LES MATHEMATIQUES : UN LANGAGE MYTHIQUE

I - Par "les mathématiques" nous entendons ici les mathématiques <u>écrites</u> (pendant les quarantes dernières années environ). Par exemple : - "Eléments d'analyse" par J. Dieudonné, tome 3, Gauthier-Villard, Paris - Les fascicules du journal of Algebra - les "polys" de la "corpo" de la Faculté des Sciences de Paris parus en 1963 - Eléments de mathématiques, Algèbre I, Chapitres 1 à 3 par N. Bourbaki, nouvelle édition 1970, Hermann. L'extrait de "Couty-Ezra", Analyse M.P., collection de Armand Colin, a été plus bas au n° 1, etc ....

Le présent article ne pourra pas figurer dans cette liste car il s'agit d'un article <u>sur</u> les mathématiques (écrites ou non), mais non d'un article <u>de</u> mathématiques.

Ce texte a été diffusé par l'IREM de BESANCON en Novembre 1979 dans son bulletin n°6.

Malgré certaines reprises nécessaires, l'idée essentielle de ce texte reste actuelle.

II - Considérons le texte suivant, extrait de Couty-Ezra, Analyse M.P. Ce texte est précédé de la définition des dérivées partielles d'ordre supérieur, avec deux exemples de calcul sur lesquels on constate que

$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ et on se propose de démontrer que ceci est général.

Soit f une application de R^n dans R admettant des dérivées partielles du second ordre au point $x = (x_1, \dots x_n)$, nous nous proposons de montrer que si les fonctions $D_{ij}f$ et $D_{ji}f$ sont continues au point $x \in \mathrm{R}^n$ elles prennent la même valeur en ce point. Dans les calculs de ces dérivées partielles, les $(n-2)$ variables différentes de x_i et x_j restant fixées, il est évident qu'il suffit de démontrer le résultat dans le cas d'une fonction de deux variables.

Soit donc f une application de R^2 dans R : $(x, y) \to f(x, y)$, supposons que f admette au point $(x, y) \in \mathrm{R}^2$ des dérivées partielles secondes

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$

continues.

Posons

$$\Delta(h, k) = f(x+h, y+k) - f(x+h, y) - f(x, y+k) + f(x, y),$$

et considérons pour y et k fixés, la fonction :

$x \to \varphi(x) = f(x, y+k) - f(x, y)$, on a $\Delta(h, k) = \varphi(x+h) - \varphi(x)$

Nous pouvons appliquer à la fonction φ la formule des accroissements finis :

$$\varphi(x+h) - \varphi(x) = h\varphi'(x+\theta h), \qquad (0 < \theta < 1)$$

Or

$$\varphi'(x) = \frac{\partial f}{\partial x}(x, y+k) - \frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$$

donc

$$\varphi'(x+\theta h) = \frac{\partial f}{\partial x}(x+\theta h, y+k) - \frac{\partial f}{\partial x}(x+\theta h, y),$$

alors

$$\Delta(h, k) = h\left[\frac{\partial f}{\partial x}(x+\theta h, y+k) - \frac{\partial f}{\partial x}(x+\theta h, y)\right].$$

Considérons maintenant, pour $x+\theta h$ fixé, la fonction $y \to \frac{\partial f}{\partial x}(x+\theta h, y)$, nous pouvons lui appliquer la formule des accroissements finis :

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x+\theta h, y+k) - \frac{\partial f}{\partial x}(x+\theta h, y) = k\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x+\theta h, y+\theta' k), \ (0 < \theta' < 1)$$

alors :

$$\Delta(h, k) = hk\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x+\theta h, y+\theta' k).$$

Puisque la fonction $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ est continue au point (x, y) on a

$$\lim_{\substack{h \to 0 \\ k \to 0}} \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x+\theta h, y+\theta' k) = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y).$$

Il en résulte que la fonction $(h, k) \to \frac{\Delta(h, k)}{hk}$ a une limite au point $(h, k) = (0, 0)$, et cette limite est égale à $\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y}$.

Considérons maintenant pour h et x fixés la fonction ψ

$y \to \psi(y) = f(x+h, y) - f(x, y)$, on a : $\Delta(h, k) = \psi(y+k) - \psi(y)$.

Procédons comme ci-dessus : Appliquons une première fois la formule des accroissements finis :

$$\Delta(h, k) = k\left[\frac{\partial f}{\partial y}(x+h, y+\theta_1 k) - \frac{\partial f}{\partial y}(x, y+\theta_1 k)\right], (0 < \theta_1 < 1)$$

puis appliquons de nouveau la formule des accroissements finis à la fonction

$$x \to \frac{\partial f}{\partial y}(x, y+\theta_1 k),$$

on a :

$$\Delta(h, k) = kh\left[\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x+\theta_1' h, y+\theta_1 k)\right], (0 < \theta'_1 < 1).$$

Par suite de la continuité de la fonction $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ au point (x, y), on a :

$$\lim_{\substack{h\to 0\\ k\to 0}} \frac{\Delta(h, k)}{hk} = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y \partial x}.$$

On avait trouvé précédemment :

$$\lim_{\substack{h\to 0\\ k\to 0}} \frac{\Delta(h, k)}{hk} = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y}, \quad \text{d'où :} \quad \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y \partial x}$$

Théorème. *Soit f une application de $\mathbf{R}^n$ dans $\mathbf{R}$, si elle admet au point $x \in \mathbf{R}^n$ des dérivées partielles continues $D_{ij}f$ et $D_{ji}f$, on a $D_{ij}f(x) = D_{ji}f(x)$.*

Voilà comment se démontre le théorème de Schwarz. Ce texte n'est pas le propre de Conty-Ezra : il fait partie du patrimoine de l'enseignement (écrit) des mathématiques. On reconnait dans ce texte le style et la manière qui envahissent tous les textes mathématiques. L'ensemble des textes écrits d'une autre manière est de mesure nulle et se pose la question du pourquoi de la forme des mathématiques écrites.

Pour ce qui est du texte cité ci-dessus, la réponse ne peut être d'ordre mathématique. Car un ε de réflexion (ε petit) permet de l'écrire immédiatement sous une autre forme. Dé-montrer, c'est faire voir ! Le phénomène remarquable

$$\text{(a)} \quad \frac{\partial^2 \square}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \square}{\partial y \partial x}$$

doit avoir une raison simple, transparente.

Regardons donc ces dérivées, $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y)$, par exemple, c'est-à-dire commençons par regarder $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$. Ce nombre est par définition à peu près égal à $[f(x+h, y) - f(x, y)] / h$ pour h petit :

$$h \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) \approx f(x + h, y) - f(x, y) \qquad \text{(h petit)}$$

Pour plus de commodité appelons $\upsilon(y)$ la quantité $f(x + h, y) - f(x, y)$ (h et x fixés). La quantité $h \frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ est donc à peu de chose près égale à $\upsilon(y)$ et pour calculer la dérivée $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = (\frac{\partial f}{\partial x})$, remplaçons $h \frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ par $\upsilon(y)$ et $h \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y)$ est (de nouveau par définition) à peu près égal à $[\upsilon(y + k) - \upsilon(y)] / k$ (pour k petit).

$$(1) \ k\,h \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y) \approx f(x + h, y + k) - f(x, y + k) - f(x + h, y) - f(x, y) = \Delta(h, k)$$

pour h, k petits.

Recommençons avec $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y)$. Appelons $\phi(x) = f(x, y + k) - f(x)$ de sorte que l'on aboutit cette fois à

$$(2) \ h\,k \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) \approx \phi(x + h) - \phi(x) = \Delta(h, k) \qquad \text{(h, k petits)}$$

Après suppression de hk on trouve la relation voulue. La formule à voir est donc ramené à ceci :

Si on remplace

$h \frac{\partial f}{\partial x}$ par la différence première $\Delta_h(f) = f(x + h, y) - f(x, y)$

$k \frac{\partial f}{\partial y}$ par la différence première $\Delta^k(f) = f(x, y + k) - f(x, y)$

$kh \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ par la différence seconde $\Delta^k(\Delta_h)(f)$

$hk \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ par la différence seconde $\Delta_h(\Delta^k)(f)$

La formule à dé-montrer (a) est ramenée à la formule (b)

$$\text{(b)} \ \Delta_h \circ \Delta^k = \Delta^k \circ \Delta_h$$

et cela, ça <u>se voit</u>, en l'écrivant explicitement. Maintenant qu'on <u>a vu</u> le théorème, prouvons-le.

C'est le théorème des accroissements finis :

$g(b) - g(a) = g'(c)\,(b - a) \qquad c \in]a, b[$

qui va établir un lien exact entre différence première et dérivée (première).

Ainsi, en appliquant de façon brute ce résultat aux différences considérées, on a :

$$\upsilon(y) = f(x + h, y) - f(x, y) = h \frac{\partial f}{\partial x} (x + \theta h, y) \qquad (0 < \theta < 1)$$

$$(1)\ \Delta^k \Delta_h = \upsilon(y+k) - \upsilon(y) = k\upsilon'(y+\theta'k) = kh \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} (x+\theta h, y+\theta'k) \quad (0 < \theta' < 1)$$

$$\phi(x) = f(x, y + k) - f(x) = k \frac{\partial f}{\partial y} (x + y + \theta'_1 k) \qquad (0 < \theta'_1 < 1)$$

$$(2)\ \Delta_h \Delta^k = \phi(x+h) - \phi(x) = h\phi'(x+\theta_1 h) = hk \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} (x+\theta_1 h, y+\theta'_1 k) \quad (0 < \theta_1 < 1)$$

L'égalité (1) = (2) entraîne, en faisant tendre h, k vers 0, la relation $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} (x, y) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} (x, y)$ en supposant ces dérivées secondes continues en (x, y).

Mais en fait, il y a encore une imprécision : le θ de la première ligne dépend de y et la deuxième ligne devient fausse (calcul de 4'). Mais on peut appliquer le théorème des accroissements finis d'abord à la deuxième différence (deuxième ligne),

$$\upsilon(y + k) - \upsilon(y) = k\ \upsilon'(y + \theta'k) = k \frac{\partial f}{\partial y} (x + h, y + \theta'k) - k \frac{\partial f}{\partial y} (x, y + \theta'k),$$

$$k(\frac{\partial f}{\partial y} (x + h, y + \theta'k) - \frac{\partial f}{\partial y} (x, y + \theta'k)) = hk \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} (x + \theta h, y + \theta'k)$$

De même pour ϕ et on conclut.

D'aucuns pourraient remarquer la trivialité des idées précédentes. Mais, c'est justement cette trivialité qui porte une accusation contre le texte cité et rare est l'étudiant de premier cycle qui "lit" le texte cité sous sa forme re-rédigée. Une remarque s'impose : un soupçon d'épistémologie et d'histoire amène automatiquement à écrire la démonstration sous la dernière forme et non sous la première sans être une réplique de la démarche historique qui a abouti à la démonstration finale du théorème de Schwarz, la deuxième démonstration en est un reflet.

La question qu'on veut donc poser : quelles sont les raisons d'être du langage des textes mathématiques (surtout actuels) ces raisons ne pouvant être d'ordre mathématiques, car ce qu'il est possible de faire pour le texte précédent, on peut le faire pour tout texte mathématique. Affirmation gratuite penserons certains : les mathématiques (modernes) sont trop évoluées pour être écrites d'une autre façon. Qu'il soit donné en contre-exemple deux noms : Einstein, Lebesgue. Personne ne pourra accuser Einstein ou Lebesgue d'avoir écrit des trivialités. Combien de "maîtrisés" n'ont aucune idée sérieuse de leurs idées ? Lacune d'ailleurs facile à combler en lisant directement ces auteurs, dont la manière n'était pas celle du texte cité. Appelons LI le langage des textes mathématiques récents et LII le langage d'un Einstein, Lebesgue, sans donner de définitions précises. L'opposition entre LI et LII n'est pas une opposition de leurs contenus : haute mathématique pour LI et mathématiques élémentaires pour LII. Elle est une opposition entre -pouvoir- et -(faire) savoir-.

III - Beaucoup de personnes ne sont pas sensibles aux bandes dessinées ou à certains journaux, genre "Charlie-Hebdo" par exemple. Pour apprécier "Charlie-Hebdo", il faut être initié, car il s'agit d'un langage au deuxième degré. Le "Qu'est-ce qu'on attend pour aller casser la gueule aux arabes" de Charlie-Hebdo n'est pas le "Qu'est-ce qu'on attend pour casser la gueule aux arabes" qu'on pourrait lire dans "Minute" sous la rubrique "Crise du pétrole". Le langage de "Minute" est au premier degré, celui de "Charlie-Hebdo" au deuxième degré. Les mots sont les mêmes mais ne disent pas du tout la même chose. Le lecteur non averti de "Charlie-Hebdo", le lecteur qui n'est pas en possession du présupposé (prérequisité) n'est pas en mesure de comprendre et lit le texte au premier degré ce qui peut l'amener à y voir du pur "non-sens" ('nonsens' en anglais). Ce sentiment de "non-sens" on l'a aussi à la lecture de certaines bandes dessinées qui apparaissent totalement opaques, pour la même raison.

Il est bien vrai que l'incompréhension d'un langage (philosophique, cinéma, littératures mathématiques) peut être due à un "manque de connaissances". Mais ce manque se place alors au même niveau que celui du langage en question. Par exemple, un texte rempli de références peut ne pas être compris par manque de connaissances. Il suffit alors de compléter ses connaissances. Rien de tel dans l'incompréhension possible de l'humour de la bande dessinée "Gaston Lagaffe". Il s'agit là d'un langage à plusieurs niveaux. Et pour celui qui n'arrive pas à sourire, qui lit le texte au premier niveau, inutile d'essayer de combler son "manque de connaissance", car ce n'est pas ainsi qu'il pourrait franchir le fossé entre les deux niveaux.

Le rapport de ceci avec les mathématiques; nous avons envie de montrer qu'un changement de niveau dans le langage mathématique opère le passage du "savoir" au "pouvoir".

IV - Ce changement de niveau est en fait double. D'une part, le changement de niveau opéré est une mystification qui consiste dans une amputation de l'activité mathématique et sa transformation en un langage in-intelligible tout prêt à fonctionner comme matériau de base d'un deuxième changement de niveau qui consiste en une mythification.

Pour rendre ceci d'air, il faut rappeler 1) La conception de F. Saussure sur le langage (cours de linguistique générale), conception qui a été généralisée depuis et 2) par ce qu'on appelle mythe dans une telle perspective (Roland Barthesi Mythologies).

La langue est un code, un système de communication. Il n'y a pas que la langue qui soit un système de communication : le cinéma, les bandes dessinées, la littérature, les mathématiques, la mode, la télévision, la musique, la publicité en sont tant d'autres. Parmi ces systèmes, il y en a qui se servent de la parole, et d'autres pas. Mais quelque soit le système de communication, on peut le considérer comme "une langue" dans la mesure où le système en question est une structure du même type qu'une langue parlée : depuis Saussure, la langue (une langue) est un ensemble structuré de signes, tout signe étant un rapport entre deux termes, un signifiant et un signifié.

Par exemple, le son |vache|, intégré au système du français, est un signe linguistique qui a deux faces : la face signifiée "vache" ("les vaches regardent passer les trains") et une face signifiante qui serait la face purement acoustique du signe, face qui se dégage en imaginant ce son produit sur la planète Mars par exemple.

Le signe est le rapport entre le signifiant et le signifié.

Voici un exemple d'une "langue" non acoustique : les panneaux routiers; les signifiants sont ici les panneaux matériels avec leurs dessins et couleurs, les signifiés les attitudes demandées aux conducteurs "écoutant" les panneaux, le signe est ici "le panneau-qui-signifie", la conjonction du signifiant et du signifié.

Autre exemple : le sémaphore. Les signifiants sont ici les drapeaux (un morceau de bois + un morceau de tissu), les signifiés, les messages transmis, les signes, la conjonction des deux. Un cadeau peut être le signe d'une amitié.

L'objet en tant qu'<u>objet</u> est ici le signifiant, le signifié est l'amitié; le signe, le cadeau, l'objet en tant que <u>cadeau</u>. L'habitude fait qu'on distingue difficilement le signe du signifiant, mais il ne peut y avoir signe que quand il y a conjonction d'un signifiant et d'un signifié.

Le signifiant est du côté de la forme, de <u>l'énoncé</u>, le signifié est du côté de concept, du <u>contenu</u>.

Certaines "langues" utilisent comme signifiants les signifiants, signes ou signifiés d'une autre langue : par exemple, un texte mathématique utilise comme signifiants les mots et les phrases de la langue française (et d'autres signifiants) et tout énoncé mathématique a un contenu.

C'est ainsi qu'il peut y avoir changement de niveau, de degré. Au premier sens peut se superposer un deuxième, etc...

Si on représente un système sémiologique (un système structuré de signes) par le schéma suivant:

E	C

(E pour énoncé (signifiant), C pour contenu (signifié),

l'imbrication d'un système dans un autre peut être par exemple de l'un des deux types simples suivants qui sont extrêmement courants :

<table>
<tr><td rowspan="2">Type (1)</td><td colspan="2">E</td><td colspan="2">C</td><td>Système 2</td></tr>
<tr><td>E</td><td>C</td><td colspan="2"></td><td>Système 1</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2">Type (2)</td><td colspan="2">E</td><td colspan="2">C</td><td>Système 2</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>E</td><td>C</td><td>Système 1</td></tr>
</table>

Considérons le premier type : les signes du premier système deviennent signifiants pour un deuxième système. R. Barthes cite deux exemples d'une telle intégration (Mythologies : p 200).

"J'emprunterai le premier à une remarque de Valéry : je suis élève de cinquième dans un lycée français. J'ouvre ma grammaire latine et j'y lis une phrase, empruntée à Esope ou à Phèdre : "Quia ego nominor leo !". Je m'arrête et et je réfléchis : il y a une ambiguité dans cette proposition. D'une part, les mots y ont bien un sens simple : "car moi je m'appelle lion". Et d'autre part, la phrase est là manifestement pour me signifier autre chose : dans la mesure où elle s'adresse à moi élève de cinquième, elle me dit clairement : "Je suis un exemple de grammaire destiné à illustrer la règle d'accord de l'attribut ! Je suis même obligé de reconnaitre que la phrase ne me signifie nullement son sens, elle cherche fort peu à me parler du lion et de la façon dont il se nomme. Sa signification véritable et dernère, c'est de s'imposer à moi comme présence d'un certain accord de l'attribut. Je conclus que je suis devant un système sémiologique particulier, agrandi, puisqu'il est extensif à la langue : il y a bien un signifiant, mais ce signifiant est lui-même formé par un total de signes, il est à lui seul un premier système sémiologique ("Je m'appelle lion"). Pour le reste, le système formel se déroule correctement : il y a un signifié ("Je suis un exemple de grammaire") et il y a une signification globale qui n'est rien d'autre que la corrélation du signifiant et du signifié, car ni la dénomination du lion, ni l'exemple de grammaire ne me sont donnés séparément.

Et voici maintenant un autre exemple : je suis chez le coiffeur, on me tend un numéro de Paris-Match. Sur la couverture, un jeune nègre vêtu d'un uniforme français fait le salut militaire, les yeux levés, fixés sans doute sur un pli du drapeau tricolore. Cela, c'est le sens de l'image. Mais, naïf ou pas, je vois bien ce qu'elle me signifie : que la France est un grand Empire, que tous ses fils, sans distinction de couleur, servent fidèlement sous son drapeau, et qu'il n'est de meilleure réponse aux détracteurs d'un colonialisme prétendu, que le zèle de ce noir à servir ses prétendus oppresseurs. Je me trouve donc ici encore, devant un système sémiologique majoré, il y a un signifiant, formé lui-même, déjà, d'un système préalable ("Un soldat noir fait le salut militaire français"). Il y a un signifié (c'est ici un mélange intentionnel de francité et de militarité). Il y a enfin une présence du signifié à travers le signifiant".

R. Barthes voit dans le schéma (1) le type même de tout système mythique.

Quant au deuxième type, le système 1 est une langue objet pour le deuxième système qui par rapport au premier est appelé méta-langue. La langue objet est objet d'étude pour la méta-langue qui l'étudie avec ses propres signifiants, ses propres méthodes. En logique mathématique, *nous avons* l'habitude de cette situation : les théorèmes de logique mathématique (premier niveau, langage-objet) sont démontrés dans un métalangage (deuxième niveau). Ainsi, le théorème de

Gödel énonce que dans tout système logique contenant l'arithmétique, il se trouve forcément une proposition (indécidable (proposition qu'on ne peut ni démontrer, ni infirmer) (énoncé du premier système). La démonstration de cet énoncé se fait dans le langage du deuxième niveau (méta-langage), dans lequel on construit une assertion $\mathcal{G}$ qui est vraie <u>dans le métalangage et qui est indécidable dans le langage-objet</u>.

Ceci n'est ni contradictoire, ni paradoxal, car le méta-langage a à sa disposition des signifiants (des méthodes, des règles d'inférence) <u>différents</u> de ceux du premier système.

V - La situation du schéma (2) (méta-langage -langage objet) se retrouve en fait très souvent dans l'activité mathématique. La progression du savoir mathématique peut se concevoir grossièrement, ce qui donne le schéma final.

A un niveau donné (niveau 0) de l'activité mathématique <u>réelle</u>, à un instant donné, se superpose une réflexion ultérieure sur cette activité, dans un langage qui est méta-langage (niveau 1) par rapport au niveau 0.

Niveau 1	E	C	
Niveau 0		E	C

L'activité mathématique au niveau 1, permet alors souvent de présenter les contenus du niveau 0 d'une autre manière, en général, d'une manière (plus axiomatique) et donne le schéma final.

Niveau 1 - Méta-langage	E	C		
Niveau 0 - Niveau réel à t donné		E	C	
Niveau -1 - Axiomatique			E	C

du fonctionnement de l'activité mathématique dans sa progression.

Prenons l'élaboration des nombres réels. Le niveau 0 correspond à l'activité mathématique des Grecs jusqu'aux mathématiciens du 19ème siècle qui ont réfléchi sur cette activité (niveau 1 en cherchant des fondements aux nombres réels). Cette réflexion (Dedekind, Cantor, etc...) a permis d'élaborer un fondement axiomatique (niveau -1) aux nombres réels. Rien n'empêche qu'une autre réflexion sur cette même activité (du niveau 0) produise une autre formalisation. C'est ce qu'a fait Robinson en donnant un statut aux "nombres infinitésimaux" alors que l'autre formalisation les avait "élimités".

Le schéma précédent à trois niveaux se retrouve non seulement dans les "grandes questions", mais il est présent à tous les degrés de l'activité mathématique.

Ainsi par exemple, peut-on être amené à regarder les solutions de l'équation différentielle $ay'' + by' + c = 0$ et aussi avoir eu à chercher les suites (u_n) vérifiant la relation de récurrence $a\, u_{n+2} + b\, u_{n+1} + c = 0$. (niveau 0). La similarité des solutions des deux problèmes apparemment sans relation peut alors amener une réflexion sur les deux phénomènes (niveau 1) et permettre de trouver un modèle expliquant de façon simultané les deux phénomènes (niveau -1).

La mystification des textes mathématiques consiste à présenter uniquement le niveau (-1) et à escamoter systématiquement le niveau 0 et le niveau 1. (Parfois, dans l'introduction à un livre, on trouve sur 2 ou 3 pages quelques indications concernant les deux autres niveaux ; souvent l'introduction se place elle aussi au niveau (-1)).

La mythification consiste à intégrer le niveau (-1) à un niveau mythique selon le schéma du type (2) :

<table>
<tr><td>Niveau mythique</td><td colspan="2">E</td><td>C</td></tr>
<tr><td>Niveau -1</td><td>E</td><td>C</td><td></td></tr>
</table>

Pour ce qui est de la mystification, elle est absolument générale, présente à chaque page de n'importe quel livre. Inutile d'en prendre un exemple : ce serait injustice pour les textes non cités. Cette amputation des niveaux est particulièrement grave et transforme un savoir en non-savoir. Il n'y a aucune manière pour le lecteur de sortir de ce non-savoir, car de "prerequisite" en "prerequisite" il est renvoyé de non-savoir en non-savoir, car aucun texte ne lui fera connaitre le savoir dans son intégralité non tronquée.

Certains voient dans le fait de présenter uniquement le niveau (-1) (le résultat d'une réflexion sur un savoir antérieur) *un moyen plus efficace*, plus rapide de faire connaitre le savoir. A notre avis, il ne peut s'agir là que d'un moyen plus efficace de dressage et les travaux de Papy montrent que ce dressage est possible dès la maternelle (x).

S'il y a mystification, c'est toujours par rapport à un lecteur supposé. Par exemple les "Eléments de géométrie algébrique" de Grothendieck-Dieudonné sont dédiés à Zarisky et A. Weil. Là, aucune mystification, car ces deux lecteurs lisent le texte au degré 1, 0 et -1. Par contre en face d'un lecteur étudiant en 3ème cycle, il y a mystification.

Le canular de N. Bourbaki (faire croire au public qu'un certain N. Bourbaki a écrit le traité alors que c'était en fait un groupe de normaliens) se place en fait ailleurs : il se place dans la mystification qui consiste à faire croire au public que tout le "savoir mathématique" est fixé dans ce traité, alors qu'en fait il ne l'est que pour ceux (+ quelques uns) qui l'ont écrit.

VI - Vu sous cet angle, le cannular devient moins drôle, mais en fait, il s'assombrit encore : en se retranchant dans l'anonymat, les auteurs ont fait croire au public que c'est en fait Nemo qui a écrit le traité. Le "savoir" contenu dans le traité devient par le fait Le Savoir, le seul possible. Il devient Le Savoir objectif, indiscutable, inattaquable, permanent d'une essence supérieurs. Et c'est à partir d'ici que le langage mathématique commence à se prêter au mythe. Etant le savoir par excellence, mais totalement incompris de la masse, il impose le respect, la soumission, défend l'ordre des choses, dépossède les autres, les non-maîtres, non seulement d'un Savoir, mais aussi de tout-savoir possible (le leur).

Ainsi le savoir devient Pouvoir. Le "Soit $\Delta(h, k) = f(x + h, y + k) - \ldots$" le "Soit $\varepsilon = \frac{4n}{2Mh} \ldots$" devient l'expression, la forme de l'instauration de l'auteur en maître-créateur, ("Dieu dit : soit la lumière" (Genèse)), en maître de sa création à laquelle le lecteur est obligé de se plier pour renvoyer au Maître le reflet de son Pouvoir.

Mais à quoi cela sert-il de démythifier un mythe ! Car un mythe répond à une fonction. Et s'il ne peut plus remplir sa fonction, on en invente un autre.......

Jean MERKER

(x) Il y a dressage, même si on cherche des expériences, activités à faire passer un savoir. Le savoir d'une pratique ≠ pratique d'un savoir.

o

o o