# DE LA NATURE DU $\psi$

1. La question n'est pas oiseuse !

La mécanique quantique ayant à sa disposition un formalisme à toute épreuve, résistant à toutes les épreuves expérimentales, nombre de physiciens ne se posent plus la question des fondements de leur formalisme. Laissant à d'autres, à des non physiciens ou pseudo-physiciens le farfouillage intellectuel des "fondements", le vrai physicien, lui, se consacre à la vraie physique.

Faisons donc, au sens de ces physiciens, de la physique oiseuse, et regardons de près la phrase :

"Soit $\psi$ l'état associé au système".

Quoi de plus anodin que cette phrase ! En général on sous-entend le mot "micro-système", mais souvent il est dit explicitement que le système peut aussi bien être un "macrosystème", ce qui veut dire qu'on se permet d'associer un "$\psi$" à n'importe quel système.

Il n'est alors pas étonnant de voir des auteurs, et non des moindres (V. Neumann, de Broglie, Wigner et coetera...), associer du "$\psi$" à la conscience de l'observateur et de clamer la généralité absolue du formalisme de la mécanique quantique qui pourrait alors s'appliquer aussi bien à la psychologie humaine, à la biologie, ... et pourquoi pas, à la religion ...

Pour bien dégager le fondé de ces vues, illustrons la question par un exemple :

2. "Les êtres humains sont-ils capables
de superpositions linéaires
quantiques ?"

Nous allons nous attaquer à la question, ô combien délicate, du "masculin" et du "féminin" chez l'être humain.

Il va sans dire que l'étude qui va suivre est très schématique mais elle reste néanmoins d'une portée très générale.

Introduisons un espace à deux états, $|m\rangle$ et $|f\rangle$, "masculin" et "féminin".

On suppose bien sûr que ces deux états sont orthogonaux :

$$\langle m|f\rangle = 0 \tag{1}$$

et normés à l'unité. L'état général $\psi$ s'écrit :

$$\psi = \mu | m \rangle + \varphi | f \rangle. \tag{2}$$

Il va de soi que les états $| m \rangle$ et $| f \rangle$ existent dans la nature. Mais l'expérience montre que tous les états intermédiaires existent aussi ! Il est essentiel de remarquer qu'il s'agit ici d'une vraie superposition linéaire quantique, car, chez l'être humain, les pôles féminin et masculin sont présents à la fois et en même temps, bien qu'une observation (à l'aide d'une observable) peut projeter le système sur l'état $| m \rangle$ ou sur l'état $| f \rangle$ (voir exemples plus loin).

Rappelons que nous proposons une étude simplifiée. Ainsi nous confondons les caractères biologiques et sociologiques (on pourrait considérer le produit tensoriel $\mathcal{S}_o \otimes \mathcal{S}_c$, où $\mathcal{S}_o$ est l'espace à deux états organiques et où $\mathcal{S}_c$ est l'espace à deux états $| m \rangle_c$, $| f \rangle_c$ de type comportemental. Nous garderons les complications pour une étude ultérieure).

Nous n'insisterons pas sur l'évolution dans le temps. Notons qu'en général elle est descriptible à l'aide d'un opérateur hamiltonien. Citons pour mémoire le problème chirurgical du changement de sexe biologique. Le passage de l'état $| m \rangle$ à l'état $| f \rangle$ peut alors être décrit à l'aide d'un chirurgien d'intervention $H_I$.

Quant à l'équation de Schrödinger, faisons encore la remarque que le formalisme de la mécanique quantique s'applique aussi si le paramètre "$t$" est remplacé par un paramètre "$\tau$" de nature déterministe, $H$ ne pouvant alors plus être interprêté comme l'énergie du système. En effet, les phénomènes biologiques apparaissent fréquemment comme étant non insérés directement dans le temps de l'observateur.

Portons donc notre attention sur la relation (2). Insistons sur le fait qu'à <u>chaque</u> être humain, qu'à chaque système <u>individuel</u> est attaché un tel $\psi$ et que parfois une simple inspection ("de visu" ou "de touchu") peut permettre une observation directe de son $\psi$. Nous concluons donc à la réalité du $\psi$ ("le $\psi$ existe, car je l'ai rencontré").

Quelle est alors la nature des coefficients $\mu$ et $\varphi$ dans la relation (2) ?

Ces coefficients s'interprètent, comme d'ordinaire, de façon probabiliste. L'observation d'un sujet peut en effet faire apparaître des sauts brusques, aléatoires, non déterministes (réduction du $\psi$).

Ainsi le "rougissement" est un effet caractéristique de projection sur l'état $| f \rangle$ dû à l'environnement. Si, après une telle observation, le sujet peut évoluer librement (c'est-à-dire sans se sentir à nouveau observé), il retourne en général (à l'aide de l'équation de Schrödinger) dans un état qui est une superposition linéaire de $| m \rangle$ et $| f \rangle$ .

Certaines situations expérimentales peuvent aussi provoquer une manifestation exacerbée du caractère masculin : par exemple le toréador dans l'arène, alors que dans d'autres situations (lit) il se peut que le caractère totalement opposé apparaisse.

On pourrait établir indéfiniment des exemples de ce type et il nous paraît établi que

1) les êtres humains sont capables de superposition linéaire (quantique)

2) que les lois de la mécanique quantique s'appliquent intégralement à une situation aussi complexe que l'Homme Comportemental.

Nous pensons avoir posé les bases quantiques de cette étude et avoir considérablement élargi le domaine de la mécanique quantique et fait une percée significative dans la compréhension de l'Homme, donc de moi-même.

3. Pour bien montrer la généralité de notre approche, montrons encore comment la mécanique quantique permet d'expliquer la détermination du sexe chez l'embryon.

Un être humain étant un être extrêmement complexe, sa fonction d'ordre $\psi$ est donc d'une complication extrême... L'espace à deux états que nous avons considéré peut être considéré comme un facteur, très simple, de l'espace général.

Nous avons deux questions à résoudre.

a. Pourquoi observe-t-on dans la majorité des cas les états <u>organiques</u> $|m\rangle$ et $|f\rangle$ et relativement peu les états en superposition $\alpha\,|m\rangle + \beta\,|f\rangle$ ?

b. Le fait d'observer néanmoins les états intermédiaires $\alpha\,|m\rangle + \beta\,|f\rangle$ pose la question du passage, <u>chez un système (sujet) individuel</u>, de l'état $|m\rangle$ à l'état $|f\rangle$ par exemple.

Cette transition "spontanée" n'a, jusqu'à ce jour, jamais été observée (Il ne s'agit pas ici d'une transition due à un hamiltonien de type chirurgical).

Répondons d'abord partiellement à la question b. de la stabilité.

Soit $\mathcal{S}$ le système (le sujet individuel) étudié. Soit $H$ son hamiltonien. La forme de cet hamiltonien n'est pas connue. Répondre à la question b. en disant que les états $|m\rangle$ et $|f\rangle$ sont des états propres stationnaires de $H$ n'est donc pas une réponse (cercle vicieux).

Il est plus probable d'admettre que les états $|m\rangle$ et $|f\rangle$ ne sont pas propres relativement à $H$. Mais alors, la question a. se pose !

Une réponse est fournie par F. Hund, Zeitschrift für Physik 43, 805 (1927) :

La formule de Rabi donne la probabilité "de trouver à l'instant $t$ le système dans l'état $|f\rangle$ " (Voir Cohen-Tannoudji, Diu, Laloé, tome 1, p. 412) (cité CT dans la suite).

Cette probabilité oscille au cours du temps avec la fréquence (l'unique) de Bohr du système, et les temps caractéristiques des passages de l'état $|m\rangle$ à l'état $|f\rangle$ sont trop longs pour pouvoir être observés. Il ne paraît pas possible d'effectuer des expériences à haute température qui, en théorie, favoriserait le passage de l'état $|m\rangle$ à l'état $|f\rangle$.

Cette réponse est criticable à plusieurs points de vue (voir par exemple Cohen-Tannoudji, Cours 1989-1990 du Collège de France, cours n° IX).

Nous verrons que la réponse à la question a. fournit une réponse plus satisfaisante à la question b.

Passons donc maintenant au modèle (simplifié) proposé par Zurek et coll. pour répondre à la question a (Phys Rev D 24 1516, 1981 - Phys Rev D 26 1862, 1982). On pourra aussi consulter le cours de Cohen-Tannoudji au Collège de France (1989-1990).

Introduisons trois espaces à deux états. Soit $\mathcal{S}$ l'espace du système ("embryon") à étudier, soit $\mathcal{M}$ l'espace de la matrice ("mère") et soit $\mathcal{E}$ l'espace représentant l'environnement (dont fait partie, comme sous-système $\mathcal{P}$, le "père").

Dans une première approche, le système $\mathcal{E}$ est à deux états, comme $\mathcal{S}$ et $\mathcal{M}$. Dans une approche plus élaborée, $\mathcal{E}$ aura un nombre dénombrable d'états.

Considérons d'abord le système $\mathcal{S}+\mathcal{M}$. Son espace des états est le produit tensoriel $\mathcal{S}\otimes\mathcal{M}$. Cet espace représente donc le système "la mère et l'enfant".

Pour simplifier les notations, les calculs étant parfaitement généraux, introduisons le spin fictif associé à $\mathcal{S}$ et $\mathcal{M}$ (voir C.T., tome 1, p. 423). Les états $|m\rangle_{\mathcal{S}}$, $|f\rangle_{\mathcal{S}}$ ; $|m\rangle_{\mathcal{M}}$, $|f\rangle_{\mathcal{M}}$ seront notés respectivement $|s,\uparrow\rangle$, $|s,\downarrow\rangle$, $|m,\uparrow\rangle$, $|m,\downarrow\rangle$. Ainsi "$|m,\uparrow\rangle$" représente l'état "masculin" du système $\mathcal{M}$, etc... Ces états peuvent être considérés comme les états propres de la composante $J_z$ du spin fictif 1/2 associé.

A partir des états $|.\uparrow\rangle$, $|.\downarrow\rangle$ on peut introduire d'autres bases d'états orthogonaux, par exemple

$$|\odot\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle]\,,\ \oplus = \frac{1}{\sqrt{2}}[|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle] \tag{3}$$

qui peuvent être considérés comme les états propres de $\mathcal{J}_x$, ou bien

$$|\rightarrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|\uparrow\rangle + i|\downarrow\rangle]\,,\ |\leftarrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|\uparrow\rangle - i|\downarrow\rangle] \tag{4}$$

qui peuvent être considérés comme les états propres de $\mathcal{J}_y$.

L'hamiltonien d'interaction entre $\mathcal{S}$ et $\mathcal{M}$ est pris égal à

$$H_{\mathcal{S},\mathcal{M}} = \hbar_g[|s,\uparrow\rangle\langle s,\uparrow| - |s,\downarrow\rangle\langle s,\downarrow|]\otimes[|m,\rightarrow\rangle\langle m,\rightarrow| - |m,\leftarrow\rangle\langle m,\leftarrow|] \tag{5}$$

ceci d'après le principe "la fin justifie les moyens".

La constante de Planck $h$ est là pour nous rappeler que nous faisons bien de la mécanique quantique. La constante $g$ est une constante de couplage (ayant par conséquent la dimension d'une fréquence).

On néglige pour simplifier les hamiltoniens propres $Hg$ et $H_{\mathcal{M}}$ de $\mathcal{S}$ et $\mathcal{M}$.

Supposons que le système $\mathcal{S}$ est dans l'état $|s,\uparrow\rangle$. La dynamique de $\mathcal{M}$ est alors une précession de Larmor autour de $O_y$, dans le sens direct, avec une fréquence angulaire $2g$ (voir C.T., tome 1, p. 401) c'est-à-dire que, si l'état initial de $\mathcal{M}$ est $|m,\odot\rangle$ (spin de $\mathcal{M}$ le long de $O_x$), et que la durée $\tau$ de l'interaction entre $\mathcal{S}$ et $\mathcal{M}$ est telle que

$$2g\tau = \pi/2 \tag{6}$$

(rotation de $\frac{\pi}{2}$ autour de $O_y$), alors :

$$|\psi_i\rangle = |s,\uparrow\rangle \otimes |m,\odot\rangle \longrightarrow |\psi_f\rangle = |s\uparrow\rangle \otimes |m\downarrow\rangle. \tag{7}$$

Et de même

$$|\psi_i\rangle = |s\downarrow\rangle \otimes |m,\odot\rangle \longrightarrow |\psi_f\rangle = |s\downarrow\rangle \otimes |m\uparrow\rangle \tag{8}$$

et par superposition linéaire

$$\begin{aligned} |\psi_i\rangle &= (\mu|s\uparrow\rangle + \varphi|s\downarrow\rangle) \otimes |m\odot\rangle \longrightarrow \\ &|\psi_f\rangle = \mu|s\uparrow\rangle \otimes |m\downarrow\rangle + \varphi|s\downarrow\rangle \otimes |m\uparrow\rangle \end{aligned} \tag{9}$$

On voit donc apparaître une corrélation entre les états $\{|f\rangle_{\mathcal{S}}, |m\rangle_{\mathcal{S}}\}$ de $\mathcal{S}$ et ceux, $\{|f\rangle_{\mathcal{M}}, |m\rangle_{\mathcal{M}}\}$ de $\mathcal{M}$, corrélation due au lien mère-enfant(*).

A ce niveau, on pourrait être tenté de croire que c'est $\mathcal{M}$ qui détermine les états $|m\rangle$ ou $|f\rangle$ chez l'enfant. En fait c'est aller un peu vite en besogne pour deux raisons :

1) D'abord l'état $|\psi_f\rangle$ est bien une superposition linéaire d'états de $\mathcal{S}+\mathcal{M}$.

2) On peut montrer facilement (par un calcul analogue) qu'il existe une corrélation de même nature entre les états $\{|\odot\rangle_{\mathcal{S}}, |\oplus\rangle_{\mathcal{S}}\}$ et les deux états orthogonaux $|\odot\rangle_{\mathcal{M}}, |\oplus\rangle_{\mathcal{M}}$ de $\mathcal{M}$.

Il faut donc expliquer pourquoi seule la corrélation du type $\{|m\rangle, |f\rangle\}$ est retenue (dans la majorité des cas) et trouver le facteur qui fait passer de la superposition (9) à un mélange statistique, donc pour le sous-système $\mathcal{S}$, soit à un état $|f\rangle$, soit à un état $|m\rangle$.

C'est le rôle du père $\mathcal{P}$. Le système $\mathcal{P}$ est un sous-système de $\mathcal{E}$ (auquel nous l'identifierons pour le moment).

(*) L'espace $\mathcal{M}$ est bien sûr ici du type "comportemental" et non du type "organique".

Introduisons donc l'espace à deux états $\mathcal{P}$ engendré par les états $|p,\, m\rangle$ et $|p,\, f\rangle$.

En revenant à la notation des spins fictifs associés, introduisons l'hamiltonien (toujours d'après le principe "la fin justifie les moyens") :

$$H_{\mathcal{M}-\mathcal{P}} = \hbar g'[|m\uparrow\rangle\langle m\uparrow| - |m\downarrow\rangle\langle m\downarrow|] \otimes [|p\rightarrow\rangle\langle p\rightarrow| - |p\leftarrow\rangle\langle p\leftarrow|]. \tag{10}$$

Cet hamiltonien tient compte de l'interaction entre $\mathcal{M}$ et $\mathcal{P}$ : c'est le couple "mère-père".

Un calcul simple montre que l'état initial du système global $\mathcal{S}+\mathcal{M}+\mathcal{P}$

$$|\psi_i\rangle = [\mu|s\uparrow\rangle + \varphi|s\downarrow\rangle] \otimes |m\odot\rangle \otimes |p\odot\rangle \tag{11}$$

donne l'état final

$$|\psi_f\rangle = \mu|s\uparrow\rangle \otimes |m\downarrow\rangle \otimes |p\uparrow\rangle + \varphi|s\downarrow\rangle \otimes |m\uparrow\rangle \otimes |p\downarrow\rangle.$$

Il apparaît clairement sur la relation (11), que les états $[|\uparrow,\, |\downarrow\rangle]$, c'est-à-dire les états $[|m\rangle,\, |f\rangle]$ de $\mathcal{P}$ sont corrélés à ceux (les mêmes) de $\mathcal{M}$ et de $\mathcal{S}$, de sorte que le système $\mathcal{S}+\mathcal{M}+\mathcal{P}$ est corrélé (c'est le concept de "famille").

Un calcul simple montre (mais c'est un point important) que seuls les états $|s\uparrow\rangle$ et $|s\downarrow\rangle$ sont corrélés à des états orthogonaux de $\mathcal{M}$ comme dans (9). Ainsi, c'est l'intervention du père qui lève l'ambiguïté sexuelle de l'embryon en brouillant les autres corrélations existant, avant son interaction, entre $\mathcal{S}$ et $\mathcal{M}$.

L'intervention du père a en plus comme conséquence importante de faire disparaître les <u>cohérences</u> entre états de $\mathcal{S}+\mathcal{M}$ apparaissant à l'issue de l'interaction $\mathcal{S}-\mathcal{M}$.

En l'absence du père, l'état final de $\mathcal{S}+\mathcal{M}$ contient des cohérences quantiques entre les états $|s\uparrow\rangle \otimes |m\downarrow|$ et $|s\downarrow\rangle \otimes |m\uparrow\rangle$ :

Dans la base de ces 2 états, l'opérateur densité $|\psi_f\rangle\langle\psi_f|$ est représenté par la matrice

$$\begin{pmatrix} |\mu|^2 & \mu\varphi^* \\ \mu^*\varphi & |\varphi|^2 \end{pmatrix}$$

Après l'interaction avec $\mathcal{P}$, l'état de $\mathcal{S}+\mathcal{M}+\mathcal{P}$ est donné par (11).La matrice représentant l'opérateur densité <u>réduit</u> de $\mathcal{S}+\mathcal{M}$ (obtenu après trace partielle sur le père) s'écrit dans la base $[|s\uparrow\rangle \otimes |m\downarrow\rangle,\, |s\downarrow\rangle \otimes |m\uparrow\rangle]$ (voir C.T., cours au Collège de France 1989-1990) :

$$\begin{pmatrix} |\mu|^2\langle p\uparrow|p\uparrow\rangle & , & \varphi\mu^*\langle p\downarrow|p\uparrow\rangle \\ \mu^*\varphi\langle p\uparrow|p\downarrow\rangle & , & |\varphi|^2\langle p\downarrow|p\downarrow\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |\mu|^2 & , & 0 \\ 0 & , & |\varphi|^2 \end{pmatrix}$$

La cohérence réduite entre $|s\uparrow\rangle \otimes |m\downarrow\rangle$ et $|s\downarrow\rangle \otimes |m\uparrow\rangle$ a donc été détruite par l'interaction ave $\mathcal{P}$. Si on s'intéresse uniquement au système "la mère et l'enfant" et qu'on ignore dorénavant complétement le "père", on a alors le droit (international) (et ceci malgré la note de protestation de d'Espagnat dans Suppl. Nuovo Cimento 4, 828 (1966)) de considérer que la superposition d'états (9) est remplacée par un mélange statistique d'états c'est-à-dire de considérer les corrélations entre $\mathcal{S}$ et $\mathcal{M}$ comme des corrélations classiques. Dit autrement, on a montré que l'embryon se trouve soit dans l'état $m\rangle$ (et la mère dans l'état $f\rangle$), soit dans l'état $|f\rangle$ (et la mère dans l'état $|m\rangle$) (Rappelons que les états de la mère sont comportementaux).

Nous avons donc totalement répondu aux questions posées à la page 11. Insistons bien cependant sur le fait qu'en prenant la trace sur $\mathcal{P}$, nous renonçons à toute information contenue dans les corrélations entre $\mathcal{M}$ et $\mathcal{P}$ et entre $\mathcal{S}$ et $\mathcal{M}$, donc entre $\mathcal{S}$ et $\mathcal{P}$ c'est-à-dire nous renonçons à certaines subtilités de la vie de famille.

On voit bien sûr la faiblesse de cette approche : l'intervention entre $\mathcal{S}$ et $\mathcal{M}$ (resp. entre $\mathcal{M}$ et $\mathcal{P}$) fait intervenir une durée $\tau$ particulière. Une étude plus poussée faisant intervenir un "père" plus complexe permet de s'affranchir de cette condition (voir les travaux de Zurek).

Faisons encore une allusion au problème des jumeaux. Le problème posé est celui d'une corrélation du comportement des jumeaux sur de très grandes distances et sur des périodes de temps très longues. Ce problème trouve son explication rationnelle dans le cadre de notre théorie (Il suffit de considérer le produit tensoriel $\mathcal{S}_1 \otimes \mathcal{S}_2$, où $\mathcal{S}_i$ est l'espace des états du i$^{\text{ème}}$ jumeau). Nous pensons que c'est la première fois que le problème des jumeaux se trouve élucidé, et ceci de façon définitive : en effet, pour traiter de ces questions, nous avons aujourd'hui, 18 octobre 1990, à 11 h 10, utilisé le produit tensoriel d'espaces d'états, produit qui fait quasi automatiquement intervenir des corrélations quantiques et il va être très difficile d'éviter les inégalités de Bell et de trouver une théorie à variables cachées (genre chromosomes) pour expliquer le problème des jumeaux ou la vie de famille.

La vie de famille demandant toujours une morale, tirons donc la morale de cette histoire de famille.

C'est le sujet du paragraphe suivant.

4. Revenons à la phrase anodine de départ :

"Soit $\psi$ l'état associé au système ".

a - Beaucoup de textes de mécanique quantique semblent ignorer totalement les obstructions mathématiques à la quantification dont nous allons brièvement rappeler quelques-unes (d'après un article de P.R. Chernoff, Hadronic Journal 4, 879-898 (1981)).

Ces obstructions sont connues de longue date mais elles n'ont pas réussi à s'imposer à la conscience de nombre de physiciens.

Une contradiction signalée depuis 1935 par G. Temple (dans Nature, June 8, 1935, p. 957) (un quart de page !) consiste en ceci :

Il n'y a pas de correspondance $a \longrightarrow A$ qui, à toute fonction $a(\mathcal{C}^\infty)$ définie sur l'espace des phases, associe un opérateur hermitien $A$ de sorte que $a^2$ corresponde à $A^2$, $\lambda$ à $\lambda A$ et $a+b$ à $A+B$.

Ces règles de correspondance algébriques paraissent absolument nécessaires (par exemple pour former l'opérateur correspondant au hamiltonien classique $H = p^2/2m + V$.

Une autre obstruction est signalée dans le théorème de Groenwald-van Hove :

Désignons par $F$ l'ensemble des fonctions $\mathcal{C}^\infty$ sur l'espace des phases (variables dynamiques) et par $\mathcal{O}$ l'algèbre des opérateurs hermitiens sur un espace de Hilbert. Le problème de la quantification de Dirac consiste à décrire les correspondances

$$D : F \to \mathcal{O} = a \longrightarrow D(a) = A$$

qui sont telles que

(1) $$D(\{f,g\}) = 1/i]D(f), D(g)] \qquad (\hbar = 1)$$

$(\{.\}$ crochet de Poisson, $[.]$ commutateur).

(2) $$D(1) = \underline{1}, \text{ opérateur identique .}$$

Le théorème de Groenwald-van Hove énonce qu'une telle correspondance $D$ qui respecte en plus la condition

(3) $$D(p^2) = (D(p))^2 \; ; \; D(q^2) = (D(q))^2$$

n'existe pas, même en restreignant le domaine de $D$ à l'ensemble des polynômes $\mathcal{P}$ en $p$ et $q$.

Le mieux qui puisse être réalisé, c'est une correspondance $D$ définie sur l'algèbre des polynômes en $p$ et $q$ de degré au plus deux (ce qui sauve une certaine <u>pratique</u> de la mécanique quantique).

Signalons aussi le résultat de A. Joseph ("Derivations of Lie brackets and canonical quantization", Comm. Math. Phys. <u>17</u> (1970), 210-232) :

Il n'y a pas de $D : \mathcal{P} \to \mathcal{O}$ satisfaisant aux conditions (1) et (2) ainsi que la condition

(4) $P = D(p)$ et $Q = D(q)$ sont représentés par $\times x$ et $1/i \ \frac{\partial}{\partial x}$ sur l'espace $\mathsf{H} = L^2(\mathbb{R}, K)$ où $K$est de dimension finie (hilbertien).

En particulier $K = \mathbb{C}$ est impossible, c'est-à-dire le problème de la fonction d'onde "$\psi = e^{ipr}$" qui "n'est pas de carré sommable" n'est pas fortuit. La "solution" qui consiste à considérer, à la place de $|e^{ipr}\rangle$, qui n'existe pas, la <u>fonctionnelle</u> $\langle e^{ipr}|$ pose d'autres problèmes, car une fonctionnelle a un champ sémantique tout à fait différent d'un $\psi$ "ordinaire" et s'accorde assez mal avec l'idée d'un "vecteur d'état" attaché à un système individuel, interprétation de la mécanique quantique qu'on retrouve de plus en plus souvent dans les textes et dont l'histoire du 3 est une illustration.

La procédure de quantification de H. Weyl (voir H. Weyl, The Theory of Groups and Quantum Mechanics ( Dover 1950) ainsi que l'article de Chernoff déjà cité) donne aussi lieu à obstruction.

Il est regrettable que les procédés de quantification géométrique (Kostant-Sonriau) ou les déformations d'algèbre de Lie (Lichnérowicz), procédés qui essaient de contourner les difficultés, ne soient pas connus par un grand nombre de physiciens. Il en va de même de la théorie des $\mathbb{C}^*$-algèbres et de leurs représentations unitaires, théorie qui essaie de faire l'économie d'un "principe de correspondance" en prenant comme point de départ des "relations de commutation".

Le problème de la quantification est loin d'être réglé et la question de la valeur épistémologique des différentes méthodes reste entièrement posée.

Il ressort de ces remarques que si on veut pratiquer une physique théorique qui utilise des modèles mathématiques cohérents, on ne peut pas associer de façon inconsidérée un "$\psi$" à un système.

b - Une autre alternative consiste à utiliser le "formalisme" de la mécanique quantique comme une méthodologie. Ce que nous entendons par là a été illustré dans la première partie de ce texte et nous pensons avoir démontré la valeur de cette méthode scientifique. Elle consiste à manipuler des "$\psi$" qui n'ont aucun "construit" dans aucun modèle mathématique, même au sens le plus idéaliste des mathématiques.

Une condition absolument nécessaire à la mise en oeuvre de cette méthodologie me paraît être que les systèmes qu'on soumet à cette démarche sont a priori "capables de superposition quantique".

Il me paraît ainsi totalement aberrant d'associer un "$\psi$" (non construit) à un appareil de mesure ou à un chat. Ces objets sont à l'évidence incapables de superposition linéaire (soit dit en passant, ce procédé revient à traiter quantiquement un macro-système (alors que visiblement il ne le tolère pas) et donc à renoncer à traiter quantiquement les sous-microsystèmes qui, a priori, seraient plus aptes à le tolérer).

Postuler au départ la superposition linéaire pour montrer après coup, à l'aide d'arguties, son impossibilité me paraît être une pratique scientifique douteuse.

c - Nous en arrivons maintenant à la morale de toute cette histoire.

Les physiciens utilisent des modèles (mathématiques) en les exploitant à fond, tout en sachant pertinemment que des pans entiers d'un modèle peuvent ne pas coller à la réalité, ni quantitativement ni qualitativement. Cette situation est fréquente et habituelle pour le physicien et les exemples sont trop nombreux et trop bien connus pour être récités ici.

On peut distinguer en gros deux types de modèles mathématiques. Ceux qui sont réputés cohérents, non contradictoires (et les mathématiques ont fait des efforts pour que cette réputation soit justifiée). Puis les modèles rendus contradictoires par l'adjonction volontaire de nouveaux venus. Ainsi l'adjonction au domaine des rationnels des nombres irrationnels ($\sqrt{2}$), au domaine des réels des nombres irréels (imaginaires), au domaine des fonctions des pseudo-fonctions (le $\zeta$ de Dirac), au domaine des nombres "finitésimaux" des nombres infinitésimaux.

Dans chacun de ces cas un élargissement des champs formel et sémantique a permis de créer un nouveau modèle cohérent englobant le modèle précédent.

Peut-être sommes-nous, actuellement, en mécanique quantique, dans une situation analogue. Mais le brouillard est épais et nulle part voit-on poindre des éléments formels nouveaux.

Ou alors nous sommes dans une situation radicalement nouvelle et nous sommes en train de vivre une révolution scientifique ! Pour deux raisons : D'abord, les modèles utilisés sont trivialement contradictoires et l'art du physicien consiste dorénavant à naviguer de sorte à éviter les écueils logiques. Apparemment cet art est déjà bien rentré dans les moeurs de bien des physiciens. (D'après les paragraphes précédents, ces écueils ne sont pas uniquement les infinités qu'on rencontre par exemple en théorie des champs).

Ensuite, et c'est le deuxième point révolutionnaire, au lieu d'utiliser, pour un modèle mathématique donné, une seule interprétation, les textes de physique utilisent souvent, en même temps ou alternativement, mais dans un même contexte, des interprétations différentes (statistique, "individuelle", Bohrienne, etc...).

La pratique scientifique, jusque-là, consistait à se tenir à <u>une</u> interprétation ce qui conduisait à la formation d'écoles (l'école de Copenhague, etc...). Cette attitude est maintenant apparemment dépassée. Bientôt théorisera-t-on la nouvelle pragmatique scientifique en définissant la somme amalgamée de deux interprétations contradictoires, le quotient d'une interprétation par une autre, ou, pourquoi pas, la racine carrée d'une interprétation.

Cette révolution, à peine imaginable il y a quelque temps, est en train de s'accomplir sous nos yeux... Nous arrivons enfin à une science non logique englobant la science logique d'antan. Il s'agit bien d'un dépassement d'une pratique scientifique. Une nouvelle liberté est acquise. Sur quels nouveaux continents nous mènera-t-elle ? L'Homme, la Créature-roi, libéré de ses chaînes logiques, pourra enfin jouer au Roi-Créateur.

Séminaire Epiphymaths
Jean Merker