LA CATASTROPHE PEDAGOGIQUE

Non, il ne s'agit pas d'une catastrophe élémentaire à rajouter à la liste de R. Thom. Le groupe "Epiphymaths" s'est réuni, il y a déjà bien longtemps, au sujet de la théorie de R. Thom. Depuis est paru l'excellent petit livre de Ivar Ekeland : "Le Calcul, l'Imprévu. Les figures de Képler à Thom" (Editions du Seuil, Points Sciences).

Souvent les textes sur la théorie des catastrophes sont centrés sur "la zoologie des catastrophes élémentaires". Ce qui est fondamental dans le petit livre de Ekeland, c'est que son auteur n'est pas tombé dans ce piège et situe au contraire la théorie des catastrophes dans une évolution historique et épistémologique qui lui confère son vrai sens : la théorie des catastrophes n'est pas un "gadget de plus", c'est l'aboutissement d'une longue évolution marquée en son milieu par H. Poincaré.

Le but de ces quelques lignes n'est pas de parler de la théorie de Thom, mais de la catastrophe pédagogique qu'a engendré la réforme des mathématiques modernes à l'université. Si la théorie des ensembles a été vécue comme un soulagement par certains mathématiciens issus du siècle précédent, cette théorie, enseignée à l'université, a été responsable de l'enfermement des mentalités dans un idéalisme béat qui fait pendant au déterminisme laplacien aussi béat.

Parler d'un tel parallélisme exige évidemment qu'on fasse abstraction du temps historique. En effet, n'est-il pas étonnant que, d'un côté, le déterminisme laplacien est dépassé depuis longtemps et de loin par les travaux de H. Poincaré et que de l'autre côté, la théorie des ensembles, postérieure à ces travaux, replonge les mentalités d'une partie de la "communauté" mathématique et en tous cas la totalité de l'enseignement des mathématiques, à travers la croyance "dure comme fer" dans l'existence des idéalités mathématiques, dans une problématique dépassée depuis longtemps.

Ainsi voit-on encore pendant les années 80 (sinon 90) des cours de maîtrise sur les équations différentielles (c'est-à-dire sur "les systèmes dynamiques") centrer tous leurs efforts sur le "théorème d'existence et d'unicité".

Après cet effort considérable, on assiste à un forfait généralisé. En effet, l'exigence de rigueur, sans laquelle, dit-on, il n'y a plus de mathématiques, mène vite à l'épuisement des forces.

Mais, n'est-il pas inquiétant de remarquer que la démonstration de ce fameux théorème (qu'on peut trouver par exemple dans le livre bien connu de H. Cartan : "Calcul différentiel"), n'est rien d'autre que la méthode de la tangente d'Euler ! Nous ne voulons pas dire que cette démonstration n'a pas d'intérêt : elle est même utilisable pour un calcul numérique, contrairement à d'autres démonstrations qui n'ont aucune espèce d'effectivité. Nous voulons seulement souligner que l'agrégé type dernier cru n'est pas conceptuellement plus avancé que L. Euler, il y a plus de deux siècles.

La théorie des ensembles a eu l'adhésion de la quasi-totalité des mathématiciens. Acceptons de nous mettre du même côté, mais refusons néanmoins de considérer les mathématiques comme un jeu gratuit : c'est-à-dire, sans rentrer dans des considérations sur le rapport ontologique entre mathématiques et physique, nous demandons que les mathématiques "puissent servir" à d'autres sciences comme la physique pour qui la langue naïve n'est pas suffisante.

Que répondre alors au physicien qui fait trivialement remarquer qu'il n'a jamais écrit ou utilisé (dans ses mesures) autre chose que des nombres rationnels ? Souvent c'est le physicien qui vient lui-même au secours du mathématicien en lui disant que des éléments "idéels", sans existence physique, ne sont pas une gêne pour lui : il a l'habitude de telles entités. Par contre, les données, les mesures n'étant jamais exactes, se posent pour le physicien de façon vitale, la question de la sensibilité aux conditions initiales, la possibilité (ou son contraire) de prédiction au "long" terme, les questions de stabilité structurelle.

Les mathématiques (du continu), formulées à l'intérieur de la théorie des ensembles, forment un modèle qui n'a aucune valeur pratique si ne sont développées, en même temps que les fondements de l'analyse, les questions qu'on pourrait dénommer de façon générique, de "stabilité structurelle".

Cette exigence fondamentale est devenue deux fois incontournables depuis l'avènement des calculateurs. Il nous semble que dans la situation d'inculture mathématique où se trouve un grand nombre de scientifiques (mathématiciens compris), beaucoup de calculs sont totalement dénués de sens.

Une autre façon d'être scientifiquement cohérent consiste à refuser certaines idéalités mathématiques et de faire des mathématiques constructives, plus en accord avec le fonctionnement effectif des calculateurs. Il est clair que cette démarche est minoritaire parmi les mathématiciens : elle n'en demeure pas moins fondamentale.

Le grand responsable de la situation de catastrophe pédagogique est l'exigence de "rigueur". Pour sortir de la sous-culture mathématique il n'y a qu'une solution :

renoncer à une rigueur parfaite et trouver des raccourcis et des voies de synthèse. Si le mathématicien professionnel (cette espèce est relativement rare) se doit une rigueur absolue dans la vérification de ce qu'il a imaginé, il n'en est rien pour les autres.

Quando quoque va-t-on comprendre cela !

Séminaire EPIPHYMATHS
H. Lombardi, J. Merker