en Annexe F où un critère d'invariance peut remplacer le critère d'intégrabilité donné ci-dessus ainsi que l'équation (3.2), et conduit directement à k=1.

Avec ces contraintes données par les principes d'exclusion, l'équation (3.27) se réduit à

$$\beta_{R+P} = \int \frac{M^{P-2}}{\sqrt{M^2 -1}} dM = - \int \frac{R^{1-P}}{\sqrt{1-R^2}} dR \tag{3.34}$$

qui est intégrable $\forall$P et qui va donner la caractéristique leibnizienne.
Comme le choix des paramètres discrets est arbitraire puisqu'il correspond simplement à l'ordre d'une courbe donnée, nous allons effectuer quelques transformations de manière à avoir plus de symétrie dans les équations (3.34). Pour cela on effectue la transformation suivante où le choix de R = -3 s'impose et où l'on remplace P par 2P de sorte que l'on ait

$$\beta_K \equiv \beta_{R+P} \rightarrow \beta_{-3+2P} \tag{3.35}$$

ceci revient à compter les courbes selon un ordre impair. Ainsi l'équation (3.34) s'écrit alors de manière plus symétrique comme suit

$$\beta_K = \int \frac{dM}{M^{\frac{1-K}{2}}\sqrt{M^2-1}} = -\int \frac{dR}{R^{\frac{1+K}{2}}\sqrt{1-R^2}} \tag{3.36}$$

où K prend seulement des valeurs impaires. Il est clair alors que pour $K=\pm 1$ au lieu de P = 2,1 on obtient les définitions des fonctions trigonométriques et hyperboliques comme suit :

$$\beta_{-1} = Arc\cos R \tag{3.37}$$

et

$$\beta_1 = Arg\,ch\,M \tag{3.38}$$

Quant à la solution générale on obtient la série leibnizienne qui correspond à la structure couplée suivante :

$$\beta_K = \begin{cases} \dfrac{-2\sqrt{1-R^2}}{R^{\frac{3+K}{2}}(1+K)} + \dfrac{3+K}{1+K}\beta_{K+2} & K \leq -3 \\[2em] \dfrac{-2\sqrt{M^2-1}}{M^{\frac{3-K}{2}}(1-K)} + \dfrac{3-K}{1-K}\beta_{K-2} & K \geq 3 \end{cases} \tag{3.39}$$

Il est clair que cette structure non linéaire et itérative peut être découplée si

$$K = \pm 3 \tag{3.40}$$

ainsi on obtient

$$\beta_{-3} = \sqrt{1-R^2} \tag{3.41}$$

et

$$\beta_3 = \sqrt{M^2-1} \tag{3.42}$$

Tout ceci montre l'existence de quatre solutions singulières parmi l'infinité des points de vue postulés au départ. Les équations restantes ne sont autres que des combinaisons de ces quatre relations (3.37) - (3.38) et (3.41) - (3.42).

Une simple inversion de ces quatre équations conduit à :

$$M=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2_{-3}}}=\sec\beta_{-1}=ch\beta_1=\sqrt{1+\beta_3^2} \tag{3.43}$$

où l'on a tenu compte de l'équation (3.28).
Quant à l'expression de la co-monade elle peut être directement obtenue grâce à

$$\beta_{-3}=\frac{f(\,Q/1\,)}{f(\,M/1\,)}=\frac{Q}{M}=\frac{dM}{dQ} \tag{3.44}$$

puisque l'on avait choisi R=-3 et on a déduit k=ℓ=1.
Ainsi il reste après quelques manipulations

$$Q=\frac{\beta_{-3}}{\sqrt{1-\beta^2_{-3}}}=tg\,\beta_{-1}=sh\beta_1=\beta_3 \tag{3.45}$$

A ce stade, on notera que les équations (3.43) sont valables pour M∈ R⁺. Par conséquent, il est facile de noter que cela mène à

$$\beta_K \text{ et } Q \text{ réels pour } M\geq 1 \tag{3.46}$$

et

$$\beta_K \text{ et } Q \text{ imaginaires purs pour } 0\leq M\leq 1 \tag{3.47}$$

Afin d'effectuer des raisonnements sur des structures réelles uniquement on pose

$$\beta_K=i\,\eta_{-K}\quad ,Q=i\,S \text{ pour } 0<M<1 \tag{3.48}$$

ce qui conduit à

$$M=\frac{1}{\sqrt{1+\eta_3^2}}=sech\,\eta_1=\cos\eta_{-1}=\sqrt{1-\eta^2_{-3}} \tag{3.49}$$

$$S=\frac{\eta_3}{\sqrt{1+\eta_3^2}}=th\,\eta_1=\sin\eta_{-1}=\eta_{-3} \tag{3.50}$$

et

$$\eta_3 = \frac{S}{M} = -\frac{dM}{dQ} \tag{3.51}$$

Finalement il est immédiat de déduire

$$M^2 - Q^2 = 1 \qquad pour\ M \geq 1 \tag{3.52}$$

et

$$M^2 + S^2 = 1 \qquad pour\ 0 \leq M \leq 1 \tag{3.53}$$

Ce passage au plan réel présente l'avantage d'avoir une représentation géométrique des différentes perceptions schématisée sur la page suivante.

Quant aux propriétés remarquables reliant les différentes perceptions entre elles ainsi qu'avec les concepts de monade et co-monade, elles peuvent être classées comme suit :

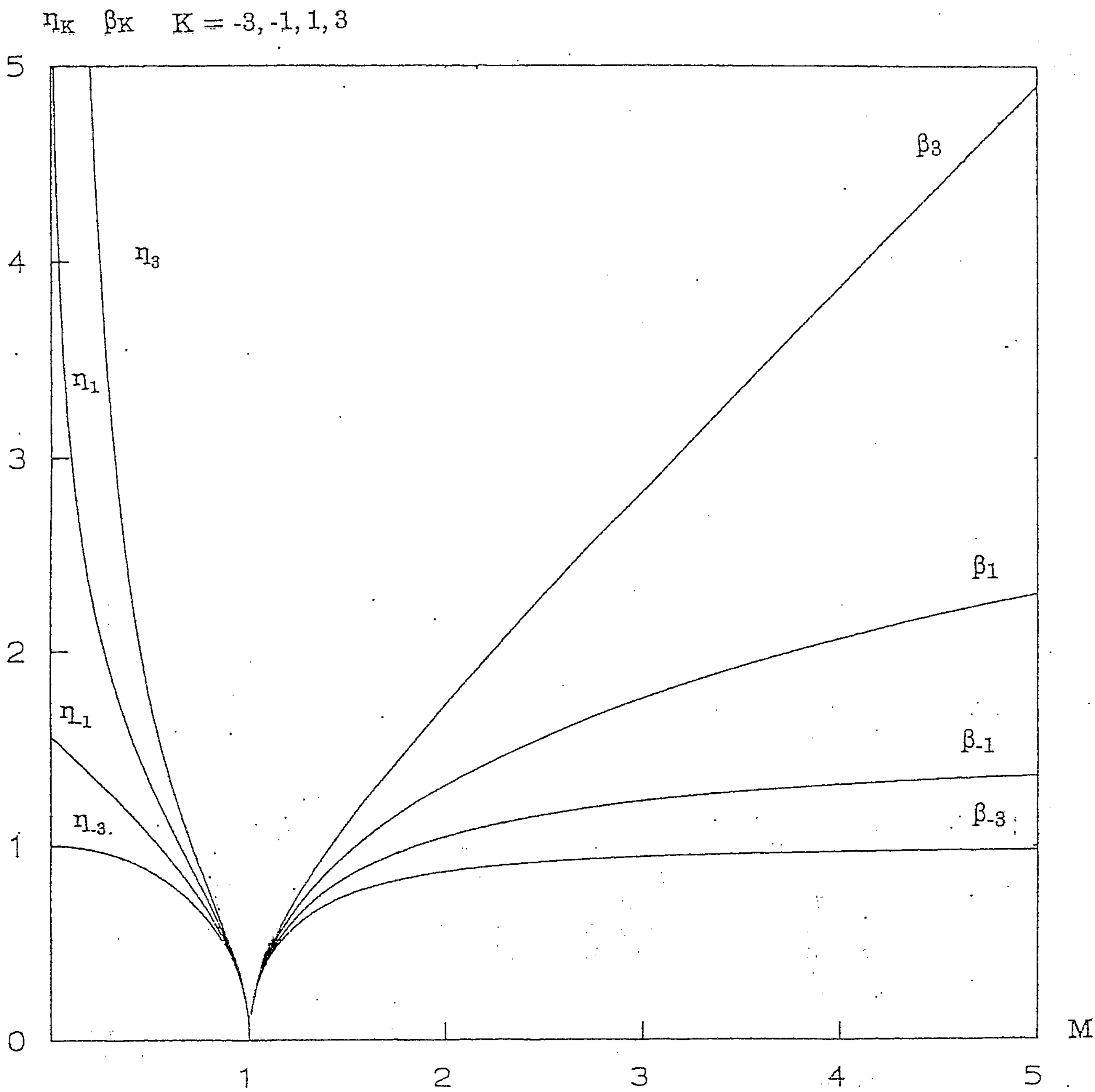
$$\beta_{-3} = \frac{dM}{dQ} \qquad\qquad \eta_3 = -\frac{dM}{dS} \tag{3.54}$$

$$Q = \frac{dM}{d\beta_1} = \beta_3 \qquad\qquad S = -\frac{dM}{d\eta_{-1}} = \eta_{-3} \tag{3.55}$$

$$M = \frac{dQ}{d\beta_1} \qquad\qquad M = \frac{dS}{d\eta_{-1}} \tag{3.56}$$

et

$$\frac{1}{\beta^2_{-3}} - \frac{1}{\beta^2_3} = 1 \qquad\qquad \frac{1}{\eta^2_{-3}} - \frac{1}{\eta^2_3} = 1 \tag{3.57}$$



η_K β_K K = -3, -1, 1, 3
5
4
3
2
1
0
η_3
η_1
η_{-1}
η_{-3}
β_3
β_1
β_{-1}
β_{-3}
1
2
3
4
5
M

$$e^{-\beta_1} = tg\left[\frac{\pi/2 - \beta_{-1}}{2}\right] \qquad e^{-\eta_1} = tg\left[\frac{\pi/2 - \eta_{-1}}{2}\right] \tag{3.58}$$

Plus généralement nous avons :

$$\begin{array}{ccccccc}
\beta_{-3} & = & sin\beta_{-1} & = & th\beta_1 & = & \dfrac{\beta_3}{\sqrt{1+\beta_3^2}} \\
Arcsin\beta_{-3} & = & \beta_{-1} & = & th\left[sin\beta_1\right] & = & Arctg\,\beta_3 \\
Arg\,th\beta_{-3} & = & Argth\left[sin\beta_{-1}\right] & = & \beta_1 & = & Argsh\beta_3 \\
\dfrac{\beta_{-3}}{\sqrt{1-\beta^2_{-3}}} & = & tg\beta_{-1} & = & sh\beta_1 & = & \beta_3
\end{array}$$

et de même pour η_K.

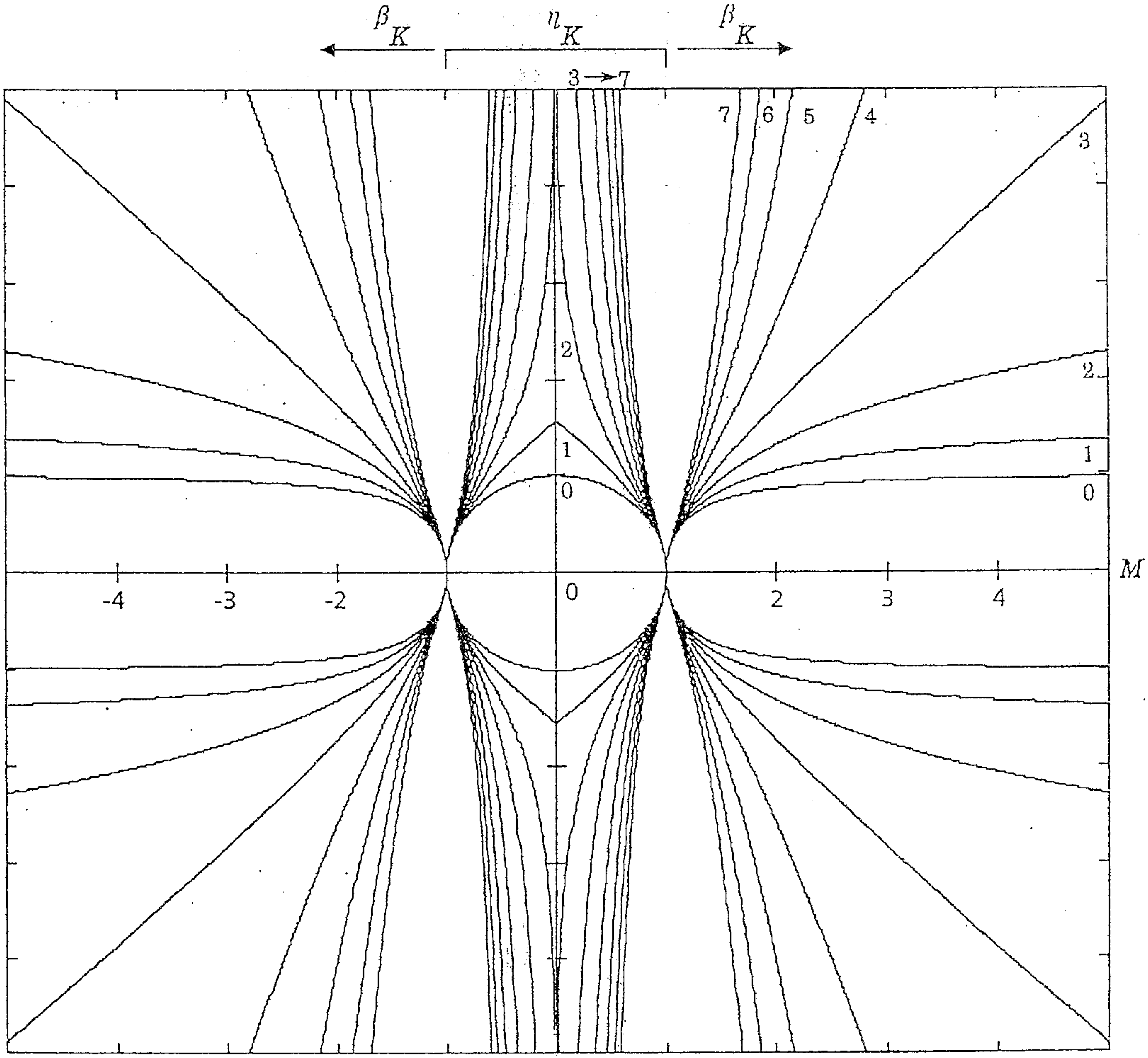
La précédente figure géométrique multiple ainsi que les différentes propriétés remarquables constitue la "caractéristique leibnizienne" recherchée. Celle-ci a été bâtie grâce à certains principes leibniziens critiquant les structures classiques et linéaires quant aux lois de conservation, et remplaçant la simple vision linéaire par une vision non linéaire multiple. Afin de privilégier la multiplicité des points de vue, nous avons été amenés à retourner à la physique pré-newtonienne où les idées étaient encore suffisamment qualitatives pour permettre une ouverture plus large que celle donnée par les théories spatio-temporelles. Ce retour aux sources va permettre non seulement d'élargir le champ de compréhension des théories actuelles mais aussi de donner la possibilité de s'ouvrir à d'autres domaines de la connaissance. C'est ainsi que pour $M \geq 1$, cette approche complète en quelque sorte la théorie de la relativité restreinte sans la contredire et va permettre des applications dans le domaine de la statique par exemple. Pour $0 \leq M \leq 1$, le cercle suggère des idées qui vont être reliées particulièrement à une certaine description géométrique associé au concept du photon et plus généralement au domaine des hautes énergies et des univers clos de la relativité généralisée.

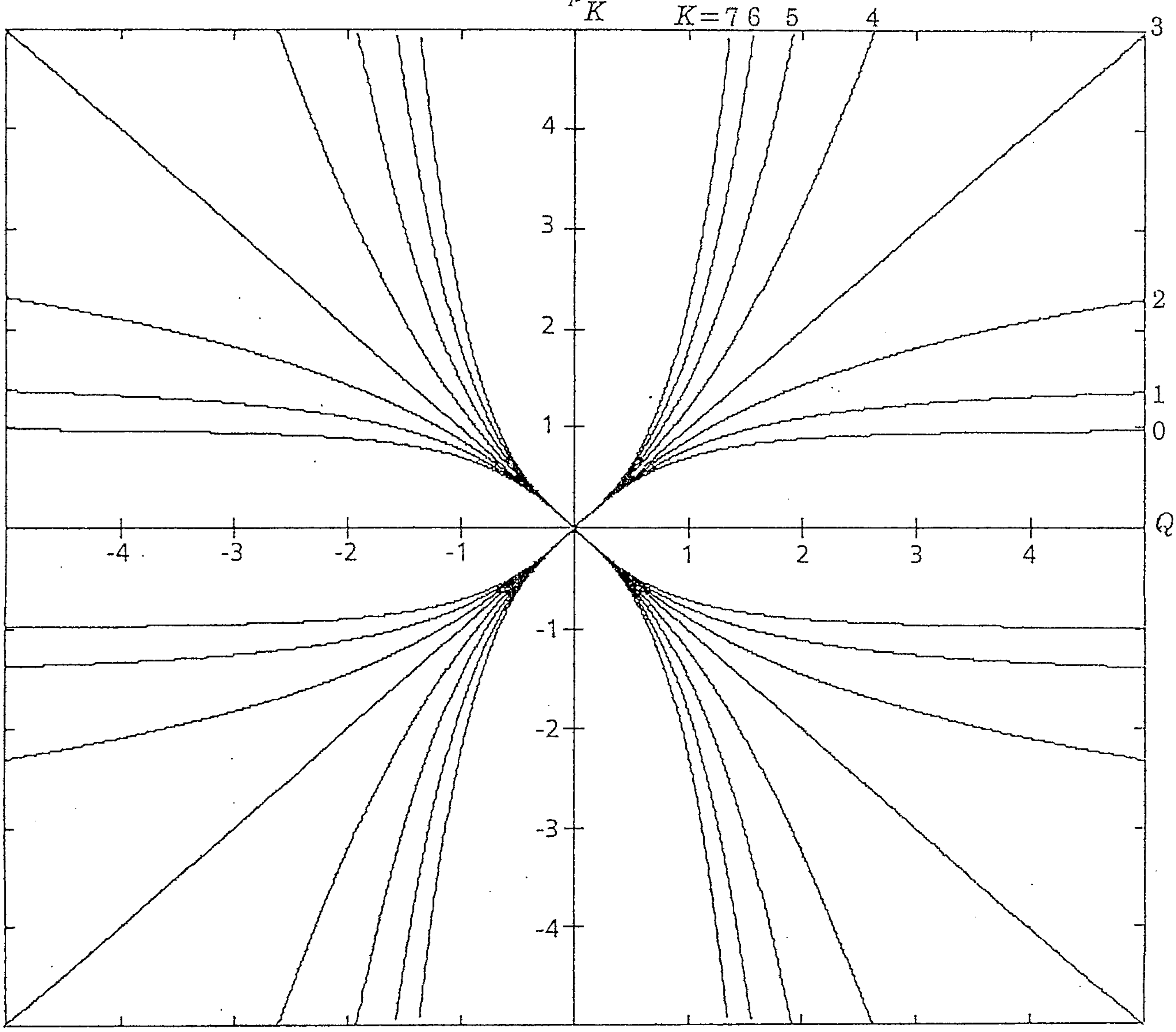
On rappelle que cette approche est fondée sur le passage d'un chaos initial à une harmonie multiple en vue de garantir, d'une part, une certaine intelligibilité absente des approches usuelles et de découvrir, d'autre part, de nouvelles structures et d'autres points de vue sur la réalité. Le point de départ repose donc sur quelques critères qualitatifs mais fondamentaux et intelligibles. C'est le cas de l'existence de points fixes qui sont les états de repos de la dynamique et les états d'équilibre de la statique. C'est le cas aussi des propriétés paire et impaire de fonctions auxquelles des idées simples reliées au sens commun sont associées.

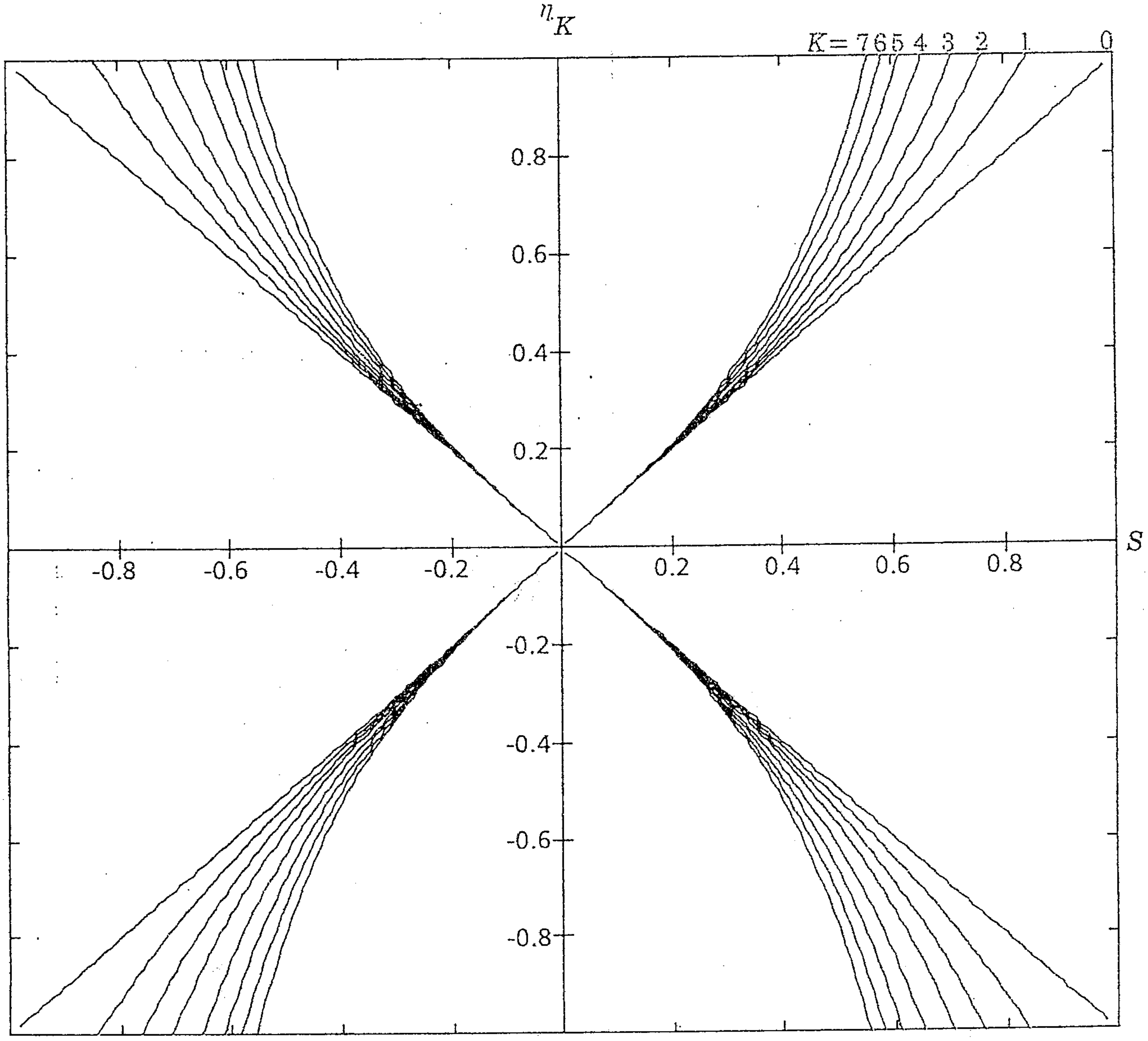
Ces caractères méritent d'être mis en évidence et visualisés dans les structures résultantes qui sont infiniment multiples et harmonieuses. Par conséquent, un programme a été élaboré à cet effet. Celui-ci a été construit à partir de relations de récurrences données dans les équations (3.39) auxquelles s'ajoutent les différentes décompositions et contributions présentes dans les équations (3.48), (3.52) et (3.53). Ainsi on est conduit à des structures multiples schématisées par β_K (M), η_K (M), β_K (Q) et η_K (S) et dont les formes analytiques ne sont pas développées ici (voir annexe F pour plus de détails). On se contente d'une visualisation géométrique, harmonieuse et multiple mettant en évidence la manière dont les différentes courbes se rejoignent aux points fixes, et se comportent les unes par rapport aux autres ainsi qu'à l'infini. On se place dans un cadre général où M et Q$\in\mathbb{R}$, mais on se limite à 8 points de vue afin de ne pas surcharger les figures. Le programme a été réalisé avec ces choix particuliers :

$\beta_{R+P} \equiv \beta_K$; $\eta_{R+P} \equiv \eta_K$; $R = 0$; $P \equiv K \geq 0$

et conduit aux structures non linéaires et multiples suivantes :


β_K
η_K
β_K
3→7
7
6
5
4
3
2
1
0
2
1
0
-4
-3
-2
0
2
3
4
M


β_K
$K=7$ 6 5 4
3
2
1
0
Q
4
3
2
1
-1
-2
-3
-4
-4 -3 -2 -1 1 2 3 4



η_K
$K=$ 7 6 5 4 3 2 1 0
0.8
0.6
0.4
0.2
-0.8
-0.6
-0.4
-0.2
0.2
0.4
0.6
0.8
S
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8

II - STRUCTURES MULTIPLES ET REALITE PHYSIQUE

Nous pouvons démontrer et comprendre que nous ne pourrons jamais nous comprendre sans distorsion ni lacune...
Peut-être même ne nous comprenons-nous pas, peut-être communiquons-nous à coup de malentendus et de quiproquos. La solitude de la pensée est peut-être inévitable. Alors, acceptons là. Et j'accepte d'avance que vous ne m'ayez pas compris.

Pierre Trotignon
Dans la vérité est-elle scientifique

4 - APPLICATION DE LA "CARACTERISTIQUE UNIVERSELLE" A LA PHYSIQUE DES TRANSLATIONS

4. a) Lien de la vision multiple avec la physique de l'espace-temps

L'idée associée au mouvement est multiple et qualitative dans la présente approche. En particulier, on ne définit pas un mouvement spatio-temporel d'abord et on introduit l'énergie ensuite comme dans la démarche classique. On ne définit pas le mouvement non plus par l'une de ses propriétés (telle l'additivité) comme le font certaines études récentes. Ici c'est le contraire qui se produit, on part de l'idée que ce qui cause le mouvement c'est l'énergie et qu'a priori il y a une infinité de manières de mesurer le mouvement, ce qui nous conduit à écrire :

$$V_K = f_K(E) \qquad\qquad K \in Z \tag{4.1}$$

Ensuite, on détermine une série infinie de fonctions à partir de principes leibniziens.

Une des idées que nous cherchons à développer est la mise en évidence d'une multiplicité dans notre façon de penser le mouvement et qui étend celle à laquelle nous sommes habitués, qui n'est autre que le mouvement spatio-temporel cinématique. Dans cette section on mettra l'accent sur l'intérêt de commencer une théorie physique à partir de la dynamique plutôt que la cinématique.
En particulier, on met en évidence le fait qu'une vision multiple permet d'éliminer certaines difficultés associées à l'interprétation classique de la théorie de la relativité.

Dans la dérivation présente l'attention est attirée sur les propriétés des structures leibniziennes et non sur les concepts d'espace-temps qui vont être introduits une fois la structure construite. En effet, l'introduction des concepts d'espace-temps peut être donnée grâce à l'équation (3.57), où, si l'on pose :

$$\beta_K \equiv \frac{V_K}{c}, \quad V_{-3} \equiv \frac{dr}{dt} \quad V_3 \equiv \frac{dr}{d\tau} \tag{4.2}$$

on obtient immédiatement la métrique lorentzienne usuelle :

$$c^2\, dt^2 - dr^2 = c^2\, d\tau^2 \tag{4.3}$$

Si de plus on pose :

$$M \equiv \frac{E}{E_o} \geq 1 \qquad Q \equiv \frac{P}{P_o} \tag{4.4}$$

avec

$$E_o = mc^2 = cP_o \tag{4.5}$$

alors les équations (3.43), (3.45) et (3.52) conduisent à :

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{V_{-3}^2}{c^2}}} = mc^2 \sec\frac{V_{-1}}{c} = mc^2\, ch\frac{V_1}{c} = mc^2\sqrt{1+\frac{V_3^2}{c^2}} \tag{4.6}$$

$$P = \frac{m V_{-3}}{\sqrt{1-\frac{V_{-3}^2}{c^2}}} = mc\, tg\frac{V_{-1}}{c} = mc\, sh\frac{V_1}{c} = m V_3 \tag{4.7}$$

et

$$E^2 - c^2 P^2 = m^2 c^4 \tag{4.8}$$

On reconnaît dans V_{-3}, V_3, et V_1 les vitesses associées aux temps impropre et propre et le paramètre dynamique connu sous le nom de rapidité. Quant au point de vue V_{-1} il ne semble pas avoir été donné dans les théories précédentes. Cependant, il est utile de noter que si l'on regarde la structure de manière globale, le paramètre V_{-1} vient compléter en quelque sorte l'image globale. En particulier, c'est grâce à ce nouveau paramètre que l'on est en mesure de donner à la vitesse de la lumière une interprétation géométrique en terme de rayon de courbure dans un espace de vitesses. En effet, compte tenu de l'équation (3.58), on a :

$$e^{-\frac{V_1}{c}} = tg\left[\frac{\pi/2-\theta}{2}\right], \quad \theta \equiv \beta_{-1} \tag{4.9}$$

où l'on reconnaît la formule bien connue de la géométrie hyperbolique concernant l'angle de parallélisme et où le cas des gros objets newtoniens correspond à $\theta \to 0$ et celui des objets relativistes sans masse ou presque correspond à $\theta \to \pi/2$.

Quant au lien entre les différents paramètres asssociés à la vitesse, il s'écrit comme suit :

$$V_{-3} = c\,\sin\frac{V_{-1}}{c} = c\, th\frac{V_1}{c} = \frac{V_3}{\sqrt{1+\frac{V_3^2}{c^2}}} \tag{4.10}$$

Bien entendu, pour les petites énergies, les 4 paramètres convergent vers la même limite V_K.
Par contre, pour les hautes énergies, chaque paramètre peut avoir son utilité. C'est ainsi que le paramètre dynamique V_1 est souvent utilisé pour sa propriété d'additivité, en physique nucléaire [22, 25].
Cette multiple vision complète la théorie de la relativité restreinte et renforce ses fondements. En effet, dans la présente approche, les deux postulats sur lesquels la théorie einsteinienne est bâtie sont évités. Ceci donne la possibilité à cette approche de s'appliquer à des contextes différents et donne à la théorie einsteinienne une plus grande universalité, dans la mesure où cette approche redonne la structure relativiste bien qu'on se soit libéré et de l'invariance de la vitesse de la lumière et du privilège associé aux systèmes inertiels par rapport à d'autres systèmes de référence.

Outre les remarques mentionnées ci-dessus, la présente approche éclaire certains liens entre les dynamiques newtonienne et einsteinienne. Par exemple, en mécanique classique, l'énergie cinétique est reliée à l'impulsion par la formule suivante :

$$E_c = \int_o^V p(y)\, dy \tag{4.11}$$

avec

$$p(y) = my \tag{4.12}$$

Dans le présent contexte, l'équation (4.11) reste valable si l'on prend la vitesse dynamique d'ordre 1 dite rapidité où la forme linéaire devient :

$$p(y) = mc\, sh\frac{y}{c} \tag{4.13}$$

Ce dernier paramètre semble avoir d'autres propriétés intéressantes. En effet, outre sa propriété d'addivité déjà mentionnée, il présente d'autres avantages telle l'invariance de $V_1^{\,a}$ - $V_1^{\,b}$ dans le passage d'un système de référence à un autre. Les paramètres a et b sont associés à 2 particules différentes [23]. Un autre intérêt pratique est celui où lorsque la vitesse usuelle (impropre) se rapproche de la vitesse de la lumière soit $(V_{-3}/c)^2 \rightarrow 1 - 10^{-4}$, alors le rapport $(V_1/c)^2$ associé à la rapidité reste fini de l'ordre de 30. Ce fait justifie en quelque sorte notre appellation de microscope, puisque selon le point de vue considéré on regarde les choses à différentes échelles.

Ces dernières décennies, un regain d'intérêt à été observé concernant la réécriture de la théorie de la relativité, en privilégiant le paramètre additif. En particulier, Levy-Leblond [22] a montré que ce paramètre n'est pas simplement un artéfact pratique comme la plupart des physiciens semblent le considérer, mais présente une signification physique réelle et mesurable par un "rapidomètre"adéquat.

Plus récemment, Cl. Comte [25, 30] va plus loin dans ses investigations et fait de cette propriété d'addivité la base d'une théorie générale par l'utilisation de la théorie des groupes et en appuyant sur les lois de conservation. Il y a cependant 3 différences fondamentales entre les théories antérieures et la présente approche. Tout d'abord, le problème des rotations rapides n'est pas abordé, ensuite, aucune procédure ne traite d'une approche globale et multiple. Finalement, on utilise le langage que Leibniz, lui même, a forgé en grande partie ainsi que la philosophie qu'il a développé.

Ici, la propriété d'additivité n'est pas privilégiée puisqu'elle s'oppose à la multiplicité des points de vue recherchés. Mais cette propriété apparaît parmi d'autres propriétés intéressantes. Pour la même raison, l'espace-temps n'est pas privilégié, mais il apparaît avantageux, dès qu'il s'agit de généraliser l'approche à un domaine multi-dimensionnel en vue de l'étude des rotations ainsi que de certains univers cosmologiques qui seront abordés ultérieurement.

4. b) Vision multiple et élimination des paradoxes

L'un des intérêts de cette approche lorsqu'elle est appliquée aux translations est l'élimination de quelques difficultés que l'on rencontre usuellement dans l'interprétation de certains faits. En effet, ces difficultés sont essentiellement dues à notre interprétation des phénomènes à partir d'une vision simple. C'est le cas de l'invariance de la vitesse de la lumière qui semble poser problème lorsque l'on regarde ce fait avec la vitesse d'ordre -3.
Par contre, si l'on adopte la vitesse d'ordre 1 selon laquelle la rapidité de la lumière est infinie et où la loi de composition des vitesses d'ordre 1 est l'addition, aucun problème ne se pose et une écriture du type

$$V+\infty = \infty \tag{4.14}$$

est tout a fait naturelle et adéquate. Quant au nouveau paramètre d'ordre -1, il présente 3 avantages, tout d'abord il complète la structure globale, ensuite il mène à une interprétation géométrique de la vitesse de la lumière comme on l'a déjà noté et enfin il permet une interprétation du raccourcissement des longueurs en termes de rotation. Ce fait a conduit à des ambiguïtés pendant plus de 50 ans après le développement de la théorie de la relativité [31, 32].

4. c) Révision de la théorie de la relativité "restreinte"

Notons que la plupart des travaux concernant la révision des postulats de la théorie einsteinienne se sont concentrés sur le postulat associé à l'invariance de la vitesse de la lumière qui n'est pas très satisfaisante. En effet, ce postulat est emprunté à l'électromagnétisme. Ainsi, la dérivation d'Einstein est fondée sur un mélange de postulats qui se réfèrent et à la mécanique et à l'électromagnétisme. Ceci laisse penser que cette théorie est uniquement liée à l'interaction électromagnétique et n'explique pas le succès de cette théorie dans d'autres champs de la physique telles les interactions faibles et fortes. Dans la présente approche, nous avons plusieurs constantes de structures dont celle associée aux translations et qui peut coïncider avec la vitesse de la lumière. Plus généralement, elle apparaît comme une vitesse dynamique maximale associée à la propagation d'énergie, son caractère spatio-temporel étant minimisé. Bien entendu, comme cela a déjà été noté par d'autres [27, 33], si la masse du photon est différente de zéro mais actuellement non mesurable, la structure actuelle reste valable sans aucune altération.

il y a une autre raison pour laquelle le postulat d'invariance de la vitesse de la lumière peut être critiqué. En effet, le premier postulat associé aux systèmes inertiels concerne et les particules massives et celles sans masse alors que le second ne concerne que les particules sans masse. Ce manque de symétrie a été critiqué récemment par Mc Gregor [34] et une tentative de généralisation a été effectuée en vue de créer un lien avec la mécanique quantique. La procédure consiste à introduire la dite relation d'onde-particule suivante :

$$V_g \, V_\Phi = c^2 \tag{4.15}$$

au lieu de

$$V_g = V_\Phi = c \tag{4.16}$$

où V_Φ et V_g désignent respectivement la vitesse de phase et la vitesse de groupe ou de la particule. Il serait intéressant de comparer cette généralisation par rapport à la présente approche multiple.

Si l'on utilise nos notations ceci revient à postuler

$$\beta_g \, \beta_\Phi = \frac{dM}{dQ} \cdot \frac{M}{Q} = 1 \longleftrightarrow \frac{dM}{dQ} = \frac{Q}{M} \tag{4.17}$$

avec

$$\beta_g = \frac{dM}{dQ} = \frac{V_g}{c} \qquad \beta_\Phi = \frac{M}{Q} = \frac{V_\Phi}{c} \tag{4.18}$$

Dans la présente approche, on se place dans un cadre moins contraignant puisque l'on n'impose pas une équation comme celle donnée en (4.15), mais on la déduit à partir d'une structure multiple. En effet, si l'on se place dans le plan réel notre postulat multiple est de la forme

$$\frac{f(Q/k)}{f(M/l)} = \begin{cases} \pm \dfrac{dQ}{dM} \\ \pm \dfrac{dM}{dQ} \end{cases} \tag{4.19}$$

et où la forme

$$f(x/m) = x^m \tag{4.20}$$

n'est pas donnée a priori mais construite grâce à la procédure d'identification* où l'on ramène les choses à l'identité, en vue de passer du qualitatif au quantitatif par l'introduction d'une multiplicité de points de vue sur une réalité donnée.

Tout ceci donne à cette fonction un rôle central dans la structure même du calcul différentiel et intégral.

Dans un monde leibnizien où la combinatoire joue un rôle fondamental et où toutes les formes doivent être prises en compte dans le monde des possibles afin d'éliminer le choix arbitraire cartésien et newtonien comme le note Leibniz lui-même, la loi d'écart est non seulement celle qui apparaît la plus simple et la plus naturelle dans la procédure d'identification, mais aussi elle présente un caractère invariant et

---

*Voir la Section 3 et particulièrement la construction de la loi d'écart, fonction microscope ou principe organisateur.

économique dans la construction du monde des possibles. En effet, cette multiplicité est donnée par les paramètres discrets pouvant prendre des valeurs quelconques entre moins l'infini et plus l'infini.

D'autre part, on notera que l'on ne privilégie pas dM/dQ sur dQ/dM non plus, afin d'avoir un monde des possibles le plus large possible.

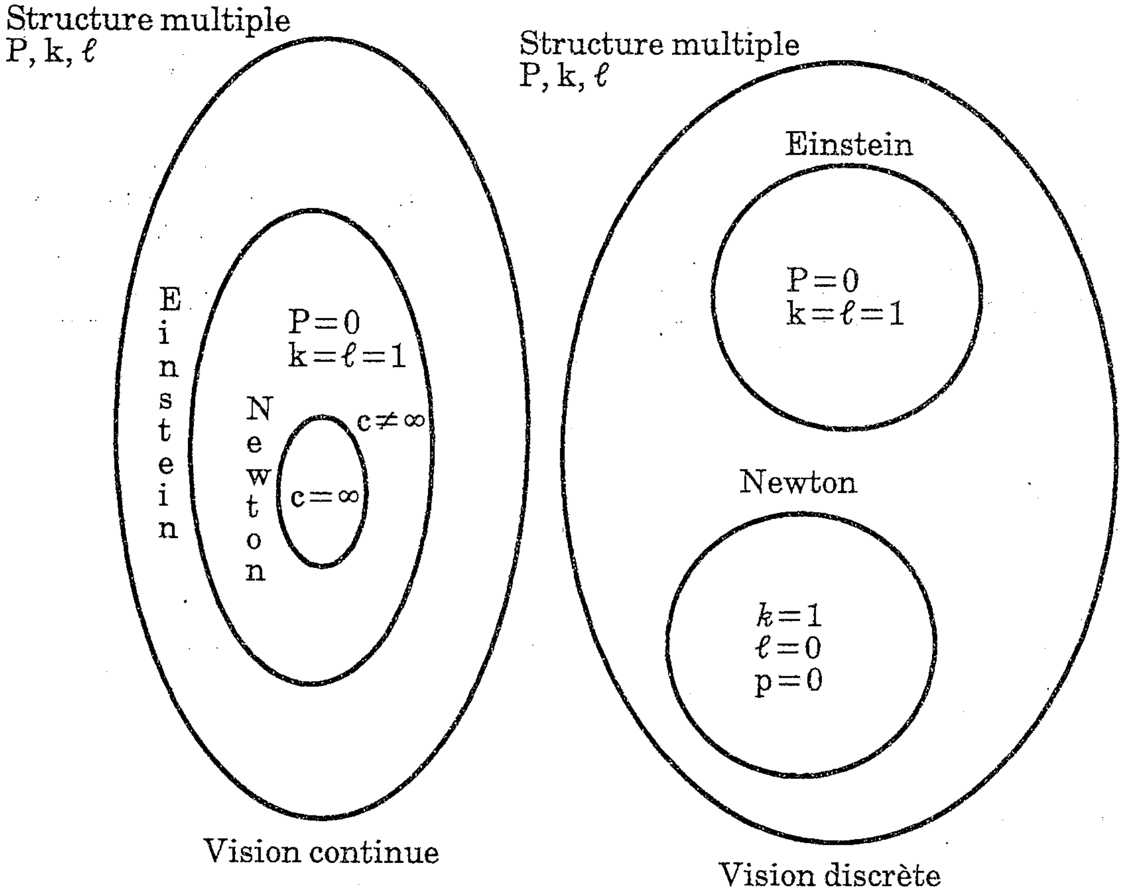
On laisse les principes qualitatifs et ayant leur raison d'être exclure les possibilités incompatibles avec ces principes dont la compréhension est élémentaire et universelle.

En résumé dans l'équation (4.19) l'exigence du point fixe va éliminer dQ/dM, le fait que $M = E/E_0 \geq 1$ va éliminer le signe négatif, le fait que l'énergie est une fonction strictement croissante du mouvement va égaliser k et ℓ. Quant à la détermination de $k = 1$, elle peut être obtenue de deux manières différentes. Soit en supposant que toutes les courbes doivent tendre vers le monde newtonien et d'exiger du système d'être intégrable, soit d'exiger que l'énergie reste invariante si le mouvement inverse sa direction. Cette dernière exigence est très satisfaisante à l'esprit en ce sens que si l'on attache à l'idée d'énergie l'état de fatigue que l'on ressent, il devient alors très compréhensible de dire que ma fatigue est indépendante de la direction que je prends.

Ainsi, en partant de principes qualitatifs, on élargit le domaine de certaines théories physiques existantes et on gagne au niveau de la compréhension de ces théories.

On notera enfin que même si l'on impose directement l'éq. (4.17), la présente démarche reste moins contraignante que la formulation classique. En effet, dire que le mouvement est défini par Q/M est plus contraignant que de dire qu'il existe une infinité de manières de penser le mouvement dont une peut être définie par Q/M.

Un autre intérêt de cette formulation est qu'elle permet d'approcher le monde newtonien de deux manières différentes. Soit par le continu comme l'on fait usuellement en faisant tendre c vers l'infini si l'on raisonne en terme de mouvement, ou E vers E_0 si l'on privilégie l'énergie, soit par le discret. En effet, cette deuxième voie ne semble pas avoir été abordée antérieurement. Ceci est une conséquence directe de l'introduction du monde des possibles typiquement leibnizien et que la physique usuelle n'adopte pas. Plus précisément on a les deux schémas possibles suivants :



4. d) De Newton à Einstein ou de l'unité vers la multiplicité

Dans ce paragraphe nous allons donner un moyen simple et naturel de passer à une multiplicité de points de vue, en partant de la structure newtonienne et en la remplaçant par la structure einsteinienne. En effet, compte tenu de la structure newtonienne suivante reliant l'énergie à l'impulsion.

$$E-\frac{P^2}{2m}=mc^2 \text{ et } V=0, P=0, E=m\,c^2 \tag{4.21}$$

on a les relations équivalentes suivantes :

$$V=\frac{dE}{dP}=\frac{P}{m}=\int \frac{dE}{P} \tag{4.22}$$

Par contre si l'on remplace (4.21) par la structure hyperbolique

$$E^2 - c^2 P^2 = m^2 c^4 \; et \; V = 0 \quad P = 0, E = mc^2 \tag{4.23}$$

alors, on perd l'équivalence entre les relations (4.22) et on obtient les liens suivants :

$$V_{-3} = \frac{dE}{dP} = c\sqrt{1 - \frac{m^2c^4}{E^2}} \tag{4.24}$$

$$V_3 = \frac{P}{m} = \frac{V_{-3}}{\sqrt{1 - \frac{V_{-3}^2}{c^2}}} = c\sqrt{\frac{E^2}{m^2 c^4} - 1} \tag{4.25}$$

$$V_1 = \int \frac{dE}{P} = c \, Arg\, th \frac{V_{-3}}{c} = c \, Arg\, ch \frac{E}{mc^2} \tag{4.26}$$

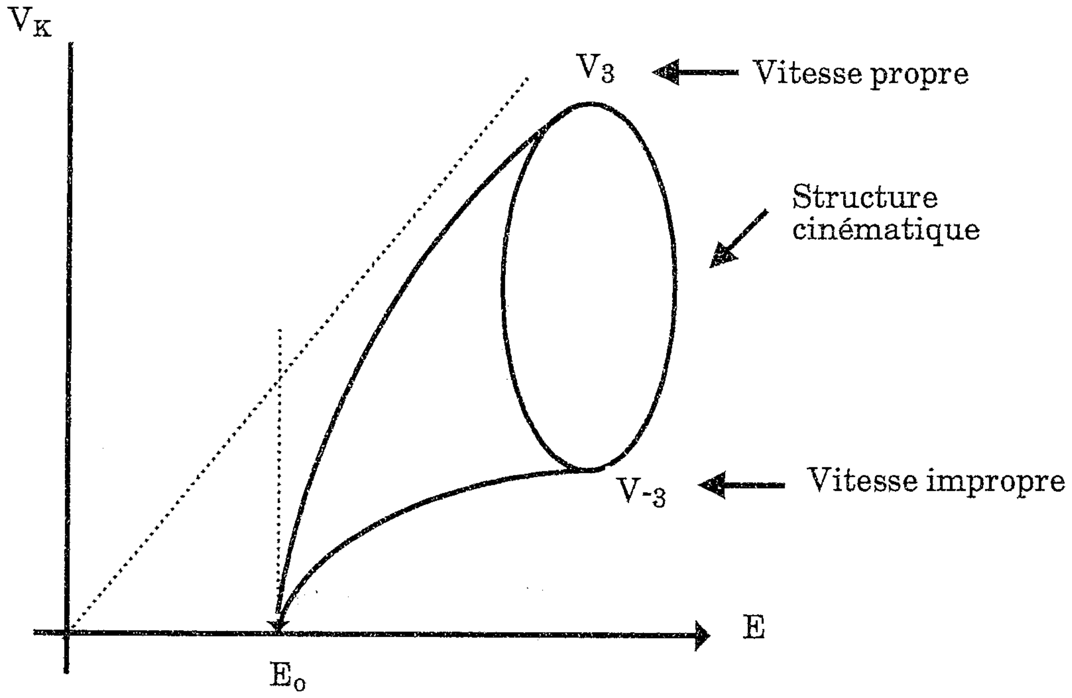
où V_{-3}, V_3 et V_1 présentent chacune une propriété que l'on trouve dans la structure newtonienne. Usuellement la vitesse d'ordre 1 est plutôt obtenue en privilégiant un critère d'additivité existant dans la structure newtonienne et que l'on perd quand on passe à la structure hyperbolique. Quoi qu'il en soit, le but recherché ici est de montrer comment le privilège d'une propriété amène un nouveau point de vue. Cependant une telle démarche ne permet d'obtenir que les relations déjà présentes dans le monde newtonien et n'explique pas la raison d'être de la structure hyperbolique qui est postulée.

Par contre, la présente approche fondée sur l'existence d'une infinité de points de vue conduit à une inversion totale de la procédure. En effet, au lieu de partir d'une structure dégénérée mais à laquelle on associe plusieurs relations ou propriétés comme dans l'équation (4.22), on part d'une vision qualitative globale et infinie et ensuite on passe au fini par le biais de principes d'exclusions. Ainsi non seulement cette procédure permet d'obtenir d'autres points de vue absents dans Newton, mais elle a l'avantage d'expliquer la raison d'être de la structure hyperbolique qui n'est pas postulée ici mais expliquée et justifiée.

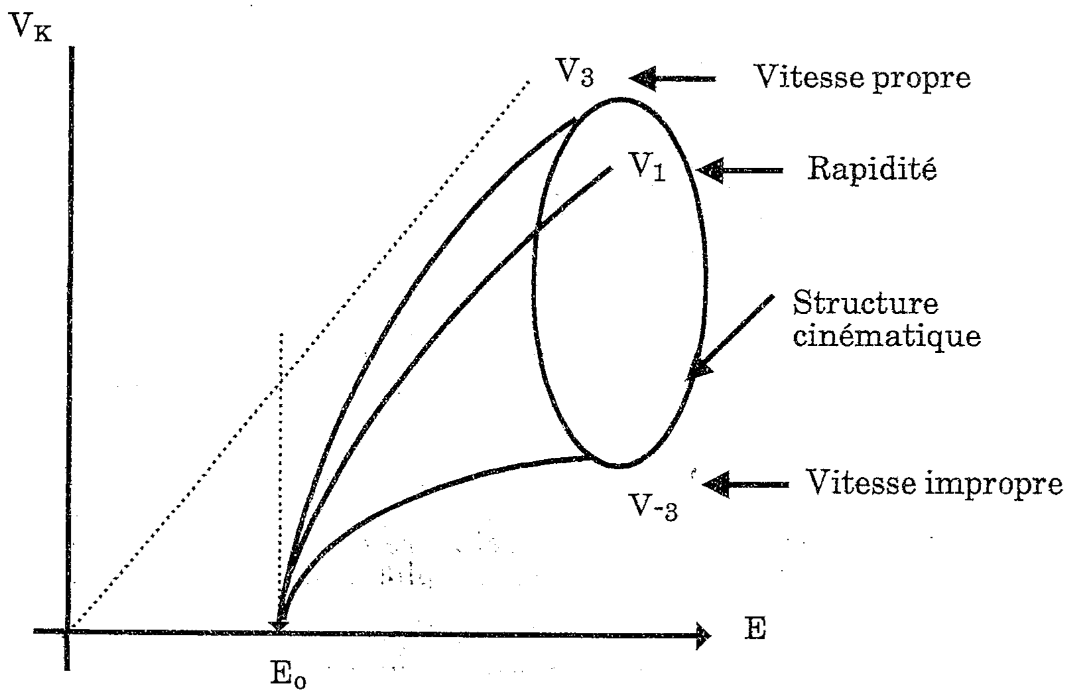
Ceci est possible grâce à l'introduction de postulats plus faibles que ceux présents dans les théories antérieures. Bien entendu, non seulement l'introduction de postulats plus faibles conduit à une meilleure compréhension de la théorie mais surtout elle permet d'obtenir une ouverture plus grande vers d'autres champs de la physique.

Pour conclure, on peut dire que la présente approche éclaire et complète l'une des théories physiques les plus importantes : la théorie de la relativité einsteinienne. En outre, elle conduit à l'exploration d'autres champs de la physique telle la statique et la dynamique des rotations. Ceci sera développé ultérieurement.

En bref, cette structure leibnizienne achève en quelque sorte ce qu'Einstein avait fait dans un cadre spatio-temporel et que d'autres ont ajouté dans un contexte dynamique. En effet, dans la démarche d'Einstein et Minkowski nous avons le schéma suivant.

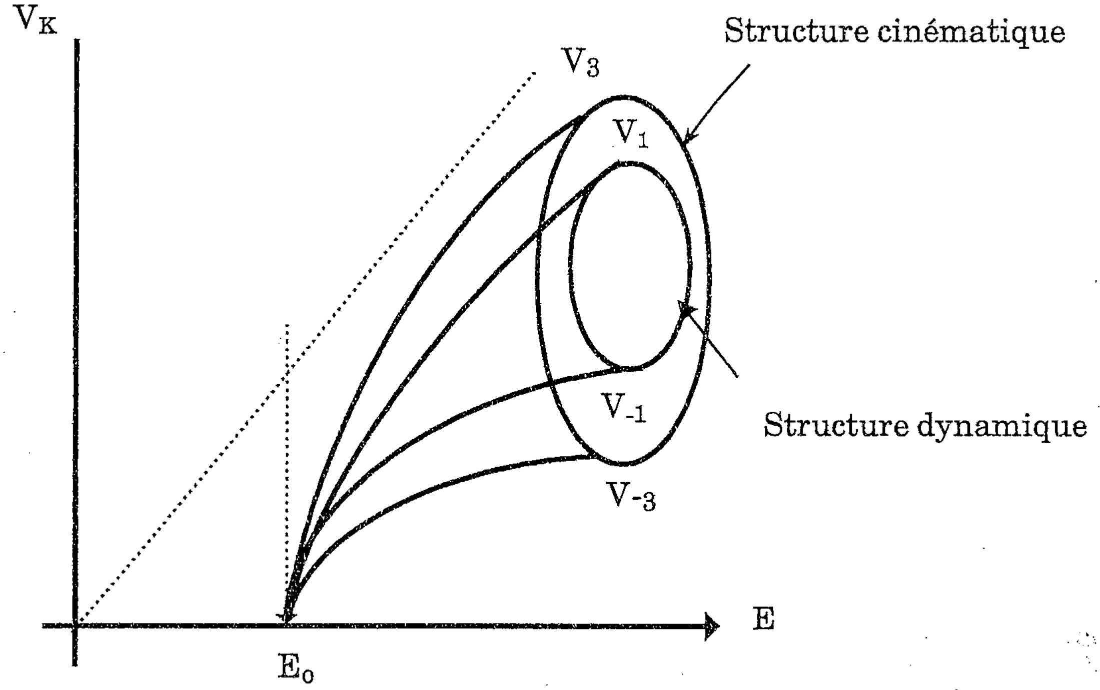


qui correspond à une double vision fondée sur le mouvement cinématique. Ce schéma a été élargi par l'introduction d'un nouveau paramètre dynamique qui conduit à un nouveau point de vue de sorte que l'on ait



Ici on a deux paramètres V_3 et V_1 qui tendent à l'infini avec l'énergie et un seul paramètre qui reste fini et qui n'est autre que le mouvement d'ordre -3.

Dans la démarche présente, on est conduit à une structure plus symétrique où deux paramètres sont finis et deux infinis. Schématiquement on a :



Bien qu'il existe une infinité de points de vue dans l'approche ici présentée, on rappelle que seuls quatre points de vue sont fondamentaux, les autres n'étant que des combinaisons de ces quatre.

Dans ce qui suit, nous allons concentrer notre attention d'abord sur l'intérêt de la formulation actuelle comparée à la démarche spatio-temporelle usuelle, ensuite sur la nouvelle solution qui vient symétriser en quelque sorte la structure dynamique qui aura un paramètre fini et un autre infini de même que pour la structure cinématique.

On cherchera en particulier à représenter géométriquement la théorie de la relativité à partir du cercle. Ce fait est suggéré par le nouveau paramètre qui est un angle.

4. e) Commentaire concernant les concepts d'énergie - impulsion et leurs duals : temps-espace dans une variété quadri - dimensionnelle

Dans la présente théorie à vision multiple, la métrique quadri-dimensionnelle n'apparaît pas comme étant essentielle. D'ailleurs dans une section ultérieure, on montre que le nombre 4 n'est pas une donnée a priori, mais il peut être justifié par un argument structural afin d'avoir une compatibilité avec le principe de raison suffisante.

La fusion classique de l'énergie avec l'impulsion et du temps avec l'espace, bien que pratique d'un point de vue formel, peut apparaître mystérieuse et susceptible d'induire en erreur pour ce qui est de la compréhension de ces concepts. Cette procédure de fusion conduit à considérer l'énergie comme une quatrième composante d'un 4-vecteur. Outre le fait que ceci reste hautement abstrait, il conduit à mettre en évidence une certaine unité entre énergie et impulsion. Ceci peut, en effet, être justifié si l'on met l'accent sur la propriété de conservation qui est une caractéristique commune à ces deux concepts unifiés. Par contre, une telle procédure cache un fait essentiel concernant la dépendance fonctionnelle de ces deux concepts vis-à-vis du mouvement qui les sépare et les différencie. Quant à la procédure présente, elle met l'accent sur les deux points que l'auteur considère comme essentiels à la compréhension d'un concept. En d'autres termes, on comprend une chose quand on la regarde suivant différents angles et quand on distingue et ses points communs avec une autre et ses différences. Ici, les concepts d'énergie et impulsion restent globalement séparés et complémentaires. Ils présentent une caractéristique identique de par leur propriété de conservation et une caractéristique qui les différencie de par leur dépendance fonctionnelle où l'énergie est une fonction paire du mouvement et l'impulsion une fonction impaire.

Leibniz aurait probablement émis les mêmes critiques à l'espace-temps Minkowskien que celles émises à l'espace et au temps newtonien. On rappelle que ces critiques étaient fondées sur la violation des principes d'identité des indiscernables et de raison suffisante. Le premier indique que si deux quantités ont les mêmes propriétés, elles forment une entité unique, et le second cherche la raison d'être de chaque paramètre introduit.
Si Mach n'a pas accepté la théorie de la relativité einsteinienne, c'est précisement pour son caractère "dogmatique" et difficilement compréhensible si l'on se contente de la démarche unificatrice classique où l'essentiel est caché par des postulats ad hoc telle l'invariance de la vitesse de la lumière.

A ce stade, il est utile de noter que l'appui sur le fait que l'énergie est une fonction paire par rapport au mouvement est quelque chose qui parle au sens commun. En effet, si l'on associe l'idée d'effort ou de fatigue au concept d'énergie, il devient clair qu'un déplacement d'objet dans un sens ou dans le sens opposé n'a aucune influence sur l'effort requis pour une telle opération. Quant à la fusion de l'énergie-impulsion en un concept unique, elle est loin d'être compréhensible sauf bien sûr par le physicien entraîné qui l'utilise pour ces différentes opérations. Bien entendu, on reconnaît son utilité fonctionnelle, mais il faut aussi reconnaître le danger de telles procédures quant à la compréhension de la théorie.

5 - REPRESENTATION GEOMETRIQUE GRACE AU CERCLE

Afin d'avoir une visualisation géométrique des différents points de vue quant à leur grandeur et courbure, il est utile de définir les concepts de vitesses totale et cinétique directement liés aux énergies totale et cinétique comme suit :

$$U_T = \frac{E}{mc} \qquad U_o = \frac{T}{mc} \tag{5.1}$$

où U_T et U_0 indiquent respectivement les vitesses totale et cinétique. Comme l'énergie totale est reliée à l'énergie cinétique par :

$$T = E - E_0 = E - mc^2 \tag{5.2}$$

alors on déduit facilement la relation suivante :

$$U_0 = U_T - c \tag{5.3}$$

Il est important de noter que l'intérêt d'une telle procédure consiste à avoir une homogénéité quant aux dimensions des paramètres en présence, mais ceci ne doit pas nous faire perdre de vue les différences fondamentales entre ces deux types de vitesses quant à leur caractère pair et impair.

Compte tenu des déf. (5.1) - (5.3) l'éq. (4.6) prend la forme suivante :

$$U_T = U_o + c = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{V_{-3}^2}{c^2}}} = c \sec \frac{V_{-1}}{c} = c\, ch \frac{V_1}{c} = c\sqrt{1 + \frac{V_3^2}{c^2}} \tag{5.4}$$

Le privilège que l'on associe au concept de vitesse plutôt qu'à un autre concept, telle l'énergie par exemple, est dû au fait que l'on cherche une représentation géométrique où la constante caractéristique interprétée comme étant la vitesse de la lumière joue un rôle fondamental dans cette représentation. En effet, cette vitesse caractéristique qui est un paramètre universel du point de vue de la physique, sera associée à la mesure invariante du cercle qui n'est que son rayon. Ainsi on commence par poser :

$$\theta \equiv \frac{V_{-1}}{c} \equiv \beta_{-1} \tag{5.5}$$

ensuite on met en évidence les relations suivantes qui vont nous permettre la construction du schéma géométrique recherché.

$$V_{-3} = c \sin \theta \tag{5.6}$$

$$V_3 = c\, tg\, \theta \tag{5.7}$$

$$U_T = U_o + c = \sqrt{c^2 + V_3^2} \tag{5.8}$$

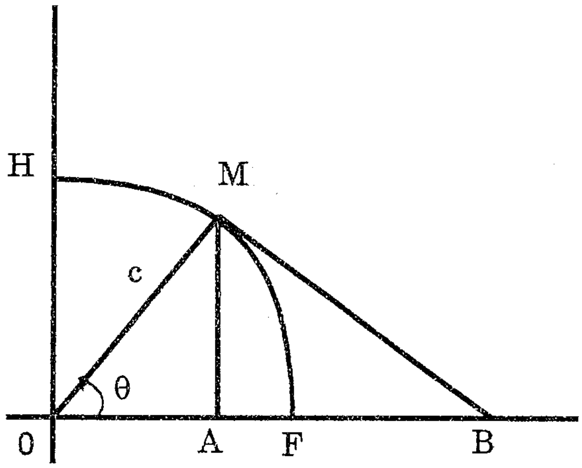
et

$$\cos\theta \, ch \frac{V_1}{c} = 1 \tag{5.9}$$

En effet, en se limitant à

$$o<\theta<\pi/2$$

on peut reconnaître les correspondances suivantes :



$$\overline{OM} = \overline{OF} \rightarrow c \tag{5.10}$$

$$\overline{AM} \rightarrow V_{-3} \tag{5.11}$$

$$\overline{BM} \rightarrow V_3 \tag{5.12}$$

$$\widehat{FM} \rightarrow V_{-1} \tag{5.13}$$

En notant que :

$$\overline{BF} + \overline{FO} = \sqrt{\overline{OM}^2 + \overline{BM}^2} \tag{5.14}$$

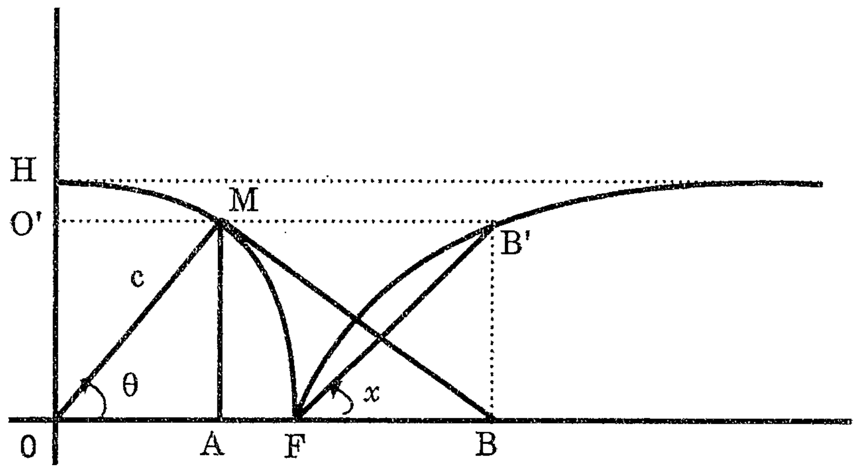
et en identifiant avec l'éq.(5.8) et (5.10) - (5.12) on déduit que :

$$\overline{BF} \rightarrow U_0 \tag{5.15}$$

Quant à la construction de la représentation géométrique associée au paramètre restant V_1, l'éq.(5.9) suggère l'utilisation de la propriété suivante :

$$\overline{OA}\,.\,\overline{OB} = c^2 \longleftrightarrow (c\cos\theta).\left(c\,ch\frac{V_1}{c}\right) = c^2 \tag{5.16}$$

Ainsi l'image de M qui va nous permettre l'évaluation de la grandeur de V_1 peut être construite comme suit :



où l'on note l'égalité suivante :

$$\overline{OA}\,.\,\overline{OB} = \overline{O'M}\,.\,\overline{O'B'} = c^2 \tag{5.17}$$

par construction. Ainsi à chaque valeur de M il existe une valeur associée à B' grâce à la formule (5.17). En particulier, lorsque $M \rightarrow F$ ou $\theta \rightarrow 0$ alors $B' \rightarrow F$ ou $x \rightarrow \pi/2$ et lorsque $M \rightarrow H$ ou $\theta \rightarrow \pi/2$ alors $B' \rightarrow \infty$ ou $x \rightarrow 0$. Finalement on peut poser la correspondance suivante :

$$\widehat{FB'} \rightarrow V_1 \tag{5.18}$$

Ainsi pour une énergie finie et lorsque l'objet en considération est très massif, alors toutes les vitesses V_k ($k = -3, -1, 1, 3$) tendent vers zéro. Par contre lorsque l'objet est de moins en moins massif, les différentes vitesses se distinguent de plus en plus et la spécificité de chacune devient utile et apparente. A la limite, nous avons les comportements suivants :

Limites finies

$$\frac{V_{-3}}{c} \to 1 \tag{5.19}$$

$$\theta \equiv \frac{V_{-1}}{c} \to \pi/2 \tag{5.20}$$

et limites infinies

$$\frac{V_1}{c} \to \infty \tag{5.21}$$

$$\frac{V_3}{c} \to \infty \tag{5.21}$$

Ainsi on peut dire qu'une particule sans masse peut être caractérisée par l'un de ces quatre points de vue. On notera en particulier que l'on peut associer au photon l'image du cercle avec $\theta \to \pi/2$. Cette symétrie entre le fini et l'infini est typiquement leibnizienne. En effet, Leibniz cherchait précisement des relations qui complètent et symétrisent ce qui semble à première vue partiel et asymétrique. Il ne se contentait pas de l'efficacité, il cherchait l'harmonie et la symétrie qui sont à la base de notre entendement et de nos évidences [3].
Finalement, notons que si l'on multiplie toutes ces vitesses par mc on obtient la dimension d'une énergie et le rayon invariant devient l'énergie du repos $E_0 = mc^2$. Dans ce cas on a :

$$\overline{BF} \to T \text{ et } \overline{OB} \to E \tag{5.23}$$

de sorte que l'on ait une représentation géométrique des énergies cinétique et totale. Cependant, une telle représentation ne convient pas à des particules sans masse puisque le cercle s'identifie alors à un point. Une telle représentation peut être utile si l'on garde la masse invariante et l'on examine la variation des mouvements en fonction des énergies appliquées.

6 - APPLICATION DE LA "CARACTERISTIQUE UNIVERSELLE" A LA PHYSIQUE DES ROTATIONS

6. a) Corps en mouvement de rotation rapide et lien avec la mécanique quantique

Dans la section 4, nous avons montré la compatibilité de l'approche à vision multiple avec l'approche einsteinienne pour ce qui est de la théorie de la relativité dite restreinte. Dans la présente section nous allons appliquer la "caractéristique leibnizienne" à un domaine que la théorie einsteinienne ne permet pas d'aborder de par ses postulats de base qui excluent les systèmes non inertiels. La présente approche fondée sur des critères qualitatifs et utilisant d'autres références que celle d'Einstein, n'est pas limitée aux systèmes inertiels. Tout d'abord, il est utile de rappeler que le monde newtonien est beaucoup plus vaste que le monde einsteinien de la relativité restreinte. En effet, c'est un monde où l'on peut traiter des translations et rotations ainsi que de la statique sans qu'il y ait d'interactions quelconques du type gravitationnel, électromagnétique ou autre. C'est en quelque sorte un cadre général qui présente sa propre cohérence*. L'intérêt de la présente approche est d'avoir cherché à généraliser tout ce cadre en partant d'arguments qualitatifs et en passant du linéaire unique au non linéaire multiple. Ainsi on peut dire que cette approche n'est pas du tout une relecture de la théorie de la relativité restreinte, mais plutôt un transport de tout le monde newtonien linéaire et à vision simple à un monde qui l'étend et qui est non linéaire et à vision multiple. Vue sous cet angle, la présente approche élimine la vision simple et linéaire au profit d'une structure multiple et plus riche mais garde les avantages et les démarches analogiques qui ont fait leur preuve aussi bien dans la description du monde physique de basse énergie que dans l'économie de pensée que cela apporte et sans lequel la physique perd toute sa clarté et son unité.

En bref on peut dire que la théorie de la relativité n'est qu'une petite partie de la présente démarche et cela à deux égards. Tout d'abord, sa restriction au cadre spatio-temporel ne lui permet pas d'avoir une vue globale sur toute l'architecture sous-jacente donnée ici par une série infinie allant de moins l'infini à plus l'infini, ensuite sa restriction à la dynamique des translations lui enlève sa validité du règne des rotations et de la statique et où la physique newtonienne reste applicable. Quant à la théorie einsteinienne dite de relativité généralisée, elle n'est pas une théorie cadre, elle est spécifique à l'interaction gravitationnelle. Ainsi, contrairement à son appellation, elle est d'une certaine façon moins générale que la théorie de la relativité restreinte qui reste un cadre universel dans lequel se situent différentes interactions telle l'interaction électromagnétique ainsi que les interactions faibles et fortes.

Dans cette section nous allons diviser la démarche en deux parties. La première sera fondée sur l'équation du cercle, qui mène à une formulation cohérente des rotations et qui reste compatible avec le concept de photon. La seconde partie sera fondée sur une analogie avec les mouvements de translations. En particulier, on utilisera l'équation hyperbolique et on déduira des équations pouvant être utiles dans l'étude des corps en rotation rapide.

*Voir les structures newtoniennes extrinsèques dans la première section

Première partie :

Comme la définition de l'énergie totale par rapport à celle du repos doit satisfaire à

$$E \geq E_o \tag{6.1}$$

qu'il s'agisse de translation ou de rotation l'équation du cercle où l'on a :

$$o \leq M \leq 1 \quad , \quad M = \frac{E}{E_o} \; ou \; \frac{E_o}{E} \tag{6.2}$$

nécéssite le choix suivant :

$$M = \frac{E_o}{E} \tag{6.3}$$

autrement les équations (6.1) et (6.2) conduisent à une contradiction.

Quant aux paramètres S et η_k donnés dans (3.48), (3.53), ils sont liés au moment cinétique et au mouvement de rotation par

$$S = \frac{\mathcal{J}}{J_c}, \qquad \eta_K = \frac{w_K}{w_c} \tag{6.4}$$

où J_c et w_c sont des paramètres caractéristiques constants.
La substitution de (6.3) - (6.4) dans les équations (3.51) et (3.53) conduit à la relation suivante :

$$E^2 - J_c^2\, w_3^2 = I^{-2}\, J_c^4, \quad w_3 = \frac{\mathcal{J}.E}{J_c^2} \tag{6.5}$$

où l'on a défini le moment d'inertie I comme suit :

$$I^{-1} = \frac{E_o}{J_c^2} \tag{6.6}$$

Ces équations peuvent être comparées aux équations régissant les phénomènes en translation

$$E^2 - V_c^2\, P^2 = m^2\, V_c^4, \quad P = \frac{V_{-3}.E}{V_c^2} \tag{6.7}$$

avec

$$m = \frac{E_o}{V_c^2} \tag{6.8}$$

En effet, en identifiant le paramètre caractéristique des translations à la vitesse de la lumière ($V_c \equiv c$) et V_{-3} à la vitesse spatio-temporelle impropre ($V_{-3} \equiv dr/dt$), on obtient la structure des équations de base de la relativité dite restreinte.

Une simple comparaison entre les équations (6.5) - (6.6) et (6.7) - (6.8) conduit aux correspondances suivantes :

$$\begin{array}{ccc} \text{Rotation} & & \text{Translation} \\ J_c & \longleftrightarrow & V_c \\ \mathcal{T} & \longleftrightarrow & V_{-3} \\ \omega_3 & \longleftrightarrow & P \\ I^{-1} & \longleftrightarrow & m \end{array} \tag{6.9}$$

ainsi que la relation suivante :

$$I.m = \frac{J_c^2}{V_c^2} \tag{6.10}$$

Les équations (6.9) et (6.10) montrent clairement que cette procédure conduit naturellement à des correspondances associées à J_c et V_c dont les dimensions sont celles des constantes universelles $\hbar$ et c. ($\hbar$:constante de Planck c : vitesse de la lumière).

En particulier, si l'on pose :

$$E_o = 0 \qquad V \rightarrow V_c \equiv c, \quad \mathcal{T} \rightarrow J_c \equiv h \tag{6.11}$$

qui sont les attributs du concept de photon, alors les équations (6.5) et (6.7) se réduisent à :

$$E = \hbar\, w_3 \qquad E = cp \tag{6.12}$$

On reconnaît dans les équations (6.12) deux équations de base dont l'une est usuellement donnée dans le cadre de la physique quantique et l'autre déduite de la théorie de la relativité einsteinienne.

L'idée derrière cette approche unifiante est d'attirer l'attention sur l'intérêt d'une démarche intrinsèque où les constantes universelles ainsi que la géométrie sont les références. Ceci contraste fortement avec la formulation usuelle spatio-temporelle héritée du monde newtonien.

Avant de terminer cette partie, il serait intéressant de justifier cette approche géométrique formelle en la liant aux mesures physiques. En effet, bien que les correspondances et analogies sont souvent utilisées en physique, celles-ci ne sont fructueuses que si l'on a des mesures associées à l'analogue de la masse et qui est ici l'inverse du moment d'inertie. On notera que d'après l'équation (6.5) on tire

$$I^{-1} = \left[\frac{d^2 E}{d\mathcal{T}^2} \right] \mathcal{T} = 0 \tag{6.13}$$

Le moment d'inertie obtenu par cette double dérivation de l'énergie est la quantité mesurée par la largeur de la vallée centrale qui est pratiquement constante sur une large zone de fréquence. Pour plus de détail technique on peut consulter la présentation de Carmeli [16].

Deuxième partie

Dans cette partie, nous allons procéder par analogie avec les translations en utilisant les correspondances usuelles suivantes

$$\begin{array}{ccc} \text{Rotation} & & \text{Translation} \\ J & \longleftrightarrow & P \\ \omega_K & \longleftrightarrow & V_K \\ I & \longleftrightarrow & m \\ \omega_c & \longleftrightarrow & V_c \equiv c \end{array} \tag{6.14}$$

En substituant ces correspondances dans les équations (4.6) - (4.8) on obtient

$$E = \frac{I\, w_c^2}{\sqrt{1 - \dfrac{w_{-3}^2}{w_c^2}}} = I w_c^2 \sec \frac{w_{-1}}{w_c} = I w_c^2 \, ch \frac{w_1}{w_c} = I w_c^2 \sqrt{1 + \frac{w_3^2}{w_c^2}} \tag{6.15}$$

$$J = \frac{I\,w_{-3}}{\sqrt{1-\frac{w_{-3}^2}{w_c^2}}} = I w_c\; tg\,\frac{w_{-1}}{w_c} = I w_c\; sh\,\frac{w_1}{w_c} = I w_3 \tag{6.16}$$

et

$$E^2 - w_c^2\, J^2 = I^2\, w_c^4 \tag{6.17}$$

Bien que l'équation (6.17) présente la même structure formelle que l'équation (6.5), elle ne s'applique pas au photon [voir équation (6.10)]. En outre, en physique, il n'existe pas de vitesse de rotation universelle mais plutôt un moment cinétique universel qui n'est autre que la constante de Planck. Ceci nous amène à introduire la notation suivante :

$$J_K = I w_K \tag{6.18}$$

Un tel changement de notation est suggéré par l'équation (6.5) applicable au photon contrairement à l'équation (6.17), et qui a été obtenu grâce au raisonnement sur le cercle. La substitution de l'équation (6.18) dans les équations (6.15) - (6.17) conduit à

$$E = \frac{I^{-1}\, J_c^2}{\sqrt{1-\frac{J_{-3}^2}{J_c^2}}} = I^{-1}\, J_c^2\, sec\,\frac{J_{-1}}{J_c} = I^{-1}\, J_c^2\, ch\,\frac{J_1}{J_c} = I^{-1}\, J_c^2 \sqrt{1+\frac{J_3^2}{J_c^2}} \tag{6.19}$$

$$J = \frac{J_{-3}}{\sqrt{1-\frac{J_{-3}^2}{J_c^2}}} = J_c\; tg\,\frac{J_{-1}}{J_c} = J_c\; sh\,\frac{J_1}{J_c} = J_3 \tag{6.20}$$

et où l'on trouve l'équation (6.5) déduite du cercle et applicable au photon.

$$E^2 - J_c^2 w_3 = I^{-2} J_c^4 \tag{6.21}$$

Ainsi nous avons deux procédures équivalentes dont chacune possède sa propre logique. La première met en évidence l'intérêt d'utiliser le cercle en vue de l'obtention d'une équation qui s'applique au photon. Ultérieurement, on montrera que l'utilisation du cercle ou plus généralement la sphère, va nous être utile à la représentation des univers fermés. Ce fait sera abordé dans la section concernée par l'extension de la présente approche à la description de la gravitation. Historiquement, l'image du cercle et de la sphère ont joué un rôle fondamental dans la représentation de l'univers, et plus particulièrement à l'époque pré-newtonienne. Par contre, avec Newton, tout ceci a été remplacé par un temps linéaire unique et homogène qui brise le cercle en quelque sorte. Il n'est pas étonnant de retrouver ici certaines images pré-newtoniennes dans la mesure où Leibniz ne cherchait pas à couper les ponts avec les anciens mais plutôt à les concilier avec la philosophie expérimentale du XVII$^{\text{ème}}$ siècle. Or, l'expérience ne peut pas nous empêcher d'utiliser des figures géométriques parfaites pour nous aider à se créer une représentation adéquate de la réalité. Selon Leibniz il existe une liberté de choix qu'aucune expérience ne peut éliminer. C'est d'ailleurs, cette croyance à laquelle s'ajoute notre finitude de pensée qui a amené Leibniz à partir de l'infini, et de chercher les représentations possibles et harmonieuses dont le cercle n'est qu'un cas qui saute aux yeux contrairement à certaines formes moins évidentes et qu'il faut déduire à partir d'une structure infiniment variée qui n'est autre que le monde des possibles leibnizien. C'est aussi cette croyance en la nécessité d'un mode d'expression unifié qui l'a amené a refusé le caractère absolu du mouvement de rotation.

Il est intéressant de noter qu'après trois siècles de débats, la question n'est pas tranchée de manière définitive et la physique des hautes énergies semble confirmer la démarche leibnizienne qui a été défendue plus tard par Mach et récemment appuyée par des résultats expérimentaux. En effet, un physicien [15, 16, 29] concerné par la physique des hautes énergies a récemment mis en évidence une adéquation remarquable avec l'expérience, si l'on transpose la théorie de la relativité construite pour les translations, au domaine des rotations. Outre cette adéquation associée aux corps en rotation rapide il montre sa consistance avec la formule de l'énergie associée à l'atome d'hydrogène ainsi que les niveaux d'énergie de l'oscillateur harmonique. Comme l'expérience a le dernier mot en physique, ces analogies ont été acceptées malgré certaines difficultés d'interprétation. Ces difficultés sont dues essentiellement au fait que l'on effectue des raisonnements conventionnels extrinsèques hérités de la physique de l'espace-temps.

La présente approche à vision multiple où le schéma spatio-temporel n'est qu'une façon parmi d'autres de décrire la réalité, éclaire et assure les fondements de cette théorie. En particulier, par la procédure de géométrisation, l'utilisation du cercle conduit immédiatement à la formule déduite par Carméli [15, 16, 29] après maints détours et justifications.

6. b) Lien avec la structure dégénérée newtonienne et introduction du concept d'énergie cinétique relative

Afin de faire le lien avec la structure newtonienne valable uniquement pour les énergies faibles ($E \rightarrow E_0$ ou $M \rightarrow 1$), il suffit de noter que selon que l'on utilise le cercle ou l'hyperbole, les différents mouvements convergent vers une limite unique ($\eta_k \rightarrow \eta$ ou $\beta_k \rightarrow \beta$) et où l'on obtient

$$P = mV \qquad , J = I\omega \tag{6.22}$$

En outre, en physique newtonienne, le concept d'énergie cinétique est central. Pour obtenir ce concept dans la présente approche, il suffit de décaler le point fixe de 1 à 0. Par conséquent, selon que l'on utilise le cercle ou l'hyperbole, on aura

$$M_c = 1 - M = \frac{E - E_0}{E} \qquad 0 \leq M \leq 1 \; (cercle) \tag{6.23}$$

et

$$M_c = M - 1 = \frac{E - E_0}{E_0} \qquad M \geq 1 \; (hyperbole) \tag{6.24}$$

ainsi on est conduit à deux définitions distinctes de l'énergie relative mais qui se rejoignent pour les énergies faibles ($E \rightarrow E_0$). Tout ceci contribue à montrer comment deux concepts distincts peuvent être confondus si l'on ne regarde pas d'assez près.

6. c) Comparaison de la présente approche avec certains modèles utilisés en physique des hautes énergies

Dans le traitement des corps en mouvement de rotation, et dans un cadre où la mécanique quantique s'impose, on s'est aperçu que l'équation

$$T_{rot} = \frac{1}{2} I \, w^2 \tag{6.25}$$

ne suffisait pas à rendre compte des phénomènes observés. Par conséquent, certains auteurs [13, 14] ont cherché à généraliser cette équation, de telle sorte que la constante I devienne dépendante de ω. Un modèle proposé et qui semble satisfaisant jusqu'à un certain point est celui où l'on a

$$I(w) = I_o + \frac{1}{2} I_1 \, w^2 \tag{6.26}$$

qui conduit à :

$$T_{rot} = \frac{1}{2} Io \; w^2 + \frac{1}{4} I_1 \; w^4 \tag{6.27}$$

L'important dans ce modèle est l'existence d'un degré de liberté supplémentaire, et qui jusqu'à un certain point semble être suffisant dans l'ajustement de la formule (6.27) avec l'expérience. Bien entendu, on peut continuer le développement dans

(6.26) à l'ordre qu'on veut et à chaque fois on introduit un paramètre la supplémentaire à ajuster avec l'expérience. Cependant, une telle procédure ressemble un peu au système du monde de Ptolémée où, à chaque fois que l'observation ne collait pas au modèle on ajoutait un petit cercle correctif. Il suffisait de changer de point de vue et les choses devenaient simples et harmonieuses. Ici aussi on change de point de vue, de même que la terre n'a plus ce privilège d'être le centre du monde, ici les systèmes inertiels n'ont plus le privilège que leur donne Einstein dans sa théorie de la relativité dite "restreinte". Ainsi, si l'on prend le mouvement d'ordre -1 par exemple, on obtient la formule suivante :

$$T_{rot} = E - Eo = Eo \left[sec\frac{w_{-1}}{w_c} - 1 \right] = I w_c^2 \left[sec\frac{w_{-1}}{w_c} - 1 \right] \qquad (6.28)$$

En effectuant un développement limité et en gardant les deux premiers termes, on obtient

$$T_{rot} = \frac{1}{2} I w^2 + \frac{5}{24}\frac{I}{w_c^2} w^4 \qquad (6.29)$$

Une simple procédure d'identification entre les équations (6.27) et (6.29) mène à

$$\begin{gathered} Io \longleftrightarrow I \\ \frac{5}{6}\frac{Io}{I_1} \longleftrightarrow w_c \end{gathered} \qquad (6.30)$$

Bien entendu, en prenant n'importe quel ordre (K = -3, -1, 1, 3), on aurait la possibilité d'identification et seul un décalage des valeurs numériques aurait été observé. L'important est que tous les points de vue sont associés à des fonctions paires tel que $T_{rot}(\omega) = T_{rot}(-\omega)$.

Dans la dérivation ci-dessus on a simplifié le problème en gardant les idées essentielles. Pour plus de détails concernant ce sujet on peut se référer à Carmeli [15, 16, 29] qui traite les rotations par analogie aux translations.

En effet, le but ici n'est pas d'attirer l'attention sur des problèmes physiques particuliers. On cherche plutôt à confirmer la validité de certaines idées concernant le mouvement et qui datent du début du développement de la science moderne au XVII^{ème} siècle. En particulier, on cherche à montrer que l'idée leibnizienne de la recherche d'un mode d'expression unifié compatible avec les translations, rotations en dynamique aussi bien qu'en statique, est loin d'être une idée absurde.
Contrairement à toutes les critiques [6] adressées à Leibniz qui voulait éliminer le temps des postulats de base, au profit de la multiplicité des points de vue, ainsi que des lois de conservation, on cherche ici à montrer la cohérence d'une telle démarche et sa possibilité d'éclairer certains sujets qui intéressent non seulement les philosophes mais aussi les physiciens.

6. d) Métrique spatio-temporelle associée aux rotations

Dans cette dernière partie de la présente section nous allons mettre en évidence l'intérêt d'utiliser le cercle dans l'introduction d'une métrique spatio-temporelle associée aux rotations. En outre, on prépare ainsi le chemin à la description des univers fermés qui seront étudiés ultérieurement.

Grâce à l'analyse dimensionnelle et à la relation établie antérieurement

$$\frac{Eo}{E} = \frac{d\tau}{dt} \leq 1 \tag{6.31}$$

où t indique le temps impropre et τ le temps propre, l'équation du cercle conduit à poser

$$M = \frac{d\tau}{dt} \equiv \dot{\tau} \quad et \quad S \equiv \frac{1}{w_c} \frac{d\Phi}{dt} \equiv \frac{\dot{\Phi}}{w_c} \tag{6.32}$$

de sorte que l'on ait

$$\dot{\tau}^2 + \frac{\dot{\Phi}^2}{w_c^2} = 1 \tag{6.33}$$

ou de façon équivalente

$$w_c^2 \, dt^2 - d\Phi^2 = w_c^2 \, d\tau^2 \tag{6.34}$$

Cette dernière forme est identique à l'équation usuelle de la relativité restreinte

$$c^2 \, dt^2 - dr^2 = c^2 \, d\tau^2 \tag{6.35}$$

Dans l'équation (6.34) l'angle ϕ remplace la position d'espace r dans l'équation (6.35) et la vitesse caractéristique de rotation ω_c remplace la vitesse caractéristique de translation.
Bien qu'il y ait équivalence entre l'utilisation du cercle ou de l'hyperbole, selon que l'on différencie par rapport au temps impropre ou au temps propre, usuellement, c'est le temps propre qui est priviligié de par sa propriété d'invariance. Ce fait conduit au système hyperbolique. Ici, si l'on privilégie le temps impropre vis-à-vis de la différentiation, c'est pour se ramener à la physique classique et pouvoir utiliser les angles d'Euler dans la description des rotations. Plus précisément, par simple utilisation de l'analyse dimensionnelle l'équation (6.33) peut s'écrire :

$$c^2 \; \dot{\tau}^2 + \frac{I}{m} \dot{\Phi}^2 = c^2 \tag{6.36}$$

Cette équation est directement généralisable où $I\phi^2$ pourra être remplacée par $I_{ij}\Omega_i\Omega j$ ou $I_{(i)} \, \Omega_i{}^2$, où Ω_i ne sont autres que les angles d'Euler de la mécanique classique. Cette démarche permettra au tenseur métrique einsteinien $g_{\eta\mu}$ d'avoir une interprétation en terme de rapport entre le moment d'inertie et de la masse.

En cherchant ainsi des liens entre différents champs de la physique à partir d'idées géométriques simples, on peut dire que c'est une façon parmi d'autres d'approcher certains sujets fondamentaux où l'on a besoin de nouvelles ouvertures et de nouveaux points de vue. C'est le cas par exemple du champ de la gravitation quantique où l'on tâtonne dans différentes directions.

7 - APPLICATION DE LA "CARACTERISTIQUE UNIVERSELLE" A LA STATIQUE

7. a) Translations statiques

Le passage de la dynamique à la statique est immédiat si l'on pense les choses en termes de lois de conservation. En effet, un problème de collision de deux particules qui restent attachées après la collision peut être traité de la même manière qu'un problème d'équilibre, d'un levier ou une balance sans masse où 2 forces sont appliquées aux extrémités comme suit :

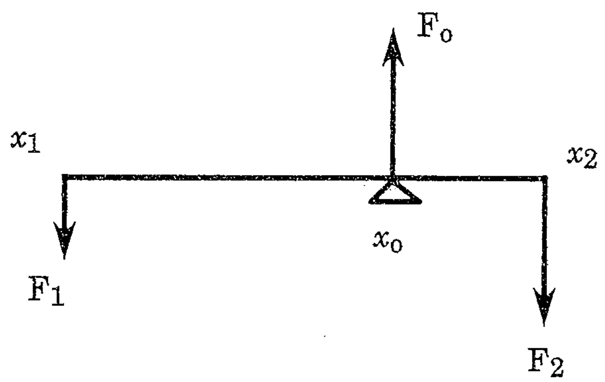


Fig. (7.1)

Au lieu du traitement classique où l'on a

$$F_0 = F_1 + F_2 \tag{7.1}$$

$$F_o \; x_o = F_1 \; x_1 + F_2 \; x_2 \tag{7.2}$$

la présente démarche donne plusieurs solutions équivalentes dont chacune présente des propriétés spécifiques. Si l'on prend la solution d'ordre 1, alors les équations (7.1) et (7.2) doivent être remplacées par

$$F_0 \, ch \frac{x_o}{R} = F_1 \, ch \frac{x_1}{R} + F_2 \, ch \frac{x_2}{R} \tag{7.3}$$

et

$$F_o \, R \, sh \frac{x_o}{R} = F_1 \, R \, sh \frac{x_1}{R} + F_2 \, R \, sh \frac{x_2}{R} \tag{7.4}$$

Bien entendu, lorsque $R \to \infty$ on retrouve les équations classiques (7.1) et (7.2) connues depuis Archimède. Nous avons choisi l'ordre 1 afin de mettre en évidence un lien avec la démarche de Cl. Comte [30] qui obtient précisément ces mêmes équations à partir d'une démarche rationnelle fondée sur un critère d'additivité ainsi que sur l'invariance des lois de conservation par changement de référentiel galiléen. Cette approche rentre tout à fait dans le présent cadre au moins pour trois raisons : la première est le point de départ qualitatif où l'on postule des formes générales par opposition à la métrique spatio-temporelle très contraignante. La deuxième raison est attachée à l'existence et à l'importance des lois de conservation sans lesquelles on ne peut pas faire de la physique. La troisième raison est liée à la possibilité de faire de la physique sans faire entrer le temps en considération comme le précise Leibniz. Pour toutes ces raisons, cette approche mérite d'être rappelée ici et rattachée à la présente vision multiple.

Cl. Comte [30] propose de remplacer les équations (7.1) - (7.2) par

$$F_o\, \varepsilon(x_o) = F_1\, \varepsilon(x_1) + F_2\, \varepsilon(x_2) \tag{7.5}$$

$$F_o\, \rho(x_o) = F_1\, \rho(x_1) + F_2\, \rho(x_2) \tag{7.6}$$

avec

$$\varepsilon(x) = \varepsilon(-x),\ \rho(x) = -\rho(-x) \tag{7.7}$$

et x est un paramètre additif

Ensuite, il montre que la simple considération d'invariance des équations par changement de référentiel galiléen permet de déterminer les fonctions paire et impaire, ce qui est tout à fait remarquable. En effet cette détermination peut être obtenue en considérant une situation symétrique où l'on a $F_1 = F_2$, ensuite on utilise l'invariance par changement de référentiel où l'on pose $x_o = 0$, $x_{1,2} = \pm$ X et $x_o =$ Y $x_{1,2} =$ Y $\pm$ X. Ces considérations élémentaires suffisent à la détermination des fonctions paire et impaire qui ne sont autres que celles présentes dans les équations (7.3) - (7.4).
Dans notre procédure fondée sur l'ensemble des possibles leibniziens, la perception de référence a été déduite et déterminée comme suit [voir équations (3.28) et (3.41)].

$$\beta_R = \sqrt{1 - \frac{1}{M^2}} \tag{7.8}$$

On aurait pu procéder comme le fait Comte et obtenir ainsi comme perception de référence.

$$\beta_{cr} = \operatorname{Arg\,ch} M \tag{7.9}$$

Ainsi au lieu de

$$\beta_{R+P} = \int \frac{M^{P-2}}{\sqrt{M^2 - 1}}\, dM \tag{7.10}$$

obtenue grâce à la loi d'écart ou fonction microscope on aurait eu

$$\beta_{cr+P} = \int \frac{M^P}{\sqrt{M^2 - 1}}\, dM \tag{7.11}$$

La comparaison des équations (7.10) et (7.11) montre l'équivalence du résultat final, où il y a un simple décalage dans la manière de compter les points de vue. Plus précisément, il suffit de poser

$$\text{cr} = \text{R}+2 \tag{7.12}$$

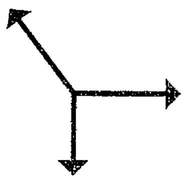
pour que les équations (7.10) et (7.11) deviennent identiques.

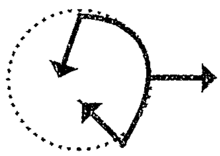
Une différence importante entre la démarche de Comte et la présente formulation se situe au niveau de la multiplicité des points de vue. En effet, en privilégiant l'addivité qui est à la base de la démarche de Comte, on peut unifier la dynamique et la statique.

Quant au passage de la solution dynamique de Comte à celle de la relativité einsteinienne, il faut la deviner. Ceci est une caractéristique de toutes les approches qui ont cherché à réexaminer les fondements de la théorie de la relativité einsteinienne. Ici, la loi d'écart, qui est la base de notre approche à vision multiple, conduit à toutes les solutions par voie déductive, une fois que l'ensemble des possibles a été établi. Ceci présente un avantage en ce sens que l'on ne privilégie aucune propriété particulière telle l'addivité par exemple. Par contre, en privilégiant un ordre global, on déduit diverses propriétés remarquables, ce que Leibniz appelait l'art d'inventer [28] ou de créer un ordre multiple à partir d'un chaos initial.

7. b) Rotations statiques

Pour ce qui est des rotations dans un cadre statique, dans le cas de l'équilibre de forces passant par un même point comme les forces concourantes ou les forces appliquées perpendiculairement à un arc de cercle





les mêmes formules s'appliquent excepté le fait que les fonctions hyperboliques sont remplacés par les fonctions trigonométriques. On ne s'attardera pas sur cette question où l'on peut consulter Comte [30] à ce sujet. Ici, l'invariance par rotation remplace l'invariance par translation.

$$chx \rightarrow cos\,\theta \tag{7.13}$$

7. c) Classement de diverses théories

Jusqu'ici nous avons présenté un cadre général dans lequel les diverses interactions peuvent prendre place. En particulier, nous avons attiré l'attention sur l'idée de multiplicité des points de vue sans en privilégier un seul comme on fait habituellement.

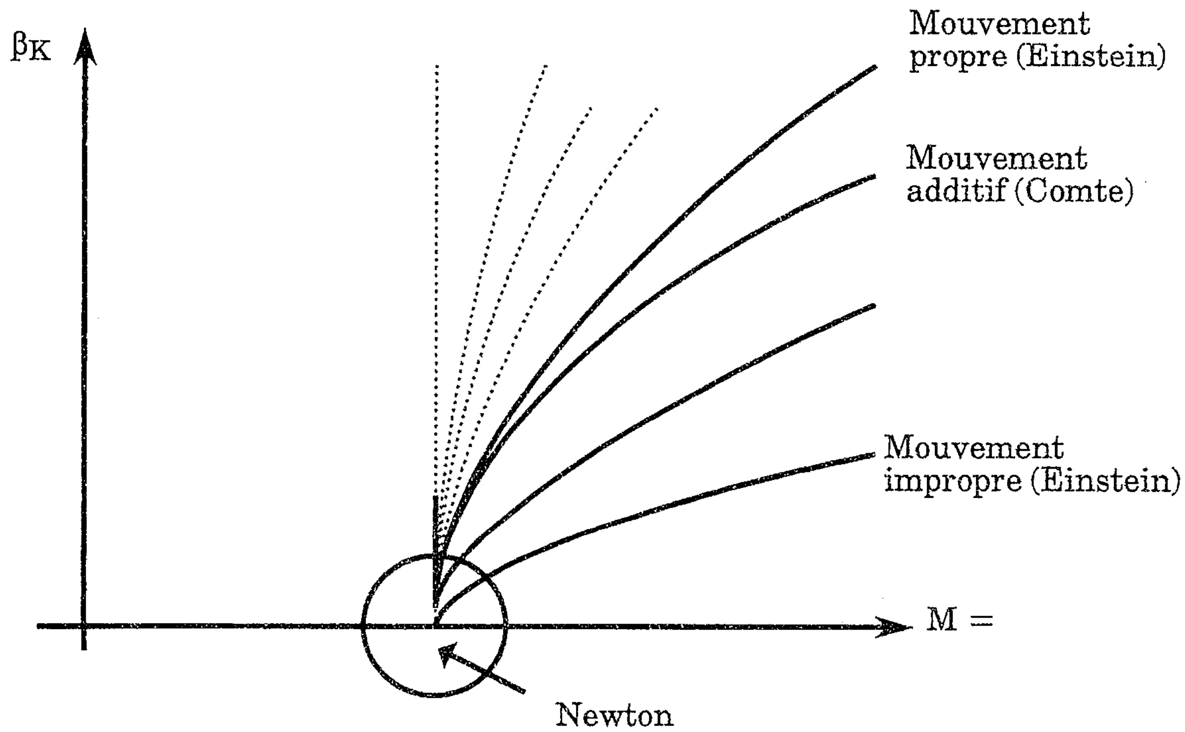
L'introduction de l'idée de mouvement de manière qualitative nous a permis d'inclure et les concepts bien connus associés à l'espace et le temps et les concepts récents où le mouvement est introduit directement à partir de la dynamique. Cette nouvelle manière de penser le mouvement à partir de l'énergie et de l'impulsion a amené Comte à une conclusion originale où la dynamique possède une certaine autonomie vis-à-vis de la cinématique.

Cette possibilité de penser le mouvement autrement qu'en termes de métrique d'espace et de temps, est en accord avec la démarche leibnizienne que l'on qualifie d'intrinsèque par opposition à la démarche extrinsèque qui est celle de l'espace et du temps.

En bref, on peut classer l'approche de Newton, d'Einstein, de Comte ainsi que la présente démarche comme suit :

Newton : Structure extrinsèque découplée à vision simple.
Einstein : Structure extrinsèque couplée à vision double (propre, impropre).
Comte : Structure intrinsèque couplée à vision simple.
Présente formulation : Structure intrinsèque couplée à vision multiple.

Schématiquement on a la structure intrinsèque multiple suivante qui inclut en son sein les courbes de Newton d'Einstein et de Comte.



Jusqu'ici nous avons (i) montré l'existence d'une caractéristique universelle intrinsèque isomorphe à la théorie de la relativité restreinte pour ce qui est de la dynamique en translation dans l'espace et le temps, mais qui se passe des deux postulats de base de cette dernière théorie. (ii) cette approche constitue un cadre général pour traiter des phénomènes dynamiques et statiques en translation ainsi qu'en rotation, et dans un contexte plus large et moins contraignant que celui de la physique métrique. En un mot, c'est un ordre global qui remplace la métrique spatio-temporelle locale qui est privilégié.

Dans ce qui suit nous allons être concernés par la manière dont les interactions physiques électromagnétiques et gravitationnelles peuvent prendre place dans ce cadre et en utilisant le même type de procédure. A savoir, on concentre notre attention sur certaines analogies et nous utilisons une démarche similaire à celle qui fait passer de l'ensemble des possibles à l'ensemble du réel.

8 - INTERACTIONS ELECTROMAGNETIQUES

8. a) Procédure inverse à l'approche historique

Le but poursuivi ici est d'abord de montrer qu'il existe d'autres façons de relier la relativité à la structure électromagnétique ainsi qu'à l'équation de Schrödinger pour le photon, ensuite de mettre en évidence le fait que le nombre 3 comme dimension de l'espace ou 4 pour l'espace-temps ne sont pas simplement des données de notre perception du volume comme on les introduit usuellement. En effet, il existe une manière de les introduire de manière intrinsèque et de les justifier par des arguments de structure qui les rend nécessaires si l'on veut garder les formes usuelles des équations de base de l'électromagnétisme. Ceci est tout à fait en accord avec une démarche leibnizienne qui cherche à aller au delà de la perception première en se donnant une raison suffisante au choix d'un nombre par rapport à un autre. Cette manière de procéder à l'inverse de l'approche historique nous permet de percevoir certains faits que l'on ne voit pas autrement. Nous sommes un peu dans la situation de quelqu'un qui, pour profiter des paysages entre deux villes, fait l'aller et le retour. En effet, ce qu'il voit de face à l'aller, il le verra de dos au retour et vice versa. Ainsi, on a une meilleure appréciation des choses lorsqu'on les voit suivant divers angles. Pour ce qui est de la physique, on peut dire que ce qui n'était qu'une donnée arbitraire à l'aller peut devenir une nécessité en effectuant le chemin inverse. Plus précisement, se donner un nombre et l'utiliser pour effectuer certaines opérations est beaucoup moins remarquable qu' effectuer les mêmes opérations avec un nombre quelconque et montrer que ces opérations ne sont possibles qu'avec un nombre unique bien déterminé. Dans le premier cas on construit un monde selon certaines règles mais on ne dit rien sur ce qui se passerait avec d'autres règles. Dans le second cas la construction n'est possible que selon des règles bien définies.

8. b) Généralisation à un monde multidimensionnel

Si l'on veut rester proche de la démarche leibnizienne qui consiste à éviter les hypothèses arbitraires et à chercher à comprendre les choses d'un point de vue intrinsèque, il est alors plus adéquat de chercher un argument structural au nombre des dimensions de l'espace des impulsions. Autrement, nous sommes en contradiction avec le principe de raison suffisante.
Ainsi, nous effectuons la généralisation naturelle suivante :

$$E^2 - P_i^2 = m^2 \tag{8.1}$$

avec

$$i = 1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots\ldots, n \tag{8.2}$$

au lieu de $E^2 - P^2 = m^2$, et où l'on a pris un système d'unité où c est égale à l'unité. n est la dimension de l'espace des impulsions à déterminer.

Si l'on utilise une métrique lorentzienne de dimension n + 1 alors l'équation (8.1) peut être transformée comme suit :

$$\nabla^2 A + m^2 A = o \tag{8.3}$$

avec les notations usuelles suivantes

$$\nabla.\nabla = \nabla^2 \equiv \eta : \nabla \otimes \nabla, \quad \eta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & - & - & - \\ 0 & -1 & 0 & 0 & - & - & - \\ 0 & 0 & -1 & 0 & - & - & - \\ 0 & 0 & 0 & -1 & - & - & - \\ " & " & " & " & - & - & - \\ " & " & " & " & - & - & - \\ " & " & " & " & - & - & - \end{pmatrix} n+1 \tag{8.4}$$

où les signes suivants : et $\otimes$ indiquent respectivement le produit contracté ou interne et le produit tensoriel.

Dans le passage de l'équation de base de la relativité équation (8.1) à l'équation (8.3) nous avons implicitement interprété l'équation (8.1) comme étant une relation de dispersion. Afin de voir cela de façon précise il suffit de poser

$$\boldsymbol{A} = \hat{\boldsymbol{A}}\, e^{i\,[\,Et - \boldsymbol{P}\boldsymbol{x}\,]} \equiv \hat{A}\, e^{i\,\boldsymbol{Q}.\boldsymbol{X}} \tag{8.5}$$

$$avec\ \boldsymbol{Q} = \begin{cases} E \\ \boldsymbol{P} \end{cases} \qquad X = \begin{cases} t \\ \boldsymbol{x} \end{cases}$$

Ainsi la substitution de (8.5) dans (8.3) conduit à la relation de dispersion (8.1). On notera que là aussi on adopte le système d'unité naturel où $\hbar \equiv 1$.
Il existe deux raisons pour de telles transformations. Tout d'abord, la théorie de la relativité accepte le concept de particule sans masse qui se déplace à la vitesse de la lumière mais ne dit rien à part que E = P = o/o. Ceci justifie l'introduction d'un champ nouveau noté **A**.

Ensuite, comme nous cherchons une structure maxwellienne en partant de la relativité, il est alors naturel de se donner une solution d'onde. Ceci justifie la forme donnée à ce nouveau champ de vecteur.

8 c) De la relativité à l'électromagnétisme

Ce qui va nous guider à retrouver la forme maxwellienne, c'est une procédure très utilisée en mécanique et particulièrement dans l'étude des phénomènes non linéaires. Pour cela on notera l'analogie formelle entre l'équation (8.3) et l'équation unidimensionnelle de l'oscillateur harmonique.

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + w^2\, x = 0 \tag{8.6}$$

où l'on a les correspondances suivantes :

$$\begin{aligned} t &\rightarrow \nabla \\ x &\rightarrow \mathbf{A} \\ \omega &\rightarrow m \end{aligned} \tag{8.7}$$

En effet, les deux équations sont des équations différentielles du 2ème ordre et le passage d'une équation du 2ème ordre à deux équations du 1er ordre est une procédure mathématique bien connue. L'idée derrière cette procédure est l'abaissement de l'ordre de différentiation par l'extension du nombre d'équations. Ainsi on introduit un nouveau paramètre.

$$y = \frac{dx}{dt} \tag{8.8}$$

de sorte que l'équation (8.6) devient une équation différentielle du 1er ordre comme suit :

$$\frac{dy}{dt} = -w^2 x \tag{8.9}$$

C'est le même schéma qui va s'appliquer à l'équation (8.3) sauf que l'on a affaire à une équation multidimensionnelle ici.
Ainsi par analogie à y on introduit un scalaire Y comme suit :

$$Y = \nabla . A \tag{8.10}$$

Ensuite une simple combinaison linéaire conduit à un système différentiel du 1er ordre

$$\nabla . \boldsymbol{F}_{(\lambda)} = \boldsymbol{J}_{(\lambda)} \tag{8.11}$$

avec

$$\boldsymbol{J}_{(\lambda)} = \lambda \nabla Y - m^2 \boldsymbol{A} \tag{8.12}$$

et

$$\boldsymbol{F}(\lambda) = \nabla \otimes \boldsymbol{A} + \lambda (\nabla \otimes \boldsymbol{A})^T \tag{8.13}$$

Celui-ci fait apparaître non seulement la variation de Y au 1er ordre mais aussi la variation d'un nouvel être mathématique $\mathbf{F}_{(\lambda)}$ qui est de nature tensorielle. Ce fait est dû à la multidimensionnalité où en effet le gradient et la divergence se confondent dans un cadre unidimensionnel. Ainsi contrairement à l'équation (8.8) où l'annulation de y conduit à la dégénérescence de la structure, l'annulation de Y dans (8.10) met une contrainte supplémentaire sur **A** mais garde une structure non dégénérée. En effet, tout tenseur du 2ème ordre est décomposable en une partie sphérique et une partie déviatrice. En annulant, $\nabla.\mathbf{A}$ on annule simplement la partie sphérique puisque $\nabla.\mathbf{A} = \mathrm{tr}\ (\nabla \otimes \mathbf{A})$. On dit alors que **A** est conservatif. En procédant ainsi, nous ajoutons une contrainte supplémentaire sur **A.** Ainsi le vecteur A qui était arbitraire au départ est maintenant contraint par deux considérations : la première est sa forme ondulatoire qui conduit à la correspondance suivante :

$$\nabla \otimes A \to iP \otimes A \tag{8.14}$$

et la deuxième est le caractère conservatif de ce vecteur qui conduit à une relation d'orthogonalité. Lorsque l'on couple les deux exigences ou restrictions, on obtient

$$\nabla . A = 0 \Leftrightarrow P.A = 0 \tag{8.15}$$

La question est alors la suivante : quelle est la conséquence de cette hypothèse de conservation ou d'orthogonalité sur la structure des équations données dans (8.11) - (8.13) ?

La combinaison de l'équation (8.15) avec (8.12) et (8.11) conduit à poser

$$\nabla . J_{(\lambda)} = 0,\ F_{(\lambda)} = -F^{T}_{(\lambda)} \tag{8.16}$$

La restriction associée à l'équation (8.16) conduit à une détermination unique du coefficient de la combinaison λ et qui doit satisfaire :

$$\lambda = -1 \tag{8.17}$$

Ainsi la structure résultante est la suivante :

$$\nabla . F = J \equiv -m^2 A \tag{8.18}$$

avec

$$F = \nabla \otimes A - (\nabla \otimes A)^T = -F^T \tag{8.19}$$

On reconnaît dans les équations (8.18) et (8.19) la structure générale des équations de l'électromagnétisme. Cependant, il est à rappeler que nous sommes toujours dans un espace à n dimensions.

Si l'on cherche à réécrire ces équations en séparant les variations spatiales de la variation temporelle afin d'avoir la forme maxwellienne classique, on peut montrer que cela n'est possible que si la dimension de l'espace satisfait

$$n = 3 \tag{8.20}$$

Ceci est dû au fait que le nombre de composantes indépendantes d'un tenseur antisymétrique n(n -1)/2 d'ordre n et d'un vecteur d'ordre n, ne sont égales que pour n = 3. [n(n-1)/2 = n].
Une telle décomposition conduit à :

$$\nabla X B - \frac{\partial E}{\partial t} = -m^2 A \tag{8.21}$$

$$\nabla . E = -m^2 A_o \tag{8.22}$$

$$E = -\nabla A_o - \frac{\partial A}{\partial t} \tag{8.23}$$

$$B = \nabla X A \tag{8.24}$$

Les équations (8.23) - (8.24) conduisent à

$$\nabla X E + \frac{\partial B}{\partial t} = 0 \tag{8.25}$$

$$\nabla . B = 0 \tag{8.26}$$

Remarques :
i) Bien entendu en distinguant le nombre 3 parmi une infinité d'autres possibilités, on met en évidence le caractère singulier de ce nombre dans le passage d'une écriture tensorielle en une écriture vectorielle. Bien sûr, cela n'indique en aucune manière que l'espace doit avoir trois dimensions. Cependant, cela donne au nombre trois une raison d'être et un caractère privilégié et intrinsèque que les autres nombres n'ont pas vis-à-vis de cette structure [comme disent les Pythagoriciens, le nombre trois est le plus parfait].

ii) Bien que les équations (8.21) - (8.26) présentent une structure similaire à la structure maxwellienne, il existe néanmoins une différence fondamentale. En effet, les équations (8.21) - (8.22) dépendent des potentiels ainsi que du concept de masse. Ainsi ces équations ne sont pas invariantes par transformation de Jauge, excepté lorsque la masse est nulle. Dans ce dernier cas (m = o), on peut écrire :

$$\boldsymbol{E} = -\nabla A_o - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} = \nabla X \boldsymbol{K} \tag{8.27}$$

et

$$\boldsymbol{B} = \nabla K_o + \frac{\partial \boldsymbol{K}}{\partial t} = \nabla X A \tag{8.28}$$

où l'on note qu'il n'y a plus de distinction nette entre les champs **E** et **B**. L'absence de distinction, suggère de définir un vecteur qui est combinaison linéaire de **E** et **B** comme suit :

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{E} + \mu \boldsymbol{B} \tag{8.29}$$

où μ est le coefficient de linéarité qui sera déterminé ultérieurement. On notera l'analogie avec l'introduction de λ au début de cette section.

8. d) Des équations de Maxwell à l'équation de Schrödinger pour le photon

En prenant le rotationnel et la divergence de ce nouveau champ, et compte tenu des équations de Maxwell dans le cas sans masse, on obtient :

$$\nabla X \boldsymbol{R} - \mu \frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial t} + (\mu^2 + 1) \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = 0 \tag{8.30}$$

et

$$\nabla . \boldsymbol{R} = 0 \tag{8.31}$$

ou encore

$$\boldsymbol{P} X \boldsymbol{R} + \mu\, w\, \boldsymbol{R} - (\mu^2 + 1)\, w\, \boldsymbol{B} = 0 \tag{8.32}$$

et

$$P.R = 0 \tag{8.33}$$

où l'on a tenu compte des correspondances suivantes déjà mentionnées

$$\nabla \rightarrow -iP \qquad \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow iE \tag{8.34}$$

comme µ est un paramètre arbitraire à déterminer il existe plusieurs raisons pour le choix de µ tel que :

$$\mu^2 + 1 = 0 \tag{8.35}$$

En effet, un tel choix (i) réduit l'expression (8.32) de trois à deux contributions (ii) il rend les équations fonction d'un champ unique **R** et (iii) l'équation (8.33) devient redondante et donc inutile puisqu'elle est déterminée par l'expression qui la précède.

Compte tenu de l'équation (8.35) on obtient finalement :

$$\nabla X \boldsymbol{R} \pm i \frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial t} = 0 \tag{8.36}$$

ou

$$\boldsymbol{P} X \boldsymbol{R} \mp i\, w \boldsymbol{R} = 0 \tag{8.37}$$

avec

$$\boldsymbol{R} = E \mp i\boldsymbol{B} \tag{8.38}$$

Un aspect caractéristique des équations (8.36) - (8.38) est la présence d'un paramètre imaginaire dont l'existence est ici justifié par un critère de simplicité. Contrairement à la physique classique ou seuls des paramètres réels apparaissent dans les équations, ici on est en présence d'un nombre imaginaire dans la structure même de l'équation. Il est utile de préciser que lorsqu'on cherche des solutions d'ondes en utilisant $e^{i\alpha}$ au lieu cos α, où lorsque dans la théorie de la relativité on utilise le nombre imaginaire pur i au lieu de la notation covariante, ce sont là de simples astuces dont on peut se passer, ce qui n'est pas le cas ici.

Dans ce qui suit, nous allons montrer que l'équation (8.37) n'est autre que l'équation de Schrödinger pour le photon. Pour cela on effectue la transformation suivante :

$$(\nabla X \boldsymbol{R})j \equiv \epsilon_{jk\ell} \frac{\partial R_k}{\partial x_\ell}, \boldsymbol{R} \equiv \boldsymbol{\Psi} \tag{8.39}$$

avec

$$\varepsilon_{jke} \equiv -i\,(S_k)_{je} \tag{8.40}$$

qui conduit à la forme suivante qui n'est autre que l'équation de Schrödinger pour le photon au signe près.

$$H\Psi = \pm\, i \frac{\partial \Psi}{\partial t} \tag{8.41}$$

ou

$$H_{ij}\, \Psi_j = \pm\, i \frac{\partial \Psi_i}{\partial t} \tag{8.42}$$

où l'on a posé

$$H = s.p \ ou \ H_{ij} = (S_k)_{ij} P_k \tag{8.43}$$

avec les expressions explicites des matrices de spin S_k

$$S_1 = \begin{pmatrix} o & o & o \\ o & o & -i \\ o & i & o \end{pmatrix} \quad S_2 = \begin{pmatrix} o & o & i \\ o & o & o \\ -i & o & o \end{pmatrix} \quad S_3 = \begin{pmatrix} o & -i & o \\ i & o & o \\ o & o & o \end{pmatrix} \tag{8.44}$$

8. e) Remarque sur les structures spatio-temporelles et lien à la méthodologie leibnizienne

Dans un travail récent [35], on a évoqué le fait que la structure même des théories quantiques suggère une révision de nos notions classiques sur l'espace et le temps. On a précisement utilisé le fait de l'existence des signes plus ou moins qui accompagnent la valeur imaginaire dans l'équation de Schrödinger (8.42) - (8.43), pour illustrer le fait que ces signes doivent être pris au sérieux. Ils pourraient correspondre à deux copies de l'espace-temps. En effet, en théorie quantique on prend l'un ou l'autre signe et non les deux à la fois. Le but ici n'est pas de développer ces arguments. Nous les mentionnons cependant pour deux raisons. D'une part, elles posent des questions sur la structure même de l'espace et du temps et d'autre part dans la présente déduction on obtient précisément les deux signes simultanément, alors qu'usuellement ceci n'est pas le cas.

Ceci montre clairement l'intérêt d'une démarche de type leibnizien où l'on prend en compte toutes les possibilités avant d'éliminer celles qui sont incompatibles avec certains critères.

En conclusion, on peut dire que cette section avait essentiellement pour but de mettre en évidence certains liens entre la relativité, l'électromagnétisme et l'équation de Schrödinger, en introduisant un minimum de postulats nouveaux (champs conservatifs). Quant au reste il concerne des manipulations formelles où l'analogie et la simplicité jouent un rôle majeur dans la structure. En effet, dans le passage de la relativité à l'électromagnétisme, on a fondé notre traitement sur une analogie avec des méthodes non linéaires utilisées classiquement pour généraliser l'équation de l'oscillateur harmonique. Ceci nous a conduit à des liens et associations entre champs conservatif, antisymétrie et invariance de Jauge qui sont des propriétés essentielles à l'électromagnétisme. Quant au passage de la structure électromagnétique sans masse à l'équation de Schrödinger, c'est essentiellement un argument de simplicité et de découplage qui a été utilisé. Dans les deux passages une procédure leibnizienne a été mise en œuvre par l'intermédiaire de combinaisons linéaires. En effet, ces combinaisons caractérisées par l'existence d'un paramètre arbitraire pouvant a priori prendre n'importe quelle valeur est une démarche typiquement leibnizienne intimement liée à l'idée de la déduction du réel à partir d'une infinité de possibilités. C'est en quelque sorte le cœur de toute la présente démarche.

Plus précisément, on a cherché des raisons suffisantes ou des arguments intrinsèques qui montrent que pour λ, n et μ les valeurs -1, 3 et $\pm$i sont singulières par rapport à une infinité d'autres possibilités.

9 - INTERACTIONS GRAVITATIONNELLES

9. a) Platon et cercle

L'une des préoccupations les plus persistantes de l'homme a été sa tentative de se façonner une image ou un modèle conceptuel adéquat de l'univers. On va laisser de côté l'histoire très intéressante des théories de l'univers et concentrer notre attention sur la relation entre le cercle ou la sphère et la compréhension des univers dits fermés. En effet, le cercle et la sphère ont joué un rôle majeur dans le domaine de l'astronomie. Comme le note Holton [36], rien n'est plus erroné que de sous-estimer le point de vue des anciens Grecs.

Non seulement leur modèle fonctionne par rapport à leurs intérêts courants, mais aussi dans certaines écoles de pensée, ce fut intellectuellement une majestueuse construction profondément significative. Cette période présente surtout l'enfance de la science, qui n'a pas à être jugée par un point de vue fondé sur la connaissance contemporaine. On raconte que Platon a posé un problème à ses étudiants en ces termes : les étoiles-éternelles, divines, êtres inchangés, se déplacent autour de la terre, comme on peut le voir, suivant cette courbe éminement parfaite : le cercle. Mais quelques étoiles semblent errer plutôt de façon troublante à travers le ciel, traçant des figures irrégulières dans leur mouvement annuel. Ce sont ce que l'on appelle les planètes (du grec qui veut dire vagabond). Bien sûr, elles aussi doivent se déplacer de manière uniforme, selon des cercles ordonnés, ou plutôt dans leur cas de combinaisons de cercles. Comment donc rendre compte des observations des mouvements planétaires et sauver les apparences ? En d'autres termes, la question de Platon est la suivante : déterminer les mouvements uniformes et ordonnés que l'on doit supposer pour chaque planète afin de rendre compte de l'irrégularité apparente. Nous mettons l'accent sur cette procédure qui consiste à comprendre la forme irrégulière par une combinaison de formes régulières.

La formulation de ce problème historique résume bien les idées que Leibniz a dû emprunter aux anciens et développer grâce au calcul infinitésimal, à la combinatoire, ainsi que dans sa philosophie du passage du monde des possibles au monde des réels, de l'irrégulier au régulier ou du chaos à l'ordre multiple.

9. b) Du cercle à la gravitation et aux univers clos d'Einstein

L'idée que nous voulons développer dans cette section est que l'image du cercle ou plus généralement de la sphère est toujours présente en cosmologie, sous une autre forme, certes, mais elle reste une base possible à partir de laquelle on cherche à comprendre l'univers. Plus précisément, par simple utilisation de l'analyse dimensionnelle ainsi que des angles d'Euler bien connus en mécanique classique nous allons être en mesure de décrire ce que l'on appelle usuellement dans le langage de la gravitation einsteinienne les univers fermés. L'intérêt ici est non seulement d'effectuer un lien avec la théorie de la gravitation généralisée mais surtout de donner un autre point de vue et une autre interprétation que celle donnée par le tenseur métrique. En effet, une généralisation naturelle de l'équation du cercle est la suivante :

$$M^2 + a_{ij}\, S_i\, S_j = 1 \tag{9.1}$$

où pour

$$a_{ij} = \delta_{i1}\,\delta_{j1} = a_{ji}, \qquad S_1 \equiv S \tag{9.2}$$

on retrouve l'équation du cercle.

Grâce à l'utilisation des angles d'Euler et compte tenu de (6.32) et (6.36) on est conduit à :

$$\dot{\tau}^2 + \frac{I_{ij}\Omega_i \Omega_j}{mc^2} \equiv \dot{\tau}^2 + \frac{I_{(i)}\, \Omega_i^2}{mc^2} = 1 \tag{9.3}$$

où les équations d'Euler sont déduites d'un ouvrage classique [37] comme suit :

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= \sin\theta \sin\Psi \dot{\Phi} + \dot{\theta} \cos\Psi \\ \Omega_2 &= \sin\theta \cos\Psi \dot{\Phi} - \dot{\theta} \sin\Psi \\ \Omega_3 &= \cos\theta\, \dot{\Phi} + \dot{\psi} \end{aligned} \tag{9.4}$$

et

$$a_{ij} = \frac{I_{ij}}{m}, \qquad S_i = \frac{\Omega_i}{c}, \qquad a_{(i)} \equiv \frac{I_{(i)}}{m} \tag{9.5}$$

On rappelle que la différence de notation entre I_{ij} et $I_{(i)}$ est une conséquence directe de la symétrie de $I_{ij} = I_{ji}$ qui permet une paramétrisation plus économique et plus simple.

Une forme équivalente à l'équation (9.3) peut être écrite comme suit :

$$dS^2 \equiv c^2\, d\tau^2 = c^2\, dt^2 - dX_i^2 \tag{9.6}$$

avec

$$dX_i = R_{(i)}\, \Omega_i\, dt \qquad R_{(i)}^2 \equiv \frac{I_{(i)}}{m} \tag{9.7}$$

$$\begin{aligned} dX_1 &= R_{(1)} \left[\sin\theta \sin\Psi\, d\phi + \cos\Psi\, d\theta \right] \\ dX_2 &= R_{(2)} \left[\sin\theta \cos\Psi\, d\phi - \sin\Psi\, d\theta \right] \\ dX_3 &= R_{(3)} \left[\cos\theta\, d\phi + d\Psi \right] \end{aligned} \tag{9.8}$$

Dans le cas particulier où :

$$R_{(1)} = R_{(2)} = R_{(3)} \tag{9.9}$$

on est conduit à :

$$dS^2 = c^2\, dt^2 - R_{(1)}^2 \left[d\theta^2 + d\Phi^2 + d\Psi^2 + 2\cos\theta\, d\Phi d\Psi \right] \tag{9.10}$$

En effectuant l'identification suivante :

$$dS^2 = c^2\, dt^2 - \left[\, dX_1^2 + dX_2^2 + dX_3^2 + dX_4^2 \,\right] \tag{9.11}$$

avec

$$X_1 = cos\frac{\theta}{2}\; cos\frac{\Psi+\phi}{2} = R\, sin\, X\, sin\,\theta\, cos\,\phi \tag{9.12}$$

$$X_2 = cos\frac{\theta}{2}\; sin\; \frac{\Psi+\phi}{2} = R\, sin\, X\, sin\,\theta\, sin\,\phi$$

$$X_3 = sin\frac{\theta}{2} sin\frac{\Psi-\Phi}{2} = R\, sin\, X\, cos\,\theta$$

$$X_4 = cos\frac{\theta}{2}\; cos\frac{\Psi-\phi}{2} = R\, cos\, X$$

et

$$R = 2R_{(1)} \tag{9.13}$$

on obtient

$$dS^2 = c^2\, dt^2 - R^2 \left[\, dX^2 + sin^2\, X \left(d\theta^2 + sin^2\theta\, d\,\phi^2 \right) \right] \tag{9.14}$$

L'équation (9.14) n'est autre que la métrique spatio-temporelle associée à un univers fermé. Cette forme correspond à ce que l'on appelle le cosmos d'Einstein [38, 39, 40].

On notera qu'une telle dérivation conduit à une interprétation différente des univers fermés. En effet, ici les composantes spatiales g_{ih} (i,h = 1, 2, 3) du tenseur métrique quadridimensionnel $g_{\mu\nu}$(μ , ν = 1, 2, 3, 4) sont les composantes du tenseur de moments d'inertie du repos de l'univers divisés par sa masse totale soit :

$$g_{ik} = \frac{I_{ik}}{m} \tag{9.15}$$

Comme il est noté par Carmeli [41], un tel résultat pourrait être utile à l'interprétation des physiques associées aux univers clos.

Dans les parties concernant les rotations dynamiques et la gravitation, l'auteur s'est inspiré d'un travail dû à M. Carmeli [15, 16, 29]. En effet, cet auteur a émis récemment l'idée que les équations de la relativité restreinte pourraient être utiles dans la description des rotations rapides et pourraient conduire à une généralisation naturelle associée à des problèmes relatifs à la gravitation. Bien qu'il y ait des similitudes dans certaines équations il y a aussi une grande différence entre les deux démarches. En effet, la démarche de Carmeli est essentiellement fondée sur une analogie quasi-parfaite entre les équations associées aux rotations et celles correspondant aux translations. Cependant cette démarche se situe dans le cadre d'une vision extrinsèque et conventionnelle. En particulier, elle n'a ni accès à la multiplicité des points de vue ni à l'utilisation du cercle dans l'obtention de certaines équations. Sa justification expérimentale est démontrée sur divers exemples et sa raison d'être théorique est reliée à la critique que Mach a adressé à Einstein concernant sa théorie de la relativité restreinte. Pourquoi privilégier le système inertiel aux autres systèmes de références ? Selon Carmeli [16], il semblerait qu'Einstein était conscient de ce fait et acceptait la critique de Mach concernant la possibilité d'utiliser les systèmes non inertiels même en l'absence de la gravitation. Quoiqu'il en soit, il est clair que les physiciens ont retenu et appuyé sur l'utilisation de la classe des systèmes inertiels qui est restée à la base de la théorie de la relativité restreinte. A part, Carmeli et la présente approche personne ne semble avoir abordé ce fait. Par contre la critique associée au postulat d'invariance de la vitesse de la lumière a été critiqué par divers auteurs et selon des points de vue différents.

Comme toujours, en physique, c'est grâce au lien que Carmeli effectue avec des expériences réalisées en physique des hautes énergies que cette approche a acquis sa validité en tant que théorie physique.

Si l'on examine les papiers de Carmeli en mathématicien et on les compare aux relations bien connues de la relativité restreinte on voit qu'il n'y a rien de nouveau. C'est en regardant ces papiers, en physicien, que l'on se rend compte de l'utilité de ceux-ci puisqu'ils donnent des réponses satisfaisantes à des questions que les physiciens se posent.

Ce fait est aussi, très intéressant, du point de vue de la philosophie puisqu'il réhabilite certains points de vue et critiques que Mach avait adressé à la théorie de la relativité restreinte et que la communauté des physiciens avait négligé. En particulier, le principe d'économie de Mach qui a été aussi l'une des bases de la philosophie et méthodologie Leibnizienne (ici Principe d'unité dans la multiplicité) semble s'appliquer parfaitement dans ce contexte puisque du point de vue de la structure mathématique tout est déjà bien connu. Il suffit de transporter les images mentales associées aux translations pour les remplacer par des images mentales relatives aux rotations. Ce qui est étonnant, c'est que ce fait est utilisé dans un cadre newtonien avec succès, pourquoi donc cette attente de presqu'un siècle pour l'appliquer au cadre einsteinien ? Là, se pose biensûr le problème du lien étroit entre théorie et expérience. Ceci met aussi en évidence la lourdeur et l'inertie des cadres et structures en place qui n'admettent que ce qui est établi expérimentalement comme critère de vérité physique.

L'auteur trouve cet exemple tout à fait instructif. C'est d'ailleurs en découvrant les écrits de Carmeli et de Comte qu'il a pris conscience du fait que l'intérêt à certains principes philosophiques propagés par Leibniz, Mach et d'autres ne servent pas uniquement à mieux comprendre les théories existantes mais aussi à les étendre à d'autres applications et dans d'autres cadres.

10 - LAGRANGIENS ET PROBLÈMES ASSOCIÉS À DES ROTATIONS RAPIDES

10. a) Cadre unidimensionnel

Dans cette section on cherchera à construire des lagrangiens à partir d'équations obtenues dans la dérivation de la caractéristique universelle. On se placera d'abord dans un cadre unidimensionnel avant de passer à un cadre multidimensionnel. Finalement, on donnera les formules de transformations qui permettront de faire le lien entre le système de référence propre associé à la particule et celui du laboratoire. Dans tous les cas on montrera qu'à des faibles énergies on retrouve les formules classiques.

Considérons une particule se déplaçant sur un cercle vertical de rayon ℓ, sous l'influence de la gravité (pendule circulaire). Si l'on prend en compte la démarche présente, elle suggère un lagrangien de la forme suivante : [voir équation (6.15) et (7.13)]

$$L = -I w_c^2 \sqrt{1 - \frac{w^2}{w_c^2}} + F\ell \cos\theta \tag{10.1}$$

avec

$$w = \theta \equiv \frac{d\theta}{dt} \tag{10.1a}$$

En appliquant les formules classiques on obtient le moment cinétique et l'énergie totale.

$$J = \frac{\partial L}{\partial w} = \frac{Iw}{\sqrt{1 - \frac{w^2}{w_c^2}}} \tag{10.2}$$

et

$$E = Jw - L = \frac{I\omega_c^2}{\sqrt{1 - \frac{w^2}{w_c^2}}} - F\ell \cos\theta \tag{10.3}$$

et

$$0 \equiv \frac{d}{dt}\left[\frac{\partial L}{\partial w}\right] - \frac{\partial L}{\partial \theta} = \frac{d}{dt}\left[\frac{Iw}{\sqrt{1-\frac{w^2}{w_c^2}}}\right] + F\ell \sin\theta \qquad (10.4)$$

Dans le cas particulier où

$$\frac{w}{w_c} \to 0 \qquad (10.5)$$

et en posant

$$F = mg \qquad (10.6)$$

l'énergie et les équations du mouvement se réduisent à :

$$E = \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + mg\ell\ [\ 1-\cos\theta\ ] \qquad (10.7)$$

et

$$0 = I\ddot{\theta} + mg\ell \sin\theta \qquad (10.8)$$

de sorte que l'on retrouve les équations classiques dont la linéarisation ($\theta \to 0$) conduit à :

$$\ddot{\theta} + w^2\,\theta = 0 \qquad (10.9)$$

avec

$$w = \sqrt{\frac{g}{\ell}}\ ou\ T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \qquad (10.10)$$

si l'on pose la définition classique du moment d'inertie

$$\mathrm{I} = \mathrm{m}\ell^2 \qquad (10.11)$$

10. b) Cadre multidimensionnel (Angles d'Euler)

La généralisation du lagrangien associé au mouvement de rotation peut être effectuée comme suit :

$$L = -E^r_o \sqrt{1 - \frac{I_{ij}\, w_i \;\, w_j}{E^r_o}} = -E^r_o \sqrt{1 - \frac{I : w \otimes w}{E^r_o}} \tag{10.12}$$

Compte tenu de

$$\boldsymbol{J} = \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{w}}, \qquad E^r = \boldsymbol{J}.w - L \tag{10.13}$$

on obtient

$$\boldsymbol{J} = \frac{\boldsymbol{I}.\boldsymbol{w}}{\sqrt{1 - \dfrac{I : \boldsymbol{w} \otimes \boldsymbol{w}}{E^r_o}}} \tag{10.14}$$

et

$$E = \frac{E^r_o}{\sqrt{1 - \dfrac{I : \boldsymbol{w} \otimes \boldsymbol{w}}{E^r_o}}} \tag{10.15}$$

où l'on a posé

$$E^r_o \equiv \boldsymbol{I} : \overline{\boldsymbol{w}} \otimes \overline{\boldsymbol{w}} \equiv \boldsymbol{I}^{-1} : \overline{\boldsymbol{J}} \otimes \overline{\boldsymbol{J}} \tag{10.16}$$

L'utilisation des angles d'Euler permet de réécrire les équations (10.14) et (10.15) comme suit :

$$J = \frac{\boldsymbol{I}.\boldsymbol{\Omega}}{\sqrt{1 - \dfrac{I.\Omega^2}{E^r_o}}} \; ou \; J_i = \frac{I_{(i)}\; \Omega_i}{\sqrt{1 - \dfrac{I_{(i)}\; \Omega_i^2}{E^r_o}}} \tag{10.17}$$

et

$$E = \frac{E^r_o}{\sqrt{1 - \dfrac{I.\Omega^2}{E^r_o}}} \; ou \; E = \frac{E^r_o}{\sqrt{1 - \dfrac{J_{(i)}\; \Omega_i^2}{E^r_o}}} \tag{10.18}$$

avec

$$\Omega_i = R_{ij}\left(\theta_h\right)\frac{d\theta j}{dt} = R_{ij}\left(\theta_h\right)\dot{\theta}_j \qquad (10.19)$$

$$R_{ij} = \begin{pmatrix} cos\theta_3 & sin\theta_1\ sin\theta_3 & 0 \\ -sin\theta_3 & sin\theta_1\ cos\theta_3 & 0 \\ 0 & cos\theta_1 & 1 \end{pmatrix} \qquad (10.20)$$

Bien entendu, pour les petites énergies on déduit :

$$J_i = I_{(i)}\,\Omega_i \qquad (10.21)$$

et

$$T_{rot} \equiv E - E_o^r = \frac{1}{2} I_{(i)}\,\Omega_i^2 \qquad (10.22)$$

De plus si l'on prend :

$$\theta_3 = 0\,,\quad \theta_1 = \frac{\pi}{2} \qquad (10.23)$$

La matrice (10.20) se réduit à la matrice unité.

Finalement, on rappelle la formule de passage de l'énergie exprimée dans un référentiel intrinsèque en rotation avec une vitesse angulaire Ωi, à celle exprimée dans le référentiel du laboratoire, qui est la suivante [44] :

$$E' = E - J_i\ \Omega_i \qquad (10.24)$$

La généralisation de l'équation (10.24) qui assure la co-variance lorentzienne s'écrit comme suit :

$$E' = \frac{E - J_i\ \Omega_i}{\sqrt{1 - \dfrac{J_i\ \Omega_i}{E_o^r}}} \qquad (10.25)$$

11 - EXTENSION DE LA PRESENTE APPROCHE ENERGETIQUE A DES PHENOMENES ELECTRO - MAGNETIQUES

11. a) Du linéaire au non linéaire

A première vue, si l'on se réfère à la mécanique classique, il apparaît quelque peu surprenant de traiter les énergies cinétique et potentielle sur le même pied d'égalité. En effet, c'est la même fonction qui est utilisée pour décrire un problème de collision (caractère cinétique) et un problème d'équilibre (caractère potentiel).

Il y a eu dans l'histoire des tentatives d'unification de ces deux concepts. C'est Heinrich Hertz [42] qui a présenté une démarche originale cherchant à expliquer l'énergie potentielle en termes de mouvements internes, mais cette démarche n'a pas trouvé suffisamment d'échos et n'a donc pas survécu.

Si l'on passe du domaine de la mécanique aux domaines de l'électricité et du magnétisme, la distinction formelle entre l'énergie potentielle et celle attachée au mouvement devient moins claire qu'en mécanique classique. On rappelle que l'énergie cinétique newtonienne est toujours de la forme $1/2mv^2$ alors que l'énergie potentielle est en général une fonction quelconque de la position de la particule plongée dans l'espace absolu newtonien*.

Afin de donner plus de précision, cherchons à introduire les concepts dont on a besoin à partir de l'analyse dimensionnelle, et à la lumière de la présente approche. Pour cela on posera par analogie à :

$$E_o = m\,V_c^2\,,\; V = V_c^2\,\frac{P}{E_o} = \frac{dE}{dp} \tag{11.1}$$

les structures suivantes, où le concept d'énergie qui est le lien commun est noté par le même terme comme suit :

$$E_o = L\,i_c^2\,,\; i = i_c^2\,\frac{\Phi}{E_o} = \frac{dE}{d\Phi} \tag{11.2}$$

et

$$E_o = C\,U_c^2\,,\; U = U_c^2\,\frac{q}{E_o} = \frac{dE}{dq} \tag{11.3}$$

avec les conditions du point fixe suivantes :

$$(V, E) = (0, 0), \quad (i, E) = (0, 0) \quad et\,(U, E) = (0, 0) \tag{11.4}$$

---

*Pour des expériences locales telle la chute d'un objet d'une distance courte, ou l'allongement faible d'un ressort on effectue des développements limités et l'on obtient $v = \sqrt{2gh}$ et $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$

Une simple procédure d'intégration des équations (11.2) et (11.3) prenant en compte (11.4) conduit à :

$$E = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{\Phi^2}{2L}\ ,\ \Phi = Li \tag{11.5}$$

$$E = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{q^2}{2C}\ ,\ q = CU \tag{11.6}$$

Dans l'équation (11.5) si l'on interprète L, Φ et i comme étant respectivement l'inductance, le flux et le courant électrique, E est alors l'énergie due aux mouvements des charges électriques.

Quant à l'équation (11.6) si l'on interprète C, q et U comme étant la capacitance la charge et la tension, E est alors l'énergie potentielle électrique.

Bien entendu, ici les images mentales associées aux concepts : cinétique et potentiel sont similaires à celles de la mécanique newtonienne linéaire. La linéarité est mise en évidence par les faits que L et C sont des coefficients liant linéairement Φ à i dans l'équation (11.5) et q à U dans l'équation (11.6).

Si l'on se concentre sur le concept d'énergie en notant que les équations données ci-dessus ne sont valables que pour des énergies suffisamment faibles, alors nous avons accès à une généralisation naturelle qui garde toute la structure intacte sauf pour ce qui est de la transformation suivante :

$$E_0 \rightarrow E \tag{11.7}$$

On passe ainsi de la constante à la variable et par intégration du linéaire au non linéaire. On pourra passer à la multiplicité si l'on désire privilégier une propriété par rapport à une autre.

Compte tenu de la transformation (11.7) on est conduit à :

$$E = L i_c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{i^2}{i_c^2}}} - 1 \right] = E_o \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{L i^2}{E_o^2}}} - 1 \right] \tag{11.8}$$

$$\Phi = \frac{Li}{\sqrt{1 - \frac{i^2}{i_c^2}}} = \frac{Li}{\sqrt{1 - \frac{L i^2}{E_o^2}}} \tag{11.9}$$

au lieu de l'équation (11.5) et à

$$E = C\,U_c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{U^2}{U_c^2}}} - 1 \right] = E_o \left(\frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{C\,U^2}{E_o^2}}} - 1 \right) \tag{11.10}$$

$$q = \frac{CU}{\sqrt{1-\dfrac{U^2}{U_c^2}}} = \frac{CU}{\sqrt{1-\dfrac{C\,U^2}{E_o^2}}} \tag{11.11}$$

au lieu de l'équation (11.6). Bien entendu lorsque $Li^2 << E_0$ ou $CU^2 << E_0$ alors on retrouve les résultats classiques (11.5) et (11.6).
Ici nous avons donné un point de vue qui apparaît naturellement si l'on se réfère à la structure classique. Cependant, cette démarche fondée sur la multiplicité des points de vue, permet d'autres relations mathématiquement équivalentes mais dont les propriétés associées à chaque élément deviennent différentes. Ainsi si l'on veut privilégier la propriété d'additivité, on prendra le point de vue d'ordre 1 ; si l'on veut privilégier la linéarité, on considère le point de vue d'ordre 3 etc. Pour plus de détail on peut se référer à l'équation (3.45) en posant :

$$\beta_k = \begin{cases} \dfrac{i_k}{i_c} \\ \dfrac{U_k}{U_c} \end{cases} \qquad Q = \begin{cases} \dfrac{\Phi}{Li_c} \\ \dfrac{q}{C\,U_c} \end{cases} \tag{11.12}$$

ainsi les paramètres i et U présents dans les équations (11.8) - (11.11) doivent être identifiés respectivement à i_{-3} et U_{-3}. On notera l'analogie formelle entre (3.45) et (11.9) et (11.11).

11. b) Correspondances passives et correspondances actives

En plus du fait que les énergies cinétiques et potentielles ne sont plus formellement distinguées, il est utile de noter quelques correspondances et de faire un lien avec les habitudes acquises par notre compréhension de la mécanique et de l'électromagnétisme classiques.

En effet, il est bien connu que le concept de charge est à l'électromagnétisme ce que le concept de masse est à la gravitation. Schématiquement on a la correspondance suivante :

$$e \rightarrow \mathrm{m} \tag{11.13}$$

Ceci est justifié par les formes des potentiels gravitationnel newtonien et électrique coulombien, soit mm'/r et ee'/r.
Dans la présente dérivation fondée sur le concept d'énergie comme référence et point commun à différentes disciplines, on a les correspondances suivantes :

$$\mathrm{L} \longleftrightarrow \mathrm{m} \tag{11.14}$$

$$\mathrm{i} \longleftrightarrow \mathrm{v}$$

et comme

$$i = \frac{dq}{dt} \qquad V = \frac{dx}{dt} \tag{11.15}$$

alors on est conduit à

$$\mathrm{q} \longleftrightarrow x \tag{11.16}$$

Ces correspondances peuvent être tirées directement d'équations bien connues que l'on trouve dans un grand nombre de livres élémentaires traitant du phénomène de la raisonnance. Ces équations ne sont autres que

$$m\frac{dv}{dt} + b\,v + kx = 0 \qquad V = \frac{dx}{dt}$$

et

$$L\frac{di}{dt} + R\,i + \frac{1}{c}\,q = 0 \qquad i = \frac{dq}{dt}$$

Pour plus de détails sur les différentes correspondances et leurs significations on peut se reporter au livre de French : Vibrations and waves [43].

A ce stade nous allons distinguer entre ce que l'on entend par correspondances passives et correspondances actives. En effet, l'introduction de différents concepts par l'analyse dimensionnelle ou la mise en évidence de certaines analogies formelles ou structurelles, conduisent à ce que l'on appelle des correspondances actives qui sont plutôt reliées ou associées à la manière dont les choses changent. Ce fait est en quelque sorte plus fondamental que celui de la simple correspondance passive et statique. Afin de rendre cette distinction claire, considérons les correspondances données par (11.13) et (11.16).

Dans l'équation (11.16), si l'on se contente de la simple analogie formelle, on est en train de raisonner au niveau du mode passif. Par contre, si l'on remarque par exemple que lorsque $x \rightarrow -x$ ou q → -q, l'énergie reste invariante, alors là on est en train de raisonner sur le mode actif où l'attention est attirée sur le comportement des concepts vis à vis de leur variance et invariance.

Cette distinction est typiquement leibnizienne puisque dans cette philosophie, les choses sont couplées et définies par leurs relations et attributs. En d'autres termes, c'est la relation qui est la clé de la compréhension et l'essence des choses et non le concept contingent et défini par lui-même. On notera que, contrairement à la correspondance (11.16) le caractère actif n'apparaît pas dans la correspondance

(11.13). Ceci est dû au fait que le concept de masse est un nombre positif alors que le concept de charge peut être aussi bien positif que négatif et se prête donc à l'inversion sans perdre sa signification physique.

Dans cette section, l'auteur reconnaît qu'il a procédé par analogie formelle et n'a pas été jusqu'aux mesures physiques. Cependant, si l'on accepte les équations (11.2) - (11.3) qui mènent à des formules bien connues valables pour les faibles énergies, alors l'acceptation de leur généralisation qui fait passer d'un système découplé à un système couplé devient une issue naturelle. Par conséquent, bien que cette section exige plus de clarification, il m'a semblé utile de la mentionner dans la mesure où elle ne contredit pas le schéma présenté dans cette approche générale et géométrique fondée sur le concept d'énergie. En effet, si l'on utilise le langage géométrique, on peut dire que nous avons déplacé les formules classiques bien connues d'un cadre euclidien à un cadre lobachevskien. L'acceptation de cette logique conduit directement à la justification de cette section.
Bien entendu l'auteur est conscient du fait que les équations du type (11.5) - (11.6) peuvent être établies à partir de l'électromagnétisme de Maxwell où elles apparaissent comme des cas particuliers. En un certain sens, il s'agit de deux chemins qui peuvent être complémentaires et portant chacun sa logique et sa cohérence. Cette démarche est typiquement Leibnizienne dans la mesure où elle correspond à deux manières complémentaires d'aborder une même réalité physique.

11 c) Lien qualitatif avec un autre travail récent

Avant de terminer cette section, il est utile de mentionner un récent travail [44] qui fait le lien entre un résultat associé à la théorie de la relativité restreinte et un autre que l'on peut mettre en évidence dans un cadre non mécanique qui est celui de l'optique. Ce dernier est relatif à la propriété d'addivité des coefficients de réflexion qui présente la même structure que celle de la composition des vitesses impropres soit :

$$V_{12} = V_1 o V_2 = \frac{V_1 + V_2}{1 + \frac{V_1 \ V_2}{c^2}} \qquad (11.17)$$

Si l'on se réfère à la présente approche, ce mouvement est celui associé à l'ordre -3 de la caractéristique universelle.

Un aspect caractéristique de cette loi de composition est sa finitude. En effet, elle permet l'addition de paramètres physiques sans obtenir de divergences ou encore sans dépasser une valeur limite qui, dans la formule (11.17), n'est autre que le paramètre c.

En effectuant certaines analogies entre des résultats associés à la théorie de la relativité restreinte et d'autres relatifs aux coefficients de réflexion dans les structures planaires stratifiées et les puits quantiques multiples, J.M Vigoureux [44] montre que la composition des vitesses n'apparaît plus comme un résultat spécifique à la théorie de la relativité restreinte, mais pourrait être l'expression d'une loi générale de la physique. L'établissement total de ce résultat est en accord avec la présente démarche où l'on montre qu'indépendamment de toute structure cinématique ou spatio-temporelle, les équations de la relativité restreinte ont une existence intrinsèque et présentent des propriétés remarquables. En d'autres termes, ces propriétés et équations peuvent être déduites à partir de quelques arguments qualitatifs qui sont indépendants et du postulat lié aux systèmes inertiels de référence et au postulat d'invariance de la vitesse de la lumière.

En bref, à la lumière de la démarche présente, on peut dire que non seulement la loi de composition des vitesses reflète l'expression d'une loi générale de la physique, comme le suggère J.M Vigoureux, mais que cette idée s'étend à toute la structure einsteinienne qui apparaît ici comme une propriété intrinsèque remarquable à l'intérieur de la structure leibnizienne multiple nommée caractéristique universelle.

Finalement, notons que de même que la composition des vitesses

$$V_1 o V_2 = \frac{V_1 + V_2}{1 + \frac{V_1 \ V_2}{c^2}} \tag{11.18}$$

se réduit à l'additivité newtonienne

$$V_1 o V_2 = V_1 + V_2 \tag{11.19}$$

lorsque $c \to \infty$, la présente approche montre que la définition de la vitesse à partir du rapport impulsion-énergie au lieu d'espace-temps :

$$V = c^2 \frac{P}{E} \tag{11.20}$$

se réduit au cas newtonien linéaire.

$$V = c^2 \frac{P}{E_o} = \frac{P}{m} \tag{11.21}$$

lorsque $E \to Eo$

Dans un cas on se concentre sur le mouvement, dans l'autre c'est le raisonnement sur l'énergie qui est privilégié.

CONCLUSION

Dans cette approche nous avons essentiellement appuyé sur la multiplicité des points de vue et la nonlinéarité par opposition à la vision simple et linéaire de Newton. L'un de nos buts était de mettre en évidence la pensée cohérente et intrinsèque de Leibniz ainsi que sa critique de Newton justifiée à divers égards.

Si l'on fait abstraction de ceci, il serait intéressant et même souhaitable de partir de principes généraux sans lien avec ce que pensent Newton, Leibniz et d'autres. Si l'on procède ainsi, on est amené à postuler des principes sans lesquels on ne peut pas faire de la physique. Par exemple, les lois de la physique ne doivent pas changer si l'on fait subir une rotation et une translation au laboratoire. De telles considérations générales sont suffisantes pour avoir la forme générale de l'énergie ou la monade.

Bien qu'une telle démarche serait plus physique en quelque sorte, nous avons préféré celle que nous présentons pour des raisons subjectives mais qui ont tout de même leur raison d'être : tout d'abord, nous voulions mettre en évidence l'intérêt possible de principes autres que ceux que l'on connaît usuellement. C'est le cas du principe de raison suffisante, d'identité des indiscernables et de la notion complète ainsi que du principe d'unité dans la multiplicité. Ensuite, l'idée de partir d'une infinité de courbes couvrant le plan et de se ramener à une structure cohérente par des principes d'exclusion nous a semblé séduisante. En particulier, elle met en évidence diverses propriétés mathématiques que l'on ne soupconne pas a priori, et elle conduit à une meilleure compréhension dans la mesure où elle permet d'éclairer la raison d'être de telle structure ou formule parmi tant d'autres.

De plus, l'auteur pense que cette démarche combinatoire que Leibniz a voulu introduire en physique ne semble pas avoir été suffisamment adoptée, bien qu'elle puisse mener à la découverte de structures inattendues ainsi qu'à une meilleure intelligibilité des structures existantes.

Finalement, nous avons voulu mettre l'accent sur le fait que la philosophie peut être utile à la physique et que les idées à la mode qui consistent à présenter la philosophie comme un cadre stérile à l'investigation scientifique n'ont pas ce caractère absolu qu'on veut leur donner.

En bref, nous avons cherché à montrer que le cloisonnement des disciplines et la course à l'hyper spécialisation n'est ni l'unique moyen d'avancer ni le meilleur.

En résumé cette thèse met l'accent sur deux points essentiels que la physique conventionnelle n'érige pas au rang de principes : la multiplicité des points de vue sur une réalité donnée et l'unité formelle dans la multiplicité des phénomènes. La première est à l'intelligibilité et à la compréhension ce que la deuxième est à l'économie de pensée et de la mémoire.

ANNEXES

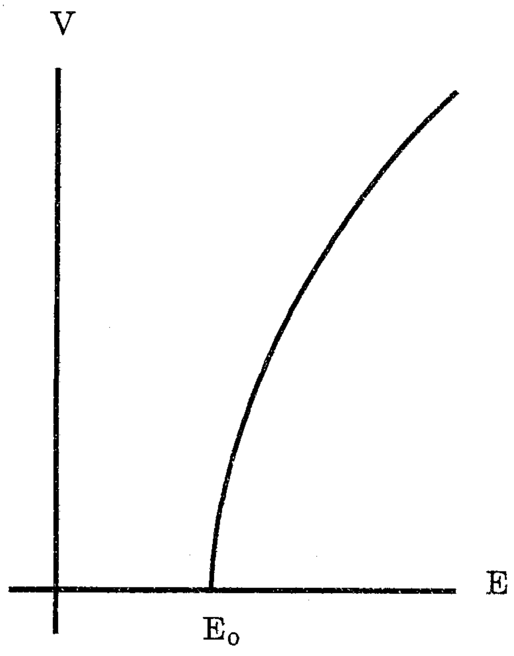
Trop de science, trop de respect pour les maîtres, ne conduisent qu'à l'assoupissement ; on ne découvre plus rien, tout simplement parce qu'on juge qu'il n'y a plus rien à découvrir.

Leibniz

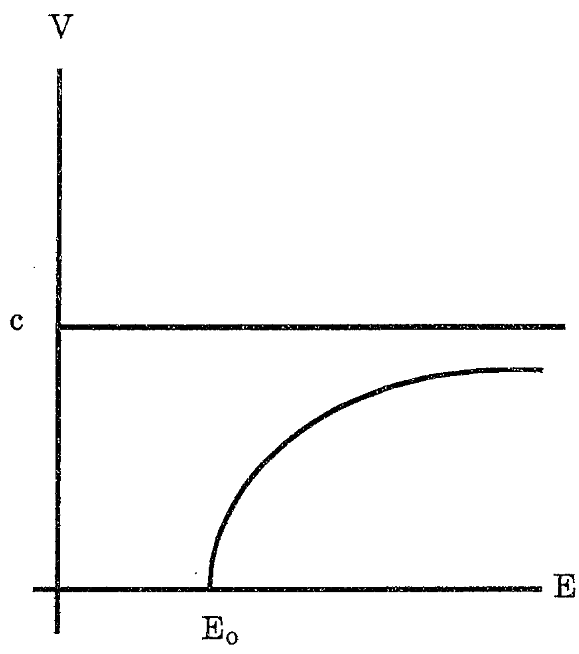
ANNEXE A

Relation de la démarche leibnizienne avec celles de Newton, Lagrange et Einstein et ouverture à d'autres voies

On rappelle que la théorie de la relativité restreinte a émergé d'un besoin de cohérence entre la théorie newtonienne du mouvement et l'électromagnétisme de Maxwell. En effet, les transformations qui laissent les équations newtoniennes et maxwelliennes invariantes par changement de référentiel ne sont pas les mêmes. La mécanique est régie par les transformations galiléennes et l'électromagnétisme par les transformations lorentziennes. Du point de vue de leur structure, ces dernières incluent un paramètre supplémentaire dont l'annulation conduit aux transformations galiléennes. D'une certaine manière on peut dire que les transformations de Lorentz déforment celles de Galilée et où le paramètre de déformation peut être associé à l'inverse de la vitesse de la lumière. ($d \equiv 1/c$) La structure newtonienne apparaît ainsi comme un cas dégénéré associée à $d = 0$ ou $c = \infty$. Schématiquement, si on attire l'attention sur les liens mouvement-énergie on a les deux mondes suivants :



Monde newtonien infini :
Action à distance



Monde Einsteinien fini :
Action de contact

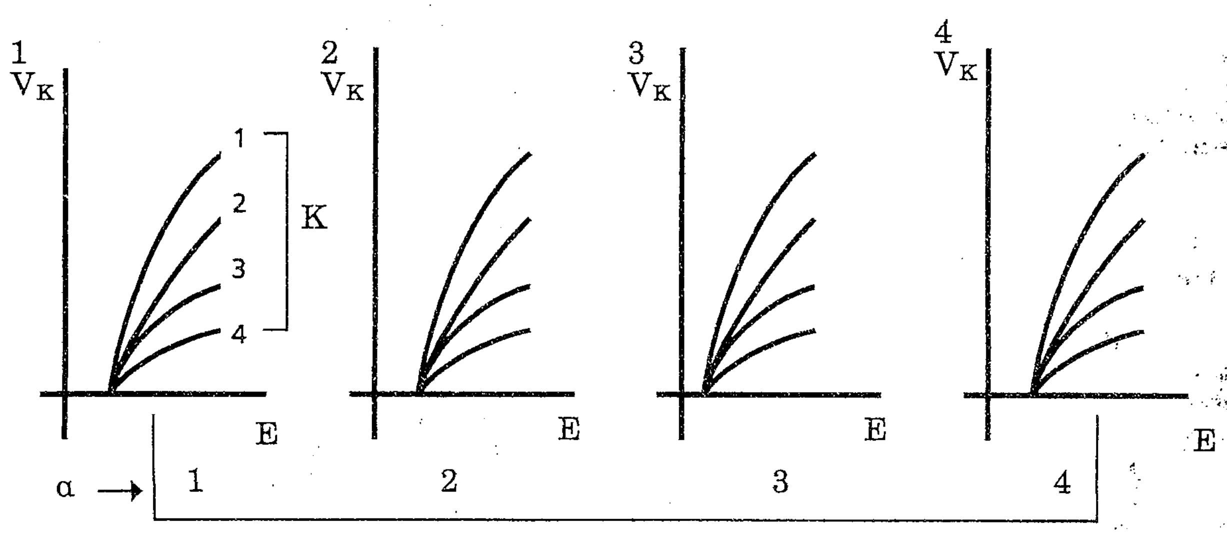
Si l'on regarde les choses sous cet angle, l'approche einsteinienne apparaît plus proche du sens commun puisque l'idée qui consiste à dire que l'information se transmet pas à pas est plus proche de nos expériences communes que la transmission instantanée et magique de Newton. Par contre, si l'on se situe au niveau de transformations de Galilée et de Lorentz, c'est l'approche einsteinienne qui semble alors s'éloigner du sens commun où espace et temps se mélangent. Toutes ces considérations sur le sens commun se situent au niveau d'images construites sur des concepts abstraits : l'espace et le temps qui sont externes à nous et qui ne sont pas absolument nécessaires pour décrire la réalité. C'est ce que l'on nommera sens commun régional par opposition à un sens commun universel que l'on va définir dans la suite.

Contrairement aux Newtoniens et Einsteiniens, Leibniz part directement de la réalité et privilégie un sens commun universel que personne ne peut mettre en doute. En effet, de même que Monsieur Jourdain faisait de la prose sans le savoir, dans nos actions quotidiennes on utilise beaucoup les lois de conservation sans en prendre conscience. C'est ainsi qu'il ne vient à l'esprit de personne de vouloir transvider un tonneau plein de vin dans une bouteille. De même un camion venant à grande vitesse et heurtant une voiture qui roule lentement sur un sol horizontal va l'entraîner et non le contraire. Ce sont ces considérations qualitatives et universelles qui doivent être à la base d'une physique leibnizienne et rationnelle. Par conséquent, le monde newtonien fondé sur l'existence d'un espace et d'un temps absolus n'est qu'un modèle limité et loin d'être universel. L'élargissement de ce monde par Einstein apparaît historiquement comme un accident puisqu'il émerge en comparant une théorie de la matière avec une théorie de la lumière. D'ailleurs, le premier postulat de la relativité restreinte concerne tous les corps matériels alors que le second postulat concerne uniquement la lumière. Il faut reconnaître que ce n'est pas le meilleur moyen pour rendre les choses intelligibles.

Tout ceci s'oppose au rationalisme leibnizien qui cherche simultanément et l'efficacité et l'intelligibilité. Cependant, au sein des théories newtonienne et einsteinienne, il existe des éléments rationnels, intelligibles et satisfaisant au sens commun universel. En effet, un simple coup d'oeil sur les figures ci-dessus montre que plus l'énergie est importante plus la vitesse est grande.

Nous sommes, là, en présence d'une situation où le sens commun universel est apparent. "Plus vous avez de l'énergie, plus vous êtes capable de courir vite". C'est à partir de ce type d'arguments que l'on est conduit à une physique de type leibnizien qui ne s'oppose pas forcément à tout ce qui a été dit et fait mais qui complète et élargit les cadres existants, et surtout privilégie le sens commun universel au sens commun régional. C'est ainsi que l'on est amené à l'idée de la multiplicité des mondes possibles et où dans chaque monde il existe une infinité de points de vue sur le mouvement.

Schématiquement, le monde leibnizien est doublement multiple comme suit :



Multiplicité externe : $\alpha = 1, 2, 3, 4....$
Multiplicité interne : $K = 1, 2, 3, 4....$

Une multiplicité externe assure l'existence d'une infinité de mondes possibles a priori et une multiplicité interne assure l'existence d'une infinité de relations possibles entre le mouvement et l'énergie. Cette dernière infinité est une conséquence directe du fait que l'on ne se limite pas au cadre spatio-temporel qui correspond au plus à un sens commun régional. En effet, il existe une infinité de courbes qui réalisent l'exigence associée au sens commun universel mentionné auparavant et concernant le lien entre mouvement et énergie.

Non seulement une telle approche conduit à une plus grande intelligibilité des approches existantes mais elle conduit à une ouverture à d'autres champs de la physique comme il est montré au sein de l'article. Il est clair que si, à partir d'arguments qualitatifs associés à un sens commun universel, on est conduit à des structures qui complètent des théories physiques universellement reconnues pour leur efficacité dans l'approche du réel, on a alors la possibilité d'ouverture de l'universel à diverses structures régionales.
En résumé, on cherche à se passer des contraintes régionales telles les translations, le mouvement, le temps etc..... et sur lesquelles les théories usuelles fondent leurs structures. C'est le cas des postulats de base de la théorie de la relativité restreinte, fondée sur les mouvements de translations dans l'espace-temps.

Une physique leibnizienne privilégie la relation à la chose, c'est là où réside son caractère universel. En effet, la propriété de croissance qui relie le mouvement à l'énergie est d'une part indépendante du type de mouvement en question : translation ou rotation, et d'autre part une telle propriété est aussi présente dans d'autres systèmes physiques d'où son universalité.

Il existe en physique des structures universelles indépendantes des métriques particulières. C'est le cas de l'approche lagrangienne qui s'applique aussi bien à la physique newtonienne, maxwellienne, aux relativités restreintes et généralisées ainsi qu'à la mécanique quantique et physique des particules. On peut dire sans exagération que c'est la procédure de base sur laquelle la physique théorique est bâtie.

Cependant, d'une part, cette procédure reste hautement abstraite et, d'autre part elle est intimement liée aux concepts d'espace-temps. C'est ainsi que l'on montre par cette procédure qu'un déplacement dans le temps conduit à la conservation de l'énergie, un déplacement dans l'espace à la conservation de l'impulsion et une rotation dans l'espace à la conservation du moment angulaire. Ceci équivaut à postuler l'homogénéité du temps ainsi que l'homogénéité et l'isotropie de l'espace. Malgré l'efficacité et l'élégance de cette démarche fondée sur les travaux de Noether (1918), on voit la primauté des concepts d'espace-temps et leurs attributs principaux.

Ceci contraste bien sûr avec la présente démarche leibnizienne où les lois de conservation sont premières et non des conséquences de certaines transformations associées à l'espace et au temps.

Notons enfin que malgré l'étendue de l'approche lagrangienne en physique théorique, celle-ci perd tout son intérêt dans le monde macroscopique dès qu'il s'agit de phénomènes dissipatifs et irréversibles. (Conductivités thermique et électronique, phénomènes de diffusion et transferts à travers des interfaces, effets de bord etc.). Afin de pallier cet handicap une équipe de l'école française de mécanique dont l'auteur faisait partie a réactualisé et généralisé un principe dû à D'Alembert et connu sous le nom de "Principe des puissances virtuelles".

Historiquement, ce principe se situe entre l'époque de Newton-Leibniz et celle de Lagrange. C'est d'ailleurs en approfondissant les idées de D'Alembert que l'auteur a pris connaissance de la fameuse querelle des forces vives qui opposait les cartésiens aux leibniziens, et a découvert la pensée intrinsèque et universelle de Leibniz.

ANNEXE B

Sur le concept de temps

Dans notre civilisation occidentale le temps joue un rôle déterminant, et plus particulièrement comme mesure des choses. Comme le note Serge Moscovici [45], lorsqu'on parle d'un objet on parle de son temps de vie, de même quand il s'agit de l'être humain, l'individu se définit aujourd'hui en espérance de vie, qu'il s'agisse de sa retraite, de ses assurances etc.... On construit des machines pour économiser le temps (voitures, avion ect). La géopolitique où toute l'action politique des grands acteurs sociaux tendait vers ce qu'on appelait l'espace vital, perd du terrain au profit d'une sorte de chronopolitique où c'est le temps qui devient vital. Ce sont les notions d'investissements et de projets qui sont des notions temporelles qui viennent régler notre mode de vie.

Le temps est la perception d'un commencement et d'une fin. Aujourd'hui, tout naît, vieillit et meurt, contrairement à une époque où pour construire une cathédrale ce n'étaient pas les mêmes qui la commençaient et qui la finissaient.

La présente approche cherche à rester proche d'une certaine forme de sens commun, puiqu'en associant l'idée d'énergie à la fatigue ressentie, on peut justifier de manière évidente l'indépendance de l'énergie de la direction du mouvement. Par conséquent, nier le temps qui lui aussi est présent dans notre discours quotidien peut apparaître comme une négation du sens commun. Cependant, il est important de noter que les temps newtonien et einsteinien n'ont de commun avec le temps dont il s'agit ci-dessus que le nom. En effet, contrairement au temps bergsonien irréversible proche de celui de la thermodynamique et que l'on appelle souvent "flèche du temps", les temps newtonien et einsteinien ne distinguent pas entre l'avant et l'après.

En effet, pour fixer les idées, considérons d'une part la désintégration d'une particule en deux particules identiques et d'autre part la collision de deux particules identiques qui restent attachées après la collision. Dans le premier cas il s'agit de la naissance ou création de deux identités et dans le deuxième cas c'est de la mort ou l'annihilation de l'individualité dont il s'agit. Pourtant, le traitement mathématique est exactement le même.

Comme le note Michel Paty [45] le temps de Newton est le temps de Dieu. De même pour Leibniz il n'y a pas une raison suffisante pour son existence dans les principes de base. Il obscurcit le schéma plus qu'il ne l'éclaire. Ce temps réversible est en fait impliqué implicitement par le mode de raisonnement de la dynamique newtonienne. Il n'a pas été inventé dans la perspective de l'avant et de l'après comme c'est le cas dans une évolution réelle du type thermodynamique.

Tout ceci nous conduit à deux conclusions. D'une part, la présente approche qui concerne la recherche d'une unité d'expression entre divers champs et qui élimine le temps des paramètres de base nécessaires à la construction des mondes leibniziens, est tout à fait justifiée puisque l'attribut principal qui distingue le passage de l'avant à l'après est absent. D'autre part, ceci nous amène à critiquer la phrase sans cesse répétée lors du passage de la physique aristotélicienne du sens commun à la physique galiléenne et newtonienne.

"La révolution galiléenne contredit pratiquement tous les principes d'Aristote fondés sur le sens commun sauf le caractère absolu de l'espace et du temps". Or ni le temps newtonien ni le temps einsteinien ne sont compatibles avec le sens commun.

Ainsi non seulement le concept de temps n'est ni nécessaire ni fondamental à la dynamique mais il n'est pas souhaitable non plus de l'introduire comme élément de base dans la mesure où d'une part, il peut conduire à des confusions et d'autres part, il élimine la possibilité de penser la dynamique et la statique dans un cadre unitaire et économique à la mémoire.

ANNEXE C

Sur la matière

Lorsque l'on est amené à faire de la physique on a souvent envie de savoir ce qu'est le monde, le réel qui nous entoure, la matière [46] etc......, mais la physique consiste à repousser indéfiniment ces questions globales en retirant à la matière un certain nombre de ses attributs traditionnels. Fait obligatoire de par la mathématisation de cette discipline. En effet si l'on se représente la matière par un paramètre m, on peut parler du domaine de définition de ce paramètre par exemple m>o, on peut le considérer constant ou variable, il peut être couplé ou découplé par rapport à d'autres concepts tels le mouvement ou l'espace etc...... c'est souvent à ce niveau que se situent les controverses en physique par opposition aux controverses en philosophie qui se situent dans un cadre plus étendu mais restant qualitatif est peu précis.

Dans ce qui suit sont exposées brièvement les idées philosophiques de départ qui ont amené certains philosophes et physiciens à privilégier certains attributs plutôt que d'autres. La première idée intuitive sur la question semble être née chez les présocratiques. C'est Démocrite qui a eu l'idée du plus petit grain de matière, l'atome. Par atome, sont désignées les choses les plus petites que l'on perçoit tel un nuage de poussière qui danse dans un rayon de soleil.

Cette image statique sur la matière a nourri la pensée newtonienne, et c'est dans la tradition de l'atomisme démocritéen que Newton introduit sa vision de la quantité de matière. Mathématiquement, il s'agit d'un nombre positif, indépendant ou découplé des concepts de mouvement et de l'espace. Pour ce qui est de la physique, la propriété essentielle de ce nombre positif appelé masse est sa conservation.

Il existe un autre courant où le mot matière apparaît dans des couples tel matière-forme chez Aristote, matière-idée chez Platon et matière-monade* chez Leibniz. Chez Aristote, c'est l'expérience du travail qui compte, c'est le passage du matériau brut à un objet précis, ou d'un état indéterminé à un état déterminé.
On est ici en présence d'une situation plus subtile et plus riche que l'image de l'atome démocritéen.

Tout en s'inspirant d'Aristote et de Platon, Leibniz ne reste pas sur le plan philosophique mais cherche à mathématiser son système du monde. C'est par ce biais que Newton et Leibniz se rejoignent malgré leur opposition totale quant à leurs idées philosophiques. C'est ainsi que la matière au sens de Leibniz est compatible avec l'idée de permanence et de conservation présente chez Newton, mais elle n'est ni un contenu dans un contenant qui est l'espace newtonien, ni passive, constante ou découplé de l'espace et du mouvement. Chez Leibniz, tout conspire, tout est couplé et le découplage newtonien n'est qu'apparence.

De même, la distinction entre les corps rigides et les corps déformables est une abstraction et une approximation. Cette discontinuité n'est qu'apparence. La matière est élastique. Quand on l'étire, sa forme change mais ce changement de forme se paie par la fatigue que l'on ressent pour l'étirer, d'où l'existence de quelque chose qui se

*Dans son "Essay de dynamique" Leibniz parle de force et entend par là ce qui se conserve. Dans sa "Monadologie" il parle de monade. En langage moderne ces dénominations correspondent au concept d'énergie.

conserve. C'est cet état conservatif qui est essentiel au langage de la physique leibnizienne. A la lecture de Leibniz on a envie de donner l'image suivante de l'équivalence entre la matière et l'énergie.

Imaginons un élastique d'une longueur donnée, étirons-le de manière à doubler sa longueur, et coupons-le au milieu. On se trouve alors avec une partie de longueur L qui est tendue et contenant moins de matière observable et plus d'énergie d'interaction. Cette énergie n'est autre que la fatigue que l'on ressent pour tenir la moitié de l'élastique à la longueur L.

Si l'on répète l'opération à l'infini, toute la matière observable tend à disparaître et il ne reste que l'interaction. Là est l'essence de la matière leibnizienne.

Toutes ces considérations ne sont que des images dont le but est de faire percevoir les différences fondamentales entre les démarches et les idées sous-jacentes de Leibniz et de Newton, mais elles restent qualitatives, ne devant pas être prises à la lettre.

Ce qu'il faut retenir par contre c'est que la matière newtonienne est seconde, puisqu'elle n'existe qu'après l'existence d'un espace qui la contient, et découplée des autres entités tel l'espace et le mouvement. La matière leibnizienne, est première elle précède l'espace et le temps et elle est couplée à d'autres entités tels l'espace et le mouvement.

ANNEXE D

Mise en évidence des structures newtonienne et einsteinienne comme cas particuliers des structures liebniziennes

Dans cette annexe nous allons considérer parmi les différents mondes possibles, un monde des possibles où l'on a les trois paramètres de base continus β_R, Q et M ainsi que les trois degrés de liberté P, k et ℓ et qui correspond à $M \geq 1$.

On cherchera à mettre en évidence que les structures newtonienne et einsteinienne apparaissent comme des cas particuliers des équations suivantes déduites des principes qualitatifs leibniziens (3.16) et (3.21) avec $K\text{-}R \equiv P$.

$$\beta^{kl}_{R+P}(Q) = Q^k \left\{ (1+l)\left(C_{kl} + \frac{Q^{1+k}}{1+k} \right) \right\}^{\frac{P-l}{1+l}} - P\,F^{kl}_P(Q) \tag{D.1}$$

et

$$\beta^{kl}_{R+P}(M) = M^{P-l} \left\{ (1+k)\left(\frac{M^{1+l}}{1+l} - C_{kl} \right) \right\}^{\frac{k}{1+k}} - P G^{kl}_P(M) \tag{D.2}$$

où l'on a posé

$$F^{kl}_P(Q) = \int \left\{ (1+l)\left(C_{kl} + \frac{Q^{1+k}}{1+k} \right) \right\}^{\frac{P-2l-1}{1+l}} Q^k\,dQ \tag{D.3}$$

et

$$G^{k\ell}_P(M) = \int M^{P-\ell-1} \left\{ (1+k)\left(\frac{M^{1+\ell}}{1+\ell} - C_{k\ell} \right) \right\}^{\frac{k}{1+k}} dM \tag{D.4}$$

Malgré l'apparante complexité des équations (D.1) - (D.4), il est utile de rappeler la simplicité conceptuelle des équations de base.

Principe de relativité leibnizienne

$$f_P(M) = \frac{\left[\beta^{k\ell}_{R+P}(M)\right]'}{\left[\beta^{k\ell}_{R}(M)\right]'} = M^P \tag{D.5}$$

et le principe de raison suffisante

$$\beta^{k\ell}_{R} = \frac{f_k(Q)}{f_\ell(M)} = \left(\frac{dM}{dQ}\right)_{k\ell} \tag{D.6}$$

En effet, le principe (D.5) est une conséquence naturelle de l'idée de multiplicité de points de vue sur un état énergétique donné. Sa construction est obtenue par une procédure d'identification, qui assure l'existence d'une structure de la forme :

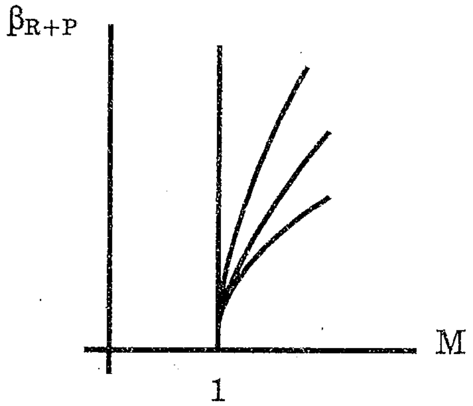


Fig. (D1)

à condition qu'une courbe de référence notée β_R (M) soit donnée. Celle ci est précisée dans le principe (D.6) qui consiste à utiliser de nouveau la procédure d'identification, puisqu'au lieu du cas général $f_{k\ell}$ (Q,M), on retient celui pouvant être construit à partir du principe précédent soit :

$$f_{k\ell}(Q, M) \equiv \frac{f_k(Q)}{f_\ell(M)} \tag{D.7}$$

Ce fait est typiquement leibnizien en ce sens que le principe (D.6) utilise (D.5), évitant ainsi l'introduction de nouvelles fonctions arbitraires.

Afin de mettre en évidence le lien de la présente structure avec des lois bien connues de la physique newtonienne et einsteinienne, on pose P = 0, dans (C.1) - (C.2) ce qui conduit à la sous-structure suivante :

$$\beta_R^{k\ell}(Q) = \frac{Q^k}{\left\{(1+\ell)\left(C_{k\ell}+\dfrac{Q^{1+k}}{1+k}\right)\right\}^{\frac{\ell}{1+\ell}}} \tag{D.8}$$

et

$$\beta_R^{k\ell}(M) = \frac{\left\{(1+k)\left(\dfrac{M^{1+\ell}}{1+\ell}-C_{kl}\right)\right\}^{\frac{k}{1+k}}}{M^\ell} \tag{D.9}$$

On notera que non seulement les équations (C.1) et (C.2) deviennent très simplifiées, mais aussi que le principe de relativité leibnizien qui est le noyau de cette approche dégénère, puisqu'en posant P = 0 la fonction microscope est réduite à l'identité :

$$\frac{\left[\beta_R^{k\ell}(M)\right]'}{\left[\beta_R^{k\ell}(M)\right]'} \equiv 1 \quad \forall M \tag{D.10}$$

Cette situation suggère la remarque suivante :

En posant :

$$P = 0$$

On élimine le principe de relativité leibnizien ce qui rend l'équation (C.6) arbitraire en ce sens que l'on ne peut plus justifier $f_p(x) = x^P$ par une procédure d'identification associée à (D.5). Cependant, rien ne nous empêche de la postuler. C'est précisement le cas dans les structures de la physique classique (par opposition à quantique).

A ce stade, en posant :

$$M = \begin{cases} \dfrac{E^{trans}}{mc^2} \\ \dfrac{E^{rot}}{I\omega_c^2} \end{cases} \quad Q = \begin{cases} \dfrac{P}{mc} \\ \dfrac{J}{I\omega_c} \end{cases} \quad \beta_R^{kl} = \begin{cases} \dfrac{V_R^{k\ell}}{c} \\ \dfrac{w_R^{k\ell}}{\omega_c} \end{cases} \tag{D.11}$$

le cas particulier

$$k = 1 \qquad \ell = 0 \qquad C_{10} = 1 \tag{D.12}$$

de la sous structure (D.8) - (D.9) mène à :

$$P = m\,V_N \qquad E^{trans} - mc^2 = \frac{1}{2} m\,V_N^2 \tag{D.13}$$

$$J = I w_N \qquad E^{rot} - I\omega_c^2 = \frac{1}{2} I w_N^2 \tag{D.14}$$

où l'on a posé

$$V_R^{10} \equiv V_N \quad w_R^{10} = w_N \tag{D.15}$$

Quant au cas

$$k = 1 \quad \ell = 1 \quad C_{11} = \frac{1}{2} \tag{D.16}$$

il mène à :

$$P = \frac{m\,V_E}{\sqrt{1 - \frac{V_E^2}{c^2}}} \qquad E^{trans} - mc^2 = mc^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V_E^2}{c^2}}} - 1 \right] \tag{D.17}$$

$$J = \frac{I w_E}{\sqrt{1 - \frac{w_E^2}{\omega_c^2}}} \qquad E^{rot} - I\omega_c^2 = I\omega_c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega_E^2}{\omega_c^2}}} - 1 \right] \tag{D.18}$$

où l'on a posé :

$$V_R^{11} = V_E \text{ et } w_R^{11} = w_E \tag{D.19}$$

On reconnaît dans les équations (D.13) et (D.14) les structures newtoniennes des dynamiques de translation et de rotation. Quant aux équations (D.17) elles correspondent à la dynamique einsteinienne des translations.

Compte tenu du fait que les équations (D.13) peuvent être vues comme des approximations de (D.17), il en est de même du rapport entre (D.18) et (D.14) pour les mêmes raisons. Ceci suggère l'utilisation de (D.18) dans des problèmes de rotations rapides, que l'on rencontre en physique des hautes énergies.

Cette annexe montre clairement que les dynamiques newtonienne et einsteinienne sont incluses dans le monde des possibles leibnizien. On pourra vérifier que ces dynamiques sont compatibles avec les principes d'exclusion, dont le but est de mettre des restrictions sur les valeurs de P, k, ℓ et $C_{k\ell}$.

Une caractéristique de cette démarche est d'avoir accès aux dynamiques newtonienne et einsteinienne par le biais de paramètres discrets. Ainsi, ils apparaissent comme deux mondes distincts, l'un correspondant à $\ell = 0$ (Newton) et l'autre à $\ell = 1$ (Einstein). En un certain sens cette procédure complète la formulation classique ou la dynamique newtonienne est obtenue à partir de la dynamique einsteinienne en faisant tendre la vitesse de la lumière à l'infini.

Jusqu'içi nous avons mis en évidence l'existence de solutions connues en physique classique mais nous n'avons pas fait une étude systématique montrant quelles sont toutes les valeurs de P, k et ℓ compatibles avec les principes d'exclusion. C'est une telle étude qui va nous permettre d'avoir une meilleure compréhension et de la théorie newtonienne et de la théorie einsteinienne.

En conclusion de cette annexe, on peut dire qu'au lieu de postuler une relation et de montrer sa compatibilité avec l'expérience, on part de considérations qualitatives et on cherche un ordre multiple qui étend et élargit notre conception de la dynamique et de la statique.

ANNEXE E

Structures découplées et dégénérées

Dans cette annexe nous allons mettre en évidence le fait que parmi toutes les valeurs admissibles de ℓ, il en existe une qui correspond à un cas dégénéré. Pour cela, on commencera par remarquer que l'équation (3.22) peut s'écrire comme suit :

$$\beta_R(M) = \left\{ \frac{1+k}{1+\ell} \frac{(M-1) \sum_{a=0}^{\ell} M^a}{M^{\ell\left(1+\frac{1}{k}\right)}} \right\}^{\frac{k}{1+k}} \tag{E.1}$$

Ensuite lorsque $M \rightarrow 1$, on a :

$$\lim_{M \to 1} \sum_{a=o}^{\ell} M^a = 1+\ell \quad \forall \ell \tag{E.2}$$

de sorte que l'équation (E.1) peut être approximée par :

$$\lim \beta_R (M) \simeq \left[(1+k)(M-1) \right]^{\frac{k}{1+k}} \quad \forall \ell \tag{E.3}$$

mais l'équation (E.3) n'est autre que l'équation (E.1) lorsque :

$$\ell = 0 \tag{E.4}$$

Ainsi on a une identité de forme entre :

$$\lim_{M \to 1} \beta_R (M) \, \forall \ell \text{ et } \lim_{\ell = 0} \beta_R (M) \, \forall M \tag{E.5}$$

D'un côté on approche les choses par le continu en faisant tendre M vers le point fixe et de l'autre l'approche est faite par le discret où l'on distingue le cas découplé $\ell = 0$. En effet, le découplage apparaît clairement dans l'équation (3.21) où :

$$\beta_R = \frac{f(Q/k)}{f(M/\ell)} = \frac{Q^k}{M^\ell} = \frac{dM}{dQ} \tag{E.6}$$

devient pour $\ell = 0$

$$\beta_R = Q^k = \frac{dM}{dQ} \tag{E.7}$$

où l'on n'a plus une équation différentielle à résoudre mais plutôt le calcul d'une simple primitive. En effet, l'équation (E.6) est de la forme :

$$\frac{dM}{dQ} = f(Q, M) \tag{E.8}$$

qui est la définition même d'une équation différentielle du premier ordre, alors que l'équation (E.7) est de la forme :

$$\frac{dM}{dQ} = g(Q) \tag{E.9}$$

qui se réduit donc au calcul d'une primitive. Ce sont ces considérations qui nous font éliminer le cas $\ell = 0$, et de le considérer comme un cas dégénéré.

En mathématique, la généralisation naturelle des dérivées et primitives, qui sont par construction des structures découplées, débouche sur les équations différentielles qui sont couplées de par leur définition.

De même, comme Leïbniz fonde sa démarche sur l'utilisation du potentiel du calcul différentiel et de la combinatoire, on peut dire qu'il existe une généralisation naturelle du monde newtonien découplé et simple. Celle-ci débouche sur le monde leibnizien couplé et multiple. Le couplage provient du calcul différentiel ou infinitésimal et la multiplicité provient de la combinatoire. La structure couplée fait apparaître la structure découplée comme un cas dégénéré valable seulement localement*, mais qui peut s'appliquer à une infinité de situations compatibles avec les critères de localité, ce qui explique le succès du monde newtonien. La combinatoire élimine le caractère arbitraire d'un système couplé ou non mais postulé sans raison suffisante.
Elle permet d'approcher le qualitatif qui seul est compréhensible et pour lequel l'accord est total. En d'autres termes, on cherche à approcher le qualitatif qui se traduit par une inégalité par l'introdution d'une infinité d'égalités. Cette démarche leibnizienne conduit en effet, à la multiplicité infinie des points de vue qui remplacera le point de vue dogmatique et unique.

*Le sens donné à ce terme est celui de la localisation au voisinage du point fixe.

ANNEXE F

Autres Constructions équivalentes des structures leibniziennes et extensions à de nouvelles structures.

L'une des caractéristiques de cette démarche multiple est la diversité des manières de l'aborder. En effet, en partant des schémas multiples suivants :

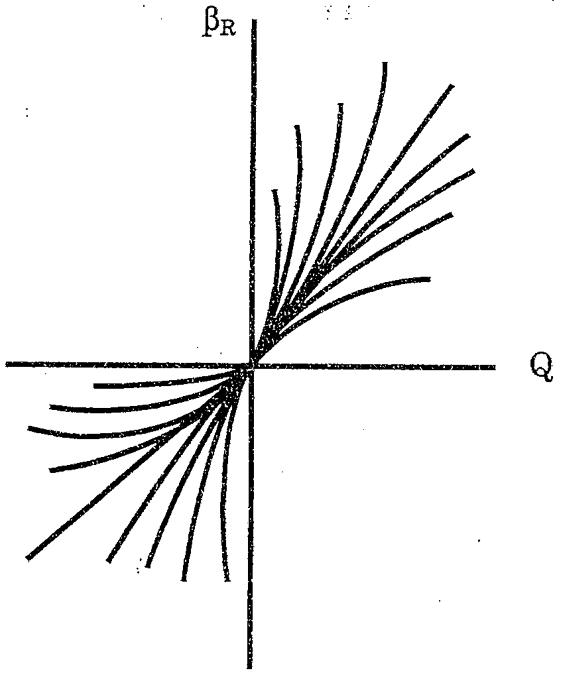


Fig. F1

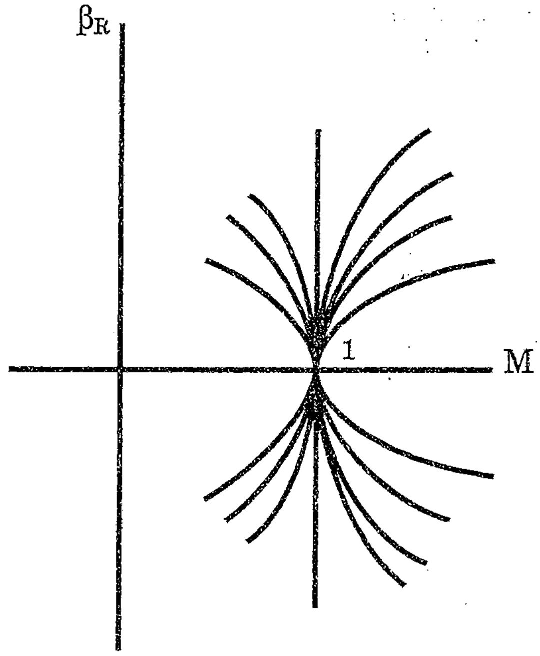


Fig. F2

on pourra remarquer que l'idée d'un point fixe par lequel une infinité de courbes doit passer, suggère de privilégier les fonctions impaires bien définies à l'origine. Un tel choix reste très général si on le compare au choix de la simple linéarité newtonienne. Ce choix nous plonge dans un monde non linéaire et donc multiple puisqu'il n'y a aucune raison de privilégier une non linéarité ou une courbure à une autre. On peut ainsi construire la caractéristique leibnizienne multiple.

Le choix de la classe des fonctions impaires est bien sûr dû à la propriété suivante :

$$f(-x) = -f(x) \tag{F.1}$$

implique que :

$$f(o) = o \tag{F.2}$$

ce qui assure le passage de toutes les courbes par l'origine et donc l'existence d'un point fixe est prouvée.

Comme le passage d'une figure à l'autre passe par une simple dérivation, alors le caractère impair devient pair et le point fixe est conservé. Tout ceci revient à dire que les relations suivantes :

$$\beta_R \rightarrow -\beta_R \quad Q \rightarrow -Q \quad M \rightarrow M \tag{F.3}$$

gardent la structure des équations invariantes. Ces simples considérations générales créent un certain ordre et sont amplement justifiées par le langage et la signification physique que l'on donne aux paramètres β_R, Q et M.

Un simple coup d'oeil sur la figure de droite permet de voir que si l'on a globalement :

$$M \text{ invariante lorsque } \beta_R \rightarrow -\beta_R \tag{F.4}$$

alors localement on a :

$$\lim_{M \rightarrow 1} \beta'_R(M) = \infty \tag{F.5}$$

mais bien sûr la réciproque n'est pas vraie. Ainsi l'équation (F.3) est plus contraignante que l'exigence locale. C'est ainsi que pour déterminer $k = 1$, il a fallu ajouter à l'exigence locale un critère d'intégrabilité. Par contre la simple exigence d'invariance par inversion de β_R dans l'équation associée au monde des possibles suivantes :

$$\frac{M^{1+\ell}}{1+\ell} - \frac{M^{\ell\left(1+\frac{1}{k}\right)} \beta_R^{1+1/k}}{1+k} = C_{k\ell} \tag{F.6}$$

conduit immédiatement à

$$k = 1 \tag{F.7}$$

Ainsi on montre l'équivalence de certains critères généraux dont le but est d'exclure les courbes incompatibles avec ces critères.
En dynamique, si l'on associe à Q l'idée d'une impulsion sur un objet et à β_R l'idée de mouvement, les relations ci-dessus disent tout simplement que si l'on pousse un objet libre dans un sens, alors le mouvement a lieu dans le sens de la poussée ou de l'impulsion.

Si l'on associe à M l'idée de fatigue alors il est tout à fait évident que si l'on se déplace dans un couloir horizontal notre fatigue est invariante, que l'on se déplace dans un sens où dans le sens opposé.

Tout le monde s'accorde sur ces caractéristiques qualitatives. Quant au quantitatif, le choix d'une forme parmi des possibilités infinies en privilégiant un critère tel l'additivité où l'invariance d'une certaine métrique ou autre, reste un choix isolé et correspond à la recherche d'un ordre simple. A la connaissance de l'auteur, toutes les théories et approches associées au domaine que l'on traite ici, fonctionnent sur ce mode. L'originalité de la présente démarche est précisément la rupture avec ce mode de fonctionnement ou de traitement.

La multiplicité des points de vue remplace la fonction unique par une infinité de fonctions selon une série infinie qui complète les structures uniques créant ainsi une plus grande intelligibilité et harmonie grâce à la structure globale qui étend le domaine d'application de ces théories.

Comme le dit Leibniz, c'est celui qui connaît la loi de la série qui comprendra la raison d'être de certaines structures locales car il voit le tout. C'est lui qui voit l'harmonie là où d'autres ne voient que des accidents qu'ils chercheront à comprendre.

A ce stade, il serait intéressant d'attirer l'attention sur l'intérêt des équations écrites sous forme d'intégrales [voir équations (3.34) et (3.36)]. En effet, celles ci conduisent non seulement à une écriture compacte de l'ensemble des courbes dans le plan mais permettent aussi d'établir des relations des fonctions de nature totalement différentes en apparence. C'est ainsi que des fonctions telles Arg ch M ou $\sqrt{1\text{-}1/M^2}$ ne présentent pas de lien apparent. Pourtant, elles sont issues d'une même forme générale pouvant s'écrire comme suit :

$$\int_1^M \frac{x^{P-2}}{\sqrt{x^2-1}}\,dx \tag{F.8}$$

Ainsi la première fonction correspond à P = 2 et la deuxième à P = 0. C'est la découverte d'une telle structure multiple à partir de quelques idées simples qui assure une vue globale liant différentes formules que l'on retrouve dans le monde de la physique et permettant d'établir de nouvelles structures. Ces dernières sont possibles grâce à l'introduction de la multiplicité des points de vue associée à des postulats plus faibles que ceux donnés usuellement.

Cette formulation multiple conduit à une architecture ordonnée autour d'un point fixe et satisfaisant à certains critères d'invariance comme on peut le voir sur les deux figures présentées au début de cet annexe.

Compte tenu de la section 3 ainsi que des relations $M = \sqrt{1+Q^2}$ (hyperbole) et $M = \sqrt{1\text{-}S^2}$ (cercle). On peut déduire les relations suivantes :

$$\beta_{R+P}(M) = \int_1^M \frac{x^{P-2}}{\sqrt{x^2-1}}\,dx \tag{F.9}$$

$$\beta_{R+P}(Q) = \int_o^Q \left(1+y^2\right)^{\frac{P-3}{2}} dy \tag{F.10}$$

avec les domaines de définition suivants :

$$x \geq 1 \qquad y \geq o \tag{F.11}$$

et

$$\eta_{R+P}(M) = -\int_1^M \frac{x^{1-P}}{\sqrt{1-x^2}}\,dx \tag{F.12}$$

$$\eta_{R+P}(S) = \int_o^S \frac{dy}{\left(1-y^2\right)^{\frac{P}{2}}} \tag{F.13}$$

avec

$$o \leq x \leq 1 \qquad o \leq y \leq 1 \tag{F.14}$$

Afin de rendre ces équations plus symétriques on procède de la même manière que dans l'équation (3.35) soit :

$$R = -3, \qquad \beta_K \equiv \beta_{R+P} \rightarrow \beta_{-3+2P} \tag{F.15}$$

Ainsi les équations (F.9) - (F.13) se transforment en :

$$\beta_K(M) = \int_1^M \frac{dx}{x^{\frac{1-K}{2}}\sqrt{x^2-1}} \tag{F.16}$$

$$\beta_K(Q) = \int_o^Q = \frac{dy}{\left(1+y^2\right)^{\frac{3-K}{4}}} \tag{F.17}$$

et

$$\eta_K(M) = -\int_1^M \frac{dx}{x^{\frac{1+K}{2}}\sqrt{1-x^2}} \tag{F.18}$$

$$\eta_K(S) = \int_o^S \frac{dy}{\left(1-y^2\right)^{\frac{3+K}{4}}} \tag{F.19}$$

On notera que parmi l'infinité des possibilités nous avons 16 relations remarquables qui sont inversibles et qui s'écrivent comme suit :

$$\eta_{-3}(M) = -\int_1^M \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}} = \sqrt{1-M^2} \tag{F.22}$$

Pour K = -3

$$\beta_{-1}(M) = \int_1^M \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = Arc\,sec\,M \tag{F.24}$$

$$\beta_{-1}(Q) = \int_o^Q \frac{dy}{1+y^2} = Arc\,tg\,Q \tag{F.25}$$

$$\eta_{-1}(M) = -\int_1^M \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = Arc\,cos\,M \tag{F.26}$$

$$\eta_{-1}(S) = \int_o^S \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = Arc\,sin\,S \tag{F.27}$$

Pour K = -1

$$\beta_1(M) = \int_1^M \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = Arg\,ch\,M \tag{F.28}$$

$$\beta_1(Q) = \int_o^Q \frac{dy}{\sqrt{1+y^2}} = Arg\,sh\,Q \tag{F.29}$$

$$\eta_1(M) = -\int_1^M \frac{dx}{x\sqrt{1-x^2}} = Arg\,sech\,M \tag{F.30}$$

$$\eta_1(S) = \int_o^S \frac{dy}{1-y^2} = Arg\,th\,S \tag{F.31}$$

Pour K = 1

et finalement

$$\beta_3(M) = \int_1^M \frac{x\,dx}{\sqrt{x^2-1}} dx = \sqrt{M^2-1} \tag{F.32}$$

$$\beta_3(Q) = \int_o^Q dy = Q \tag{F.33}$$

$$\eta_3(M) = -\int_1^M \frac{dx}{x^2\sqrt{1-x^2}} = \sqrt{\frac{1}{M^2}-1} \tag{F.34}$$

$$\eta_3(S) = \int_o^S \frac{dy}{\left(1-y^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{S}{\sqrt{1-S^2}} \tag{F.35}$$

Si l'on effectue la même procédure au monde newtonien, les équations résultantes ne présentent pas de relations simples entre elles. En particulier, ni le cercle ni l'hyperbole ne font partie du monde newtonien. De plus, pour obtenir simultanément les deux mondes newtonien et einsteinien, il est nécessaire de partir de l'équation générale où le cas $\ell = 1$ n'a pas encore été spécifié. Celle-ci peut s'écrire comme suit :

$$\beta^{\ell}_{R+P}(M) = \int_1^M \frac{1}{1+\ell} \frac{x^P \left[1-\ell+\frac{2\ell}{x^{1+\ell}} \right] dx}{\sqrt{\frac{2}{1+\ell}\left(x^{1+\ell}-1 \right)}} \tag{F.36}$$

Bien entendu le cas $\ell = 1$ donne l'équation (F.9) qui a déjà été utilisée. On notera que pour $\beta^{\ell}_{R+P} \in \mathbb{R}$ et $\ell>-1$ l'équation ci-dessus est définie pour $x>1$. Si l'on veut une équation complémentaire valable pour $0<x<1$ il suffit de remplacer x par 1/x, ainsi on obtient :

$$\eta^{\ell}_{R+P}(M) = -\int_1^M \frac{1}{1+\ell} \frac{x^{\frac{\ell-2P-3}{2}} \left[1-\ell+2\ell\, x^{1+\ell} \right]}{\sqrt{\frac{2}{1+\ell}\left(1-x^{1+\ell} \right)}} dx \tag{F.37}$$

Là aussi si l'on prend $\ell = 1$ on retrouve l'équation (F.12). Pour obtenir un monde newtonien multiple, il suffit de considérer le cas $\ell = o$ au lieu de $\ell = 1$. Quant au passage de $M \geq 1$ à Q ou de $0 \leq M \leq 1$ à S, il pourra se faire exactement comme pour $\ell = 1$ excepté le fait que c'est :

$$M^{1+\ell} \pm \frac{1+\ell}{2} \overset{\pm}{Q}{}^2 = 1, \qquad \overset{+}{Q} \equiv Q \qquad \overset{-}{Q} \equiv S \tag{F.38}$$

qui remplace $M^2 \pm \overset{\pm}{Q}{}^2 = 1$ qui est le cas particulier $\ell = 1$. Ces quelques remarques suffisent pour la construction du monde newtonien multiple. Si l'on effectue les calculs, on notera que les équations résultantes sont moins symétriques que celles associées aux relations einsteiniennes, ne présentent pas de rapports simples entre elles et couvrent le plan de manière très différente de celle d'Einstein comme on va voir dans ce qui suit. Au moins en partie, ceci est dû à l'absence du cercle et de l'hyperbole des structures newtoniennes autour duquel une certaine harmonie est établie. D'une certaine manière, on peut dire que les anciens n'avaient pas tort lorsqu'ils cherchaient à comprendre l'univers à partir de figures symétriques et parfaites tel le cercle.

Afin de mettre en évidence cette différence fondamentale entre les structures einsteinienne ($\ell = 1$) et newtonienne ($\ell = 0$), on rappelle les formes suivantes :

$$\beta^{\ell}_{\pm} = \frac{Q}{M^{\ell}} = \pm\frac{dM}{dQ} \tag{F.39}$$

$$avec\ \beta^{\ell}_{\pm} = 0\ pour\ M = 1,\ \ell = 0{,}1 \tag{F.40}$$

Ainsi une simple intégration conduit aux structures newtoniennes et einsteiniennes suivantes :

$$M = 1 \pm \frac{\left(\beta^{o}_{\pm}\right)^2}{2} \equiv M\left(\beta^{o}_{\pm}\right)\ (Newton) \tag{F.41}$$

et

$$M = \frac{1}{\sqrt{1 \mp \left(\beta^{1}_{\pm}\right)^2}} \equiv M\left(\beta^{1}_{\pm}\right)\ (Einstein) \tag{F.42}$$

On notera que la formule de type newtonien utilise tout le plan alors que la formule de type einsteinien utilise seulement la moitié (voir Fig. F3 et F4). En effet, lorsque β^o varie de moins l'infini à plus l'infini, M varie dans les mêmes limites. Par contre, dans l'équation (F.42), M est toujours positif. Ceci est intimement lié au fait d'avoir pris en compte un seul point fixe (M = 1, $\beta^{\ell}_{I} = 0$). La considération de deux points tels (M = $\pm$ 1, $\beta^{\ell}_{I} = 0$) même à un recouvrement total du plan pour ce qui est de la structure eisteinienne associée à la solution $\ell = 1$ et à un double recouvrement de celui-ci pour ce qui est de la structure newtonienne representée par $\ell = 0$. Ces considérations sont tout à fait importantes et mettent en évidence une différence fondamentale quant à la manière suivant laquelle le plan est partagé. Ce fait est d'une importance majeure puisque c'est ce découpage du plan qui va permettre ou non l'introduction de nouveaux concepts. C'est ainsi que les notions de photon ou d'antiparticule n'ont pas de place dans un contexte newtonien.

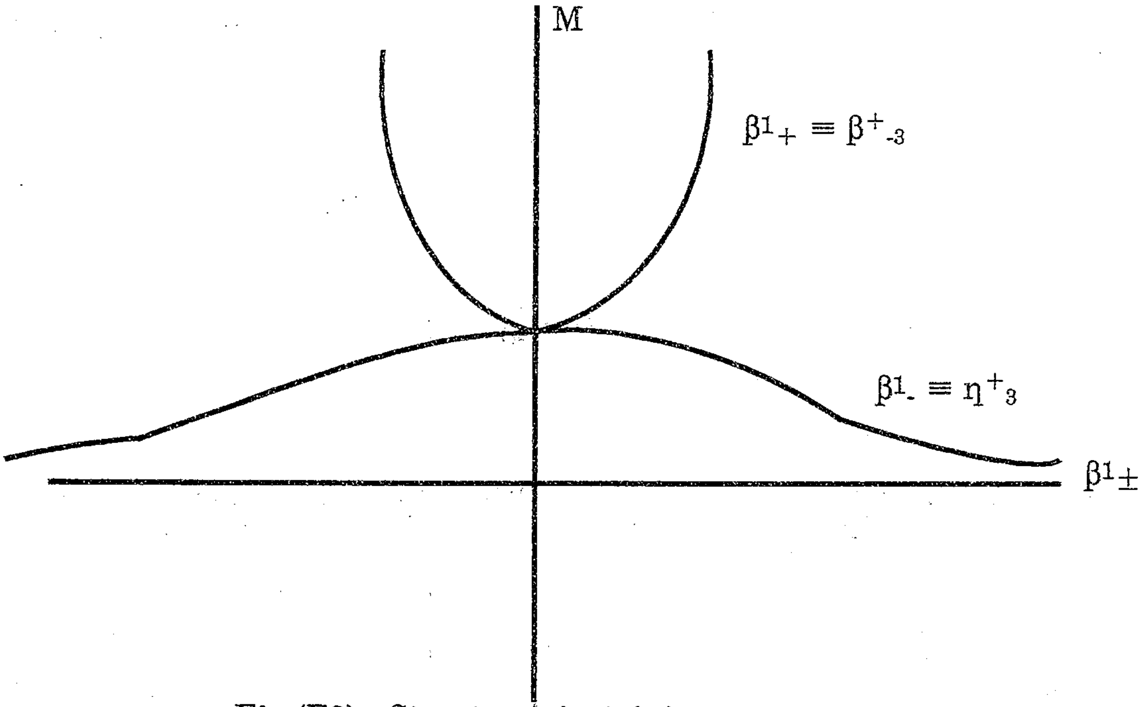


Fig.(F3) Structure einsteinienne

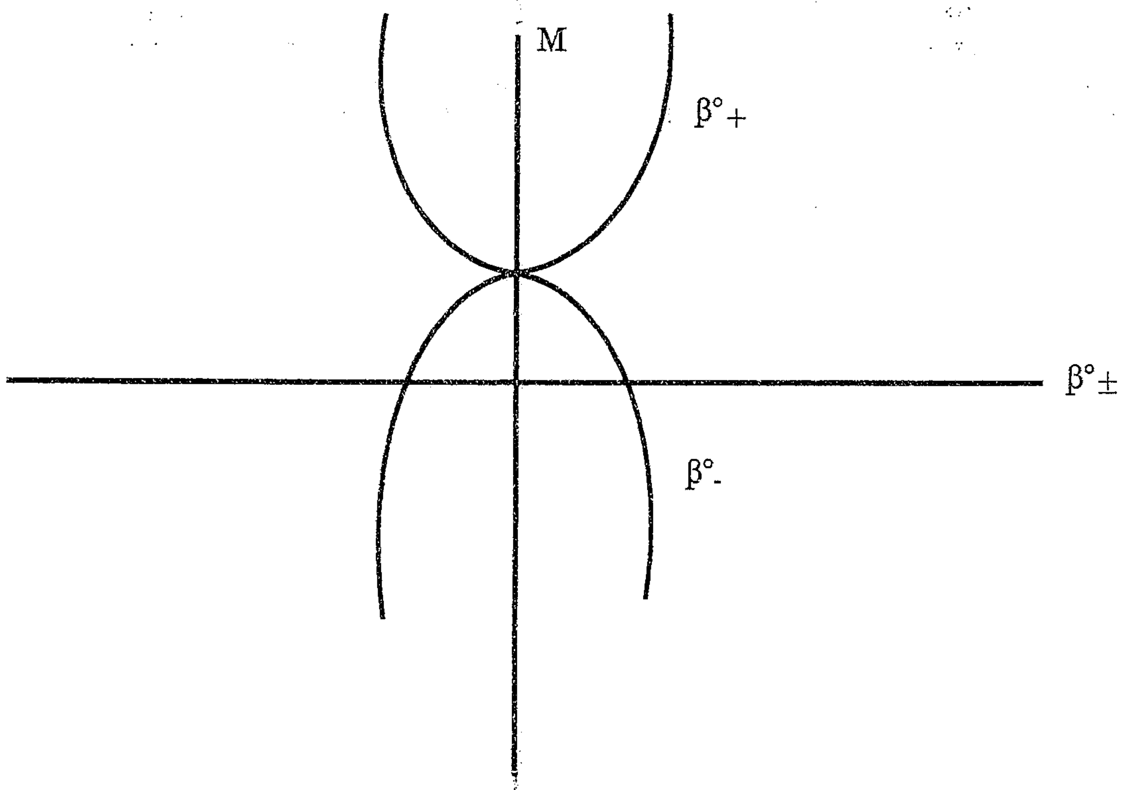


Fig. (F4) Structure newtonienne

La prise en compte de deux points fixes (M, β_K) $\equiv$ ($\pm$1,0) conduit à l'extension des 16 équations données dans les équations (F.20) - (F.35) comme suit :

$$M = \frac{\pm 1}{\sqrt{1-\left(\beta^{\pm}_{-3}\right)^2}} = \pm\, sec\beta^{\pm}_{-1} = \pm\, ch\,\beta^{\pm}_{1} = \pm\sqrt{1+\left(\beta^{\pm}_{3}\right)^2} \quad \text{(F.43)}$$

$$Q = \pm\frac{\left(\beta^{\pm}_{-3}\right)^2}{\sqrt{1-\left(\beta^{\pm}_{-3}\right)^2}} = \pm\, tg\,\beta^{\pm}_{-1} = \pm sh\,\beta^{\pm}_{1} = \pm\,\beta^{\pm}_{3} \quad \text{(F.44)}$$

$$M = \pm\frac{1}{\sqrt{1+\left(\eta^{\pm}_{3}\right)^2}} = \pm\, sech\,\eta^{\pm}_{-1} = \pm\, cos\,\eta^{\pm}_{-1} = \pm\sqrt{1-\left(\eta^{\pm}_{-3}\right)^2} \quad \text{(F.45)}$$

$$S = \frac{\pm\,\eta^{\pm}_{3}}{\sqrt{1+\left(\eta^{\pm}_{3}\right)^2}} = \pm\, th\,\eta^{\pm}_{1} = \pm\, sin\,\eta^{\pm}_{-1} = \pm\,\eta^{\pm}_{-3} \quad \text{(F.46)}$$

L'allure générale des Fig. F5 et F6 est instructive du point de vue qualitatif où l'on perçoit l'ordre multiple ainsi que les diverses symétries tels les caractères pair et impair des fonctions qui lient les monades et co-monades aux perceptions. Ainsi on peut vérifier immédiatement les symétries suivantes :

$$M = R\left(\beta^{\pm}_{K}\right) = R\left(-\beta^{\pm}_{K}\right) \quad \text{(F.47)}$$

$$M = L\left(\eta^{\pm}_{K}\right) = L\left(-\eta^{\pm}_{K}\right) \quad \text{(F.48)}$$

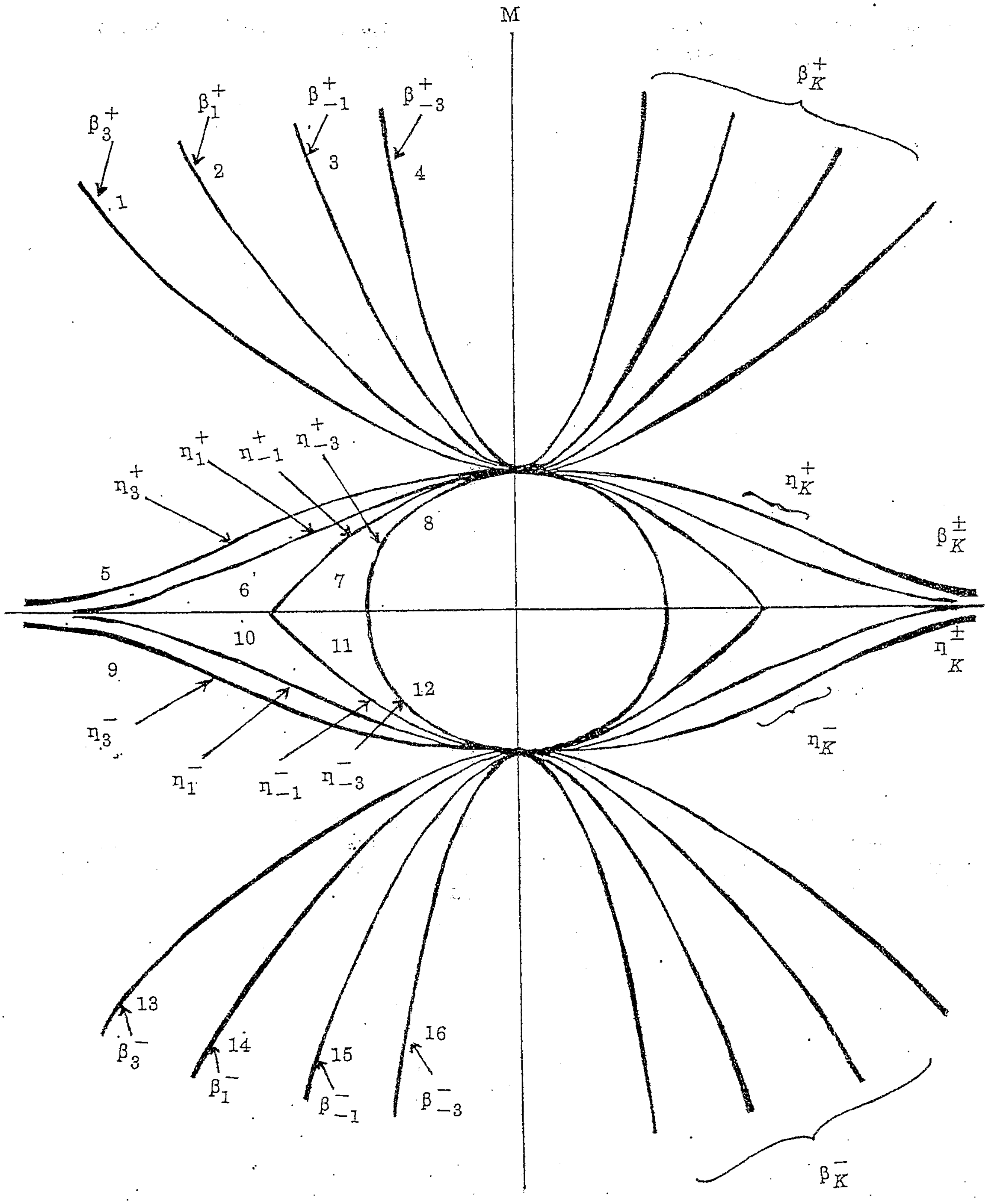
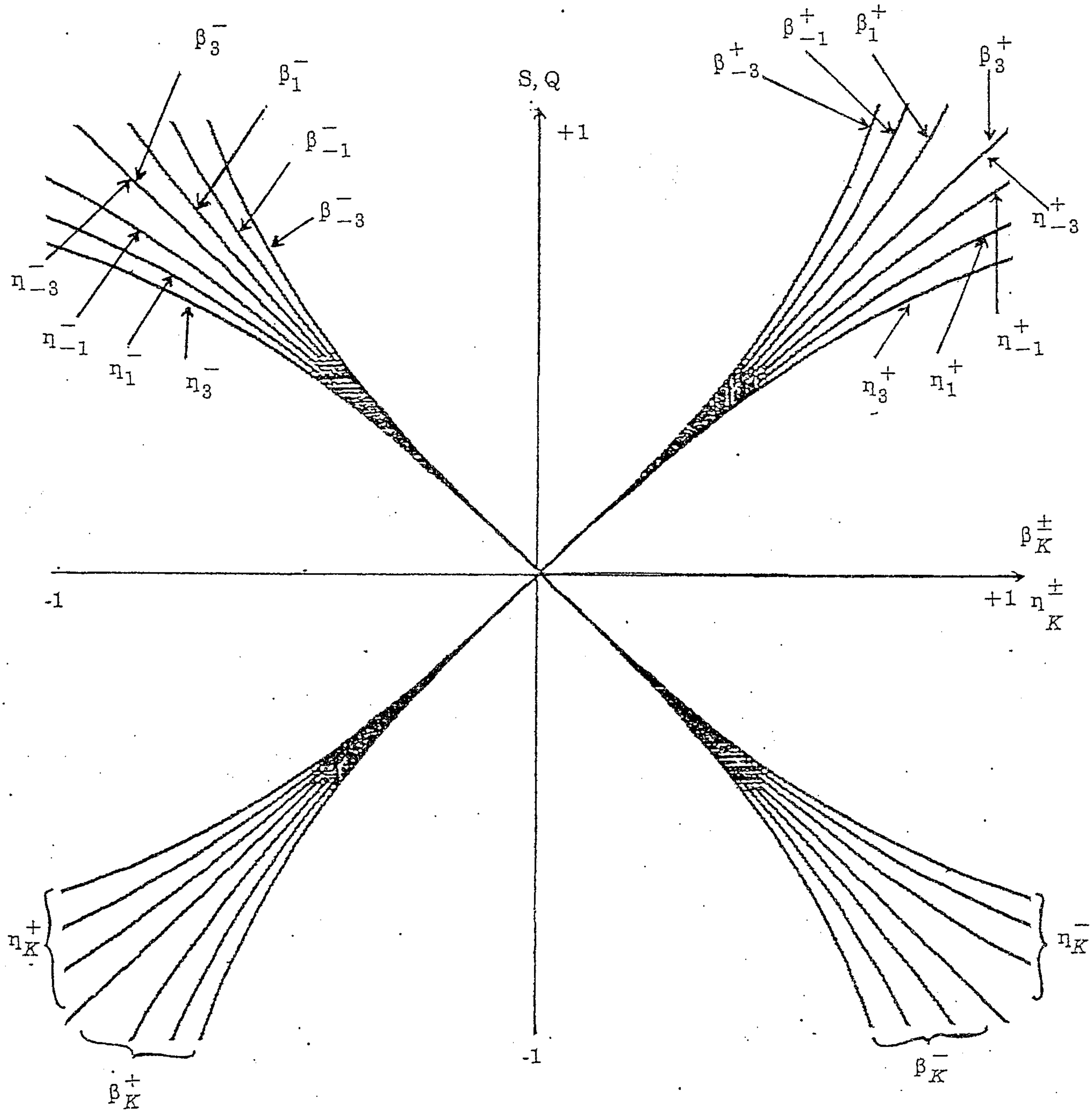

M
β_3^+
β_1^+
β_{-1}^+
β_{-3}^+
β_K^+
1
2
3
4
η_1^+
η_{-1}^+
η_{-3}^+
η_3^+
η_K^+
$\beta_K^\pm$
5
6
7
8
10
11
9
12
$\eta_K^\pm$
η_3^-
η_1^-
η_{-1}^-
η_{-3}^-
η_K^-
13
β_3^-
14
β_1^-
15
β_{-1}^-
16
β_{-3}^-
β_K^-

Fig. (F5)



S, Q
+1
-1
-1
+1
β_{3}^{-}
β_{1}^{-}
β_{-1}^{-}
β_{-3}^{-}
η_{-3}^{-}
η_{-1}^{-}
η_{1}^{-}
η_{3}^{-}
β_{-3}^{+}
β_{-1}^{+}
β_{1}^{+}
β_{3}^{+}
η_{-3}^{+}
η_{-1}^{+}
η_{1}^{+}
η_{3}^{+}
$\beta_{K}^{\pm}$
$\eta_{K}^{\pm}$
η_{K}^{+}
β_{K}^{+}
η_{K}^{-}
β_{K}^{-}

Fig. (F6)

ainsi que

$$Q = F\left(\beta_K^{\pm}\right) = -F\left(-\beta_K^{\pm}\right) \tag{F.49}$$

$$S = G\left(\eta_K^{\pm}\right) = -G\left(-\eta_K^{\pm}\right) \tag{F.50}$$

De même, les points fixes qui décrivent l'état de repos de la dynamique et l'état d'équilibre de la statique sont bien apparents. Par contre, cette vision globale et qualitative n'est pas suffisamment précise pour distinguer la manière dont les courbes se comportent localement et plus particulièrement aux extrêmes.

C'est bien sûr souvent le prix à payer lorsqu'il s'agit de regarder l'architecture globale essentielle à l'intelligibilité. Cependant, pour les détails, il suffit de se référer aux expressions algébriques. C'est ainsi que l'on notera que les courbes associées à $\beta^{\pm}_{+3}$ et $\eta^{\pm}_{-3}$ apparaissent confondues sur la Fig. F6. En particulier le domaine de définition de $\beta^{\pm}_{+3}$ est infini alors que celui de $\eta^{\pm}_{-3}$ est fini ($\eta^{\pm}_{-3} \in [-1, 1]$). On peut voir ceci clairement sur la Fig. F5 où $\beta^{\pm}_{3}$(courbes n° 1,13) est une hyperbole alors que η^{+}_{-3} (courbes n° 8,12) n'est autre que le cercle unité.

Afin de gagner en clarté sans perdre une vue globale, nous avons introduit des notations compactes de telle sorte qu'une distinction nette et claire soit faite quant à la différenciation entre les paramètres finis et infinis.

En effet, on notera que le domaine de définition des $\eta^{\pm}_{K}$ et $\beta^{\pm}_{K}$ est infini pour $K>0$ et fini pour $K<0$ soit $K = -3, -1$, si l'on se refère à la Fig. F5.

Lien avec certaines théories physiques

A ce stade de la discussion il est utile de noter certains liens avec quelques éléments de base que l'on trouve dans diverses démarches. En effet, la courbe n° 1 peut être associée au lien entre l'énergie totale et le mouvement propre puisqu'elle est de la forme suivante :

$$M = \sqrt{1+\left(\beta_3^{+}\right)^2} \longleftrightarrow E = E_o\sqrt{1+\frac{u^2}{c^2}} \tag{F.51}$$

La courbe n° 2 n'est autre que celle qui exprime l'expression de l'énergie totale avec le concept de rapidité*

*Cl. Comte montre que ce paramètre additif peut aussi décrire des situations statiques où il est alors associé à une distance entre deux points.

$$M = ch\beta_1 \Leftrightarrow E = E_o \, chx \tag{F.52}$$

La courbe n°3 correspond au lien de l'énergie totale avec la vitesse de propagation de l'énergie.

$$M = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\beta^{+}_{-3}\right)^2}} \longleftrightarrow E = \frac{E_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{F.53}$$

La courbe n° 7 est rencontrée dans la statique des rotations (voir le texte principal à ce sujet)

$$M = \cos \eta^{+}_{-1} \longleftrightarrow F = F_o \cos\theta \tag{F.54}$$

La courbe n° 13 est celle qui a permis à Dirac d'introduire le concept d'antiparticule afin d'éliminer la possibilité d'avoir des énergies négatives puisque l'on a :

$$M = -\sqrt{1+\left(\beta_3^-\right)^2} \longleftrightarrow E = -E_o\sqrt{1+\frac{u^2}{c^2}} = -\sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} \tag{F.55}$$

Dans le présent contexte on s'est concentré sur le point fixe $(M, \beta_R) = (1, 0)$ et grâce à certains principes généraux, on a construit des structures multiples qu'on lie à certaines relations rencontrées en physique. Dans ce cadre, on est parti d'une vision qualitative moins contraignante que celle utilisée usuellement. Ceci nous a permis d'étendre le domaine de validité des théories précédentes tout en restant proche d'un certain réalisme et d'une certaine forme de sens commun. Les relations et structures résultantes peuvent être étendues de manière naturelle par la simple extension des domaines de définition des paramètres introduits telle la monade. C'est ainsi, qu'en passant de $0<M<\infty$ à $-\infty<M<+\infty$ on a pu rendre compte de l'équation (F.55) où le point fixe passe de $(M, \beta_R) = (1,0)$ à $(M, \beta_R) = (-1, 0)$. Si maintenant on considère le point fixe $(M, \beta_R) = (i, 0)$ alors la combinaison des équations (F.6) et (F.7) conduit à $C_{1\ell} = i^{1+\ell}/(1+\ell)$. En particulier, pour $(k, \ell) = (1,1)$ l'équation (F.6) prend la forme suivante :

$$M^2\left[1-\beta_R^2\right] = -1 \tag{F.56}$$

En posant

$$M = \frac{E}{mc^2} \qquad \beta_R = \frac{V_R}{c} \tag{F.57}$$

On obtient l'équation des tachyons suivante :

$$E^2 \left[\frac{V_R^2}{c^2} - 1 \right] = m^2 c^4 \tag{F.58}$$

où par opposition à une particule matérielle cette nouvelle entité se déplace toujours à une vitesse supérieure à celle de la lumière.

D'autres points fixes peuvent être pris en compte. Ainsi si l'on pose $(M, \beta_R) = (1,\infty)$, on peut se ramener à :

$$\beta_R = \frac{M}{\sqrt{M^2 - 1}}, \quad \beta_{R+P} = \int_1^M x^P \beta'_R(x)\, dx \tag{F.59}$$

soit pour $P \neq 2$ on a :

$$\beta_{R+P} = -\int_1^M \frac{x^P}{\left(x^2 - 1\right)^{3/2}} dx = \frac{M^{P-1}}{(p-2)\sqrt{M^2 - 1}} - \frac{P-1}{P-2} \beta_{R+P-2} \tag{F.60}$$

Une troisième construction équivalente des structures Leibniziennes multiples et comparaison avec les deux premières.

Dans cette annexe nous avons mis en évidence la possibilité de construire les multiplicités Leibniziennes par deux procédés différents mais équivalents dans la mesure où ils conduisent au même résultat. Cependant, l'ensemble des possibles

$$\frac{\beta'_{R+P}(M)}{\beta'_R(M)} = M^P \quad , \quad \beta_R = \frac{dM}{dQ} = \frac{Q^k}{M^\ell} \quad , \ k, \ell, P \in Z \tag{F.61}$$

reste inchangé, c'est la manière de déterminer k, ℓ et P grâce à des critères ou principes d'exclusions qui diffère. En particulier, le critère de parité évoqué dans le passage de (F.6) à (F.7) est très contraignant puisqu'il permet la détermination de $k=1$ de façon directe. Il remplace ainsi la condition (F.5) et le critère d'intégrabilité donné dans le texte principal. Par contre, dans les deux cas, l'exigence du non extremum $\beta'_{R+P}(M)>0$ pour $M>1$ et $\beta'_{R+P}(M)<0$ pour $0<M<1$ reste essentielle quant à la détermination de ℓ. Du point de vue de la physique, les critères de parité et de non extremum, garantissent une intelligibilité directe. Par contre du point de vue de la construction géométrique, le passage du point fixe local aux courbes globales nous a amené à adopter le critère local (F.5). Dans ce qui suit nous allons aborder une troisième manière de construire la caractéristique universelle leibnizienne multiple en partant de la structure newtonnienne qui correspond à $P=0$, $\ell=0$ et $k=1$.
En effet, dans ce cas dégénéré le monde des possibles (F. 61) se réduit à

$$\frac{\beta'_R(M)}{\beta'_R(M)} = 1 \quad et \quad \beta_R = \frac{dM}{d\beta_R} \Rightarrow M - 1 = \frac{\beta_R^2}{2} \tag{F.62}$$

où l'on a pris en compte (M, β_R) = (1, 0) qui n'est autre que la condition du point fixe.

Une généralisation naturelle de (F.62) consiste à poser

$$\frac{\beta'_{R+P}(M)}{\beta'_R(M)} = M^P \quad et \quad \beta_R(K) = \frac{dM}{d\beta_{R-K}(K)} \qquad ,P,\ K \in Z \tag{F.63}$$

de sorte que pour K=0, P=0 on retrouve (F.62).

En procédant ainsi on remplace $(F.61)_2$ par $(F.63)_2$ et le concept de co-monade disparaît des équations (F.63). Une telle généralisation conduit à

$$M^{1+K} - \frac{1+K}{2}\beta_R^2(M) = 1 \qquad K \neq -1 \tag{F.64}$$

si l'on intègre les équations (F.63) et l'on prend en compte la condition du point fixe (M, β_K) = (1, 0), on peut immédiatement noter qu'une telle écriture est déjà très contraignante puisque le critère de parité est identiquement satisfait. Quant à la détermination des valeurs admissibles de K, le critère d'intégrabilité est ici suffisant. En effet, compte tenu de (F.63) et (F.64), on peut avoir la perception d'ordre R+P comme suit

$$\beta_{R+P}(K) = \pm \int \frac{M^{P+K}\,dM}{\sqrt{\frac{2}{1+K}\left[M^{1+K} - 1\right]}} \tag{F.65}$$

En utilisant la même procédure que celle donnée dans le texte principal, on montre que pour obtenir la perception β_{R+1} connaissant β_R l'équation (F.65) avec P=1 est intégrable seulement pour

$$K = -3, -2, 0, 1 \tag{F.66}$$

La substitution de ces valeurs dans l'équation (F.64) conduit à

$$\frac{1}{M^2} + \beta_R^2(-3) = 1 \tag{F.67}$$

$$\frac{1}{M}+\frac{1}{2}\,\beta_R^2\,(-2)=1 \tag{F.68}$$

$$M-\frac{1}{2}\,\beta_R^2\,(0)=1 \tag{F.69}$$

$$M^2-\beta_R^2\,(1)=1 \tag{F.70}$$

On peut facilement noter que lorsque M→1 (F.70) se réduit à (F.69) et (F.67) mène à (F.68). Ainsi, en gardant (F.67) et (F.70) et compte tenu de $(F.63)_2$, (F.43) et (F.44) il vient

$$\beta_R\,(-3)=\pm\sqrt{1-\frac{1}{M^2}}=\frac{dM}{d\beta_{R+3}(-3)} \tag{F.71}$$

et

$$\beta_R\,(1)=\pm\sqrt{M^2-1}=\frac{dM}{d\beta_{R-1}(1)} \qquad \equiv Q \tag{F.72}$$

L'intégration de (F.71) conduit aux identifications suivantes :

$$\beta_{R+3}\,(-3)\equiv\beta_R(1)\quad\equiv Q \tag{F.73}$$

Ainsi les équations (F.71) et (F.72) ne sont pas indépendantes et l'obtention des différentes perceptions peut être obtenue soit en prenant K=-3 soit K=1. Ce fait peut être vérifié sur l'équation (F.65) où l'on a exactement la même structure générale

$$\beta_{R+P}\,(-3)=\pm\int\frac{M^{P-2}}{\sqrt{M^2-1}}\,dM \tag{F.74}$$

et

$$\beta_{R+P}(+1) = \pm \int \frac{M^{P+1}}{\sqrt{M^2-1}} dM \tag{F.75}$$

d'où l'on tire

$$\beta_{R+P+3}(-3) \equiv \beta_{R+P}(1) \tag{F.76}$$

Bien entendu pour P=0 on retrouve l'équation (F.73). Ce fait est typique des structures leibniziennes où il n'existe pas de point de départ privilégié. En effet si l'on compare (F.71) aux solutions données dans le texte principal il correspond à

$$\beta_R(-3) \equiv \beta_{-3} = \frac{dM}{d\beta_3} \ , \ \beta_3 = \pm\sqrt{M^2-1} \tag{F.75}$$

si l'on considère (F.72) il est associé à

$$\beta_R(1) \equiv \beta_3 = \frac{dM}{d\beta_2} \qquad , \beta_2 = \pm \, ArgchM \tag{F.76}$$

Dans le cadre de la dynamique relativiste associée aux translations, l'approche classique privilégie la perception β_{-3}

$$\beta_{-3} \equiv \frac{1}{c}\frac{dx}{dt} = \frac{1}{c}\frac{dE}{dp} = c\frac{P}{E} \tag{F.77}$$

Les géomètres privilégient β_3 qui ouvre le chemin à la métrique non euclidienne et à la gravitation.

$$g_{\alpha\beta}\ \beta_3^{\alpha}\ \beta_3{}^{\beta} = 1 \qquad , \ \beta_3^{\alpha} \equiv \frac{1}{c}\frac{dx^{\alpha}}{d\tau} \tag{F.78}$$

Les récents développements donnés par Levy Leblond et Comte et utilisant la théorie des groupes privilégie le concept de rapidité dont la propriété d'additivité est essentielle.

Dans la présente approche à multiple points de vue et particulièrement dans cette annexe nous avons adopté différentes méthodes généralisant le monde newtonien. Divers critères physiques (critère de parité et de non extremum) géométriques telle la ligne droite qui devient une simple tengante à une multiplicité des courbes, ou formel ($\beta_R \rightarrow \beta_{R-K}$ avec $K \neq 0$ voir (F.63)) ont été établis. Outre l'intérêt d'aborder un sujet suivant des angles différents (ici : physique, géométrique et formel), quant à l'intelligibilité qui en découle, il existe un intérêt particulier qui consiste à voir la structure commune à toutes ces démarches. Pour cela, il suffit de récapituler brièvement dans un tableau les différents principes et critères utilisés dans chaque démarche :

<table>
<tr><td>Démarches

Physique</td><td>Critère du point

Fixe : $\beta^{(1)}_{R+P} = 0$</td><td colspan="2">Critère de Parité

$f(M,\beta_R) = f(M,-\beta_R)$</td><td>$\beta_R = Q^k/M^\ell = dM/dQ$</td><td>$\beta'_{R+P}(M) / \beta'_R(M) = M^P$</td><td>$\beta'_{R+P}(M) \neq 0$</td></tr>
<tr><td>Géométrique</td><td>Critère du point

Fixe : $\beta^{(1)}_{R+P} = 0$</td><td>Critère Local

$\beta'_{R+P}(1) = \infty$</td><td>Critère d'intégrabilité</td><td>$\beta_R = Q^k/M^\ell = dM/dQ$</td><td>$\beta'_{R+P}(M) / \beta'_R(M) = M^P$</td><td>$\beta'_{R+P}(M) \neq 0$</td></tr>
<tr><td>Formelle</td><td>Critère du point

Fixe : $\beta^{(1)}_{R+P} = 0$</td><td>Critère d'identification

$\beta_R(1) \equiv Q$</td><td>Critère d'intégrabilité</td><td>$\beta_R(k) = dM/d\beta_{R-k}(k)$</td><td>$\beta'_{R+P}(M) / \beta'_R(M) = M^P$</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
</table>

On notera que seules les cases 1 et 5 sont communes aux trois démarches rappelées ci-dessus. En particulier, la formule commune présente dans les cases 5 et régissant la multiplicité des points de vue est typiquement leibnizienne. Elle a été construite à partir d'une procédure d'identification de manière à assurer une certaine harmonie entre les courbes (non croisement sauf au point fixe). C'est la formule de base de la relativité leibnizienne multiple et que l'on ne rencontre pas dans les démarches antérieures. Bien entendu, cette formule permet le passage d'un point de vue à un autre par voie déductive contrairement aux autres approches. C'est en quelque sorte une approche qui rend compte d'un ordre multiple et qui présente une architecture globale où le raisonnement porte simultanément sur des multifonctions ou courbes multiples et non sur des fonctions et courbes uniques. Cette pensée systémique leibnizienne a été saluée par certains et critiquée par d'autres. Les premiers l'ont considéré plus riche que la pensée physique traditionnelle, les seconds qualitative et confuse. En effet, il faut reconnaître que l'héritage de Leibniz pour ce qui est de la physique mathématique n'est pas comparable au "principia" de Newton. Cependant, il est regrettable de constater que les premiers relativistes modernes E. Mach et A. Einstein ne se soient pas réclamés historiquement de Huygens et de Leibniz qui ont largement critiqué l'absolutisme newtonien. Cela n'est pas très surprenant quand on voit le cloisonnement des disciplines scientifiques face à l'histoire et à la philosophie des sciences. A la connaissance de l'auteur, E. Mach ne semble pas avoir été au courant de l'opposition radicale entre Leibniz et Newton. Quant à A. Einstein, il rattache son système à la mécanique classique de Newton, et se réclame proche des idées de Mach dont il s'inspire. Durant toute la période où les théories, de la relativité "restreinte" et "générale", ont été élaborées, leur fondateur évoque Newton sans soupçonner le moins du monde l'existence sur le continent de deux représentants et précurseurs du relativisme qui se sont opposés fermement et avec raison à la pensée absolutiste newtonienne. La présente approche qui se situe à la frontière de la physique et de la philosophie, cherche entre autre choses à rendre justice à Huygens et plus particulièrement à Leibniz, que ni la physique ni l'histoire des sciences n'ont dit leur dernier mot à son sujet.

Naoum DAHER
LPMO - CNRS
32 avenue de l'Observatoire
25000 Besançon

REFERENCES

"Le nombre des livres et la confusion des choses nous effraie".

Leibniz

"La multitude des auteurs qui deviendra infinie en peu de temps les exposera tous ensemble au danger d'un oubli général".

Leibniz

REFERENCES

[1] Max Jammer : "Concepts of space" Harvard university press (1970).

[2] Texte sur Leibniz dans "L'Enciclopedia Universalis"

[3] Michel Serres : "Le systeme de Leibniz et ses modèles mathématiques" P.U.F. 2 vol. , 1968.

[4] Leibniz : "La monadologie" (librairie Delagrave)

[5] Platon : Théètête, Phédon, République Ed. Garnier.
Georges Pascal "Les grands textes de la philosophie" Bordas 1968

[6] Pierre Costabel : "Leibniz et la dynamique" Histoire de la pensée 1960.

[7] D. P Walker : "Leibniz and language" Journal of the warburg and courtauld institut, 35, 1972.

[8] G Gale : Theory and practice in science : Leibniz, conservation principles and the Gap between theory and experiment. S. L supplementa 22, 1982.

[9] G Gale : "Leibniz, Chew and Wheeler on the identity of physical and philosophical inquiry" Review of metaphysics 1975 T 29.

[10] Carolyn Iltis, "the Leibnizian-Newtonian debates" British journ. of the hist. of sci. 1973 V 6.

[11] Ernst Mach Physicist and philosopher V Boston studies volume VI
Edited by Roberts S. Cohen and Raymond J. Seeger (1970).

[12] M. A. Sinaceur : "Systématicité Leibnizienne" Critique, 1970.

[13]R. A. Sorensen : "Nuclear moment of inertia at high spin" Reviews of modern physics, vol. 45 n° 3, (1973).

[14] S. M Harris : "Higher order corrections to the crankling model" Physical review vol. 138 n° 3B, (1965).

[15] M. Carmeli : "Fast-rotating particles" lettere al nuovo cimento" Vol. 41, n° 17, 22 dicember 1984.

[16] M. Carmeli : "The dynamics of rapidly rotating bodies" Foundations of physics, vol. 15, n° 8, 1985.

[17] J. B. Barbour : "Relational concepts of space and time" Brit. J. Phil. Sci. 33 (1982) 251-274.

[18] J. B. Barbour : "Philosophical principles and the problem of motion", philosophy of science vol. 1 (1983).

[19] Chana B. Cox : "a defence of Leibniz's spatial relativism" Stud. Hist. Phil. Sci. 6 (1975) n° 2.

[20] Howard R. Bernstein, "passivity and inertia in Leibniz's dynamics". Studia Leibnitiana, band XIII/I (1981).

[21] Lois Frankel : "Leibniz : on the foundations of space and time" Nature and system 3 (1981), 91-98.

[22] J. M Levy- Leblond : "Speeds" Am. J. Phys. 48 (5) may 1980.

[23] R. Nataf : "Introduction à la physique des particules" Masson 1987.

[24] Taylor E. F et Wheeler J. A "A la découverte de l'espace-temps" Dunot (1970).

[25] C. Comte Thèse de doctorat, université de Strasbourg 1983.

[26] "Logique et connaissance scientifique". Encyclopédie la pléiade - Ed. Gallimard (1967).

[27] Ouvrage collectif : "Penser les mathématiques" Ed. Seuil (1982)

[28] Parmentier "Naissance du calcul différentiel" Librairie philosophique J. Vrin 1989.

[29] M. Carmeli, "$R \times S^3$ special theory of relativy" Foundation of physics, vol. 15 n° 12 (1983).

[30] C.Comte "the fundamental role of the reference frame revisited". (Copie distribuée à l'occasion d'un exposé à Besançon).

[31] R. Penrose : "The apparent shape of a relativistically moving sphere" Proceedings of the cambridge philosophical society. Mathematics and physics 1959 vol 55.

[32] J. Terrell : "Invisibility of the Lorentz contraction" Phys. Rev. vol. 116 n° 4, nov. 1959.

[33] J. M Levy-leblond : "What is so special about relativity" ? Lecture notes in physics 1976 T90.

[34] M. H. Mc Gregor ; "Generalization of the postulates of special relativity" Lettere al nuovo cimento Vol 43 n°1, Maggio 1985.

[35] Iwo Bialynicki Birula dans "Quantum concepts of space and time" Page 226 edited by R. Penrose and C. J Isham. Oxford Science Publication Clarendon Press. Oxford 1986.

[36] Holton "Introduction to concepts and theories in physical science" Addison Wesley (1952).

[37] Landau et Lifchitz, "Mécanique". Physique théorique Ed. Moscou.

[38] I. Ozsvath et E. L. Schücking, Ann. Phys. (N. Y) 55, 166 (1969)

[39] M. P. Ryan, Jr. et L. C. Shepley, homogeneous relativistic cosmologies (Princeton University press, princeton, New Jersey, 1975).

[40] M. Carmeli, Ch. Charach and A. Feinstein : "Inhomogeneous mixmaster universes : some exact solutions". Annals of physics 150, 392 - 412 (1983).

[41] J. J. Routh : in the advanced part of a treatise on the dynamics of a system of rigid bodies, 6th edition (Mac Millan, London, 1905).

[42] H. Hertz : "The principles of mechanics" Dover publication (1956).

[43] A. P. French : "Vibration and waves" Nelson (1971).

[44] J. M. Vigoureux, "The use of Einstein's addition law in studies of reflection by stratified planar structures". (Physique Théorique, Besançon).

[45] Ouvrage collectif "l'espace et le temps aujourd'hui" Ed. Seuil (1983).

[46] Ouvrage collectif : " La matière aujourd'hui" Ed. Seuil (1981).

TABLE DES MATIERES

PHILOSOPHIE RELATIONNISTE ET PHYSIQUE INTRINSEQUE (RELATIVITE LEIBNIZIENNE) 73

Références 95

PHYSIQUE ET PHILOSOPHIE, CARACTERISTIQUE UNIVERSELLE LEIBNIZIENNE ET STRUCTURES MULTIPLES 97

Introduction et idées de base 101

I - POSITION DES PROBLEMES : PHYSIQUE, PHILOSOPHIQUE ET MATHEMATIQUE 111

1 - Position du problème physique 112

2 - Position du problème philosophique 116

3 - Position du problème mathématique 127

II - STRUCTURES MULTIPLES ET REALITE PHYSIQUE 157

4 - Application de la "caractéristique universelle" à la physique des translations 158

5 - Représentation géométrique grâce au cercle 169

6 - Application de la "caractéristique universelle" à la physique des rotations 173

7 - Application de la "caractéristique universelle" à la statique 182

8 - Interactions électromagnétiques 187

9 - Interactions gravitationnelles 194

10 - Lagrangiens et problèmes associés à des rotations rapides 198

11 - Extension de la présente approche énergétique à des phénomènes électro-magnétiques 202

Conclusion 208

ANNEXES 209

A - Relation de la démarche leibnizienne avec celles de Newton, Lagrange et Einstein et ouverture à d'autres voies. 210

B - Sur le concept de temps 213

C - Sur la matière 215

D - Mise en évidence des structures newtonienne et einsteinienne comme cas particuliers des structures leibniziennes 217

E - Structures découplées et dégénéré 222

F - Autres constructions équivalentes des structures leibniziennes et extensions à de nouvelles structures 224

Références 245