

UNE APPROCHE EXPERIMENTALISTE DU TEMPS

Les pages qui vont suivre montrent, sur un exemple précis, un effort de clarification sur les bases de la physique. Il s'agit de la critique de la notion de temps et de durée, dans la présentation classique de ces notions (locales). Cet effort critique apparaît dans le cadre d'une démarche didactique particulière (enseignement en seconde année de DEUG scientifique), en relation avec des mesures effectuées en travaux pratiques. Il ne se veut pas exemplaire : des futurs techniciens, des futurs physiciens ou des futurs informaticiens peuvent fort bien se passer d'une réflexion approfondie sur l'utilisation par la physique des modèles mathématiques.

Mais la réflexion que nous proposons peut être utile dans plusieurs perspectives.

Elle permet une introduction concrète de l'histoire des sciences dans l'enseignement de la physique, en présentant les difficultés historiques en relation avec les difficultés personnelles d'assimilation par l'étudiant des notions et de leur pratique. Lorsque l'essentiel de l'effort est fait sur la maîtrise de l'outil que constitue le modèle mathématique, les références historiques apparaissent comme un ajout conjoncturel, souvent rejeté comme non pertinent par les étudiants, à qui les digressions historiques apparaissent comme contingentes.

Elle permet en même temps de donner sa véritable dimension à la physique prise comme pratique sociale : la division du travail qui existe actuellement sépare fortement sciences et techniques, et l'évolution de l'enseignement universitaire de la physique va dans ce sens. La manipulation y a à peu près la même importance que la musique ou l'éducation physique au baccalauréat. La technique, dans notre présentation, est essentielle dans le développement et la critique des modèles utilisés par la physique.

Ce point de vue expérimentaliste n'est pas pour nous un dogme, mais un outil pour corriger quelques aspects actuels de l'enseignement universitaire français, plus touché par la tendance à l'axiomatisation, la dogmatisation et l'ahistoricité que l'enseignement anglo saxon, protégé par des traditions pragmatiques. Les difficultés que nous rencontrons dans cet effort nous semblent symptomatiques de la situation actuelle. En effet, comme les techniques sont à la mode, nous obtenons un intérêt certain lorsque nous nous proposons de réfléchir et d'agir sur les travaux pratiques dans l'enseignement universitaire. Mais l'intérêt faiblit vite. Nous avons voulu faire de cette approche épistémologique et de ses préoccupations un filtre pour examiner diverses innovations sur la manipulation de physique en premier cycle universitaire, dans le cadre d'une thèse de troisième cycle de didactique. Cela ne nous a pas été loisible, et la réflexion reste du simple domaine de la franchise universitaire.....

Le document que nous présentons est issu de l'enseignement de "physique mathématique" créé par le professeur Pluinage. En partant de l'étude critique faite devant les étudiants de deuxième année de DEUG de l'approche du temps en physique et de l'introduction du modèle mathématique correspondant, nous espérons faire comprendre l'esprit de notre réflexion épistémologique. Notre propos n'est pas de discuter sur la façon dont on peut la rattacher au réalisme, à l'empirisme logique ou à l'idéalisme. L'étude critique de ces classifications et des ostracismes qu'elles engendrent est philosophiquement intéressante, mais nous nous contenterons ici, pour expliciter nos efforts pédagogiques et didactiques, d'exposer notre démarche sur un exemple simple. Si l'on souhaite étiqueter cette démarche au sein des approches épistémologiques, on peut la qualifier d'expérimentaliste.

I - DONNEES PREMIERES

1) Axiomatisation critique ?

L'unité de valeur de physique mathématique se proposait d'entraîner les étudiants de deuxième année de DEUG SSM à un examen de la connaissance de la Physique à partir d'une étude critique de ses bases. Cette étude présente des parentés avec celle de CARNAP.

Les différences essentielles nous semblent être le statut didactique de cette étude (destinée à des étudiants scientifiques en seconde année de faculté) et la volonté de mettre en évidence les ruptures correspondant à l'utilisation de modèles mathématiques élaborés.

Cet effort de classification s'apparente à celui conduit par les mathématiciens au cours de ce siècle il est facilité par leur travail qui nous rend familier toute une structure logique, utile à notre approche. Cependant, notre propos n'est pas d'établir un bel édifice (du genre de Bourbaki ou peut-être M. Bunge) : cela nous semblerait non seulement présomptueux mais surtout aberrant. Notre travail d'axiomatisation a comme objet non son résultat, mais la réflexion sur sa pratique même.

Cette étude des bases de la Physique s'attache à révéler l'origine et les caractéristiques des définitions initiales et des axiomes qui sont à prendre en compte. Nous serons en effet amené à définir des termes "primitifs" et des axiomes, dont les mathématiciens ont montré nécessité dans l'analyse logique de leur discipline. Elle utilise aussi, a contrario, leur réflexion critique sur l'abstraction de la réalité physique. (Cette utilisation du travail d'axiomatisation des mathématiciens, n'est pas une acceptation de l'état actuel de l'enseignement des mathématiques, mais un emprunt et une proposition critique dans notre domaine).

2) Physique et connaissance préscientifique

La Physique se définit comme la science qui étudie les lois générales des phénomènes de l'univers matériel. Elle se propose de mettre en évidence ces phénomènes, au besoin de les découvrir et de les produire, et toujours de les comprendre et les prévoir. Cette "définition", comme toute définition a priori, déplace simplement des problèmes en proposant un mode d'approche : on peut épiloguer longtemps sur la "compréhension" des phénomènes physiques. La démarche que nous proposons s'adresse à des étudiants qui ont déjà une connaissance des modèles de la physique, qui ont pu constater que ces modèles sont opérationnels et font, tant bien que mal, coexister des conceptions et des représentations "intuitives" du monde et d'autres, apportées par l'enseignement. Dans l'enseignement tel qu'il est pratiqué presque toujours l'étudiant n'élabore pas une connaissance de type scientifique : il assimile une structuration imposée de l'extérieur.

Se proposer, face aux étudiants, un examen critique des bases de la physique conduit à rapprocher une critique "ontogénétique" et "phylogénétique" de la démarche scientifique : si le dogme de la reproduction par l'évolution de l'individu de l'évolution historique ne nous satisfait pas, les correspondances qu'on peut y trouver nous font partager la conviction de Piaget sur l'intérêt de leur rapprochement :

"L'histoire de la Physique n'a pas seulement un caractère rétrospectif ou épistémologique, elle permet souvent de faire comprendre les phases successives de l'élaboration des connaissances d'un individu donné" (d'un étudiant...).

Il est certain que, pour chaque individu, tout commence par des perceptions sensibles. Nous n'entendons pas entrer dans l'étude de leur organisation (en suites de déroulement prévisible) et de la façon dont elles engendrent des concepts qui acquièrent une existence autonome. Nous nommerons "connaissance préscientifique" le bagage familial acquis progressivement par chacun en faisant ses propres observations en utilisant aussi celles des autres. Cette intelligence des causes et des effets dans le milieu où l'on vit contient le bon sens, le sens commun, l'intuition et aussi la routine, les préjugés, les abus intellectuels.

Pour notre étude nous admettrons l'importance, entre la connaissance préscientifique et la Physique d'un seuil correspondant à la mesure. Cet acte entraîne un changement d'attitude considérable en face des problèmes posés par le monde extérieur.

La définition d'une telle "mesure" n'est pas évidente. Les T.P. de physique mathématique permettaient aux étudiants de se pencher sur sa pratique.

3) Vocabulaire

Il faut aussi s'intéresser à l'obstacle que constitue le langage : si quelques termes nouveaux apparaissent, beaucoup sont détournés de leur sens familier : la force du physicien désigne une notion précise issue de la notion primitive de force physique (musculaire) après un long cheminement, une métamorphose telle que le sens du mot force qu'utilise le physicien a peu de chance d'être entendu comme tel par un non spécialiste, fut-il étudiant en physique. Citons en effet quelques passages de la définition de la force donnée par l'un des meilleurs dictionnaires de la langue française :

1. **FORCE** [fɔʁs(ə)]. *n. f.* (1080; bas lat. *fortia*, plur. neutre substantivé de *fortis*. V. Fort; forcer).

I. *La force de qqn.* ♦ 1^o Puissance d'action physique (d'un être, d'un organe). *Force physique; force musculaire.*
V. **Résistance, robustesse, vigueur.** *La force du lion. Force de colosse, d'athlète. Avoir de la force.* V. Fort. ...

II. *La force d'un groupe, de qqch.* ♦ 1^o Pouvoir, puissance. *La force de l'Église, d'un parti. Force militaire d'un pays.* Par ext. *La force publique* : les agents armés du gouvernement. V. **Police.** *La force armée* : les troupes. — (1959) *Force de frappe* : ensemble des moyens militaires modernes (fusées, armes atomiques) destinés à écraser rapidement l'ennemi. Fig. (1961) *Autorité, force, puissance.* — *Forces de dissuasion**. — PROV. *L'union fait la force.* ...

Résistance, robustesse, solidité. *Force d'un mur, d'une barre.* Spécialt. *Jambe de force*, ou *force* : pièce de charpente qui sert à soulager la portée des longues poutres. ♦ 4^o Intensité ou pouvoir d'action d'une chose; caractère de ce qui est fort (III). *La force du vent. Force d'un coup, d'un choc.* ...

III. (xii^e). Pouvoir de contrainte. ♦ 1^o En parlant d'une personne, d'un groupe. V. Contrainte, oppression, violence. *Employer alternativement la force et la douceur. Céder, obéir à la force.* — *La force et la justice, et le droit. La force prime le droit*, mot attribué à Bismarck. *Le gouvernement menace de recourir à la force* (en employant des forces de police, la force publique; Cf. ci-dessus, II). ◇ DE FORCE. *Coup de force.* — Pouvoir de contraindre donné par la supériorité militaire. *Situation de force. Épreuve de force*, tout espoir de conciliation étant écarté. — *Maison centrale de force* : prison d'État où sont les condamnés aux travaux forcés et à la réclusion. V. Forçat. — *Camisole de force.* ♦ 2^o *La force de* (qqch.) : son caractère irrésistible. *La force de l'évidence* : devant laquelle on s'incline. *Faire qqch. par la force de l'habitude*, machinalement. — *La force des choses* : la nécessité qui résulte d'une situation. V. Nécessité, obligation. ...

IV. Principe d'action physique ou morale. ♦ 1^o Énergie, travail (vx, en sciences). ◇ *Mod.* Toute cause capable de déformer un corps, ou d'en modifier le mouvement, la direction, la vitesse. *Là mécanique, science de l'équilibre des forces et des mouvements qu'elles engendrent. Représentation vectorielle d'une force* (direction, sens, point d'application, intensité). *Résultante de deux forces. Équilibre des forces. Force d'inertie*, résistance qu'oppose un mobile à ce qui peut le mettre en mouvement. *Moment d'une force par rapport à un point.* — *Spécialt.* Produit de la masse d'un corps par l'accélération que ce corps subit ($F = mI$). *Force vive d'un corps*, produit de la masse d'un corps par le carré de sa vitesse. *Force centrifuge, centripète. Force ascensionnelle d'un ballon. L'erg, unité de force dans le système C.G.S., le newton dans le système M.K.S.A. Forces de contact opposé à forces de champ, à distance.* ◇ *Lignes de force d'un champ électrique, magnétique. Fig. Les lignes de force d'une œuvre.* — *Forces de gravitation, électromagnétiques, nucléaires.* — *Force électromotrice**. — (*Électr.*) Courant électrique, et *spécialt.* courant électrique triphasé. *Faire installer la force chez soi.* ♦ 2^o Principe d'action, cause quelconque de mouvement, de changement. « *Notre volonté est une force qui commande à toutes les autres forces* » (BUFF.). — *Idées-forces* : opinions ou idées capables d'influencer l'évolution d'un individu ou d'une nation, d'une époque. ◇ *Les forces aveugles, mystérieuses, occultes de l'univers, du destin.* — *Fig. C'est une force de la nature, se dit d'une personne dotée d'une vitalité irrésistible.* ...

Le couronnement de cette évolution du terme vers l'utilisation qu'en a le physicien est savoureux.

Les représentations associées aux termes utilisés en physique risquent. (au moins chez l'apprenti physicien) d'induire des utilisations erronées des notions. D'où l'intérêt de l'analyse scrupuleuse de la définition des termes, que nous mènerons systématiquement.

4) Une conception expérimentaliste

Nous nous proposons de rompre avec la conception usuelle de beaucoup de physiciens modernes qui placent les opérations matérielles au second rang en fait, sinon explicitement. ("Quand il s'agit d'assigner un contenu physique à un ensemble de formules, la plupart des physiciens adoptent une attitude quelque peu optimiste. En reconnaissant que les formules doivent avoir un sens, ils pensent que leur contexte en rendra le contenu clair" - Mario Bunge). On définit le plus souvent les sujets d'étude avant les mesures et énonce les lois générales avant d'avoir examiné les phénomènes. Cette attitude correspond à un phénomène de dogmatisation général dans l'enseignement scientifique (au moins en France). Cette attitude introduit dans la physique énoncée et enseignée des termes primitifs et des axiomes exactement comme en mathématiques : les lois de conservation et de symétrie y constituent alors l'essentiel de la physique ("superlois").

Cette manière d'exposer la Physique, où les opérations matérielles ne sont que des instruments pour mettre sur la voie des axiomes corrects, ou pour vérifier après coup qu'on a bien choisi les axiomes, a de nombreux avantages, le principal étant la rapidité. Elle ignore totalement la connaissance préscientifique, sauf quelques références à "l'intuition". Elle nous semble, au nom de la rentabilité, travestir la science qu'elle entend communiquer : l'origine de notre connaissance en Physique se situe dans une multitude d'opérations matérielles. L'activité cérébrale est déclenchée et conditionnée par ce qui se passe quand certains objets ont été préparés et réunis. Ainsi s'affirme la différence avec une spéculation de type mathématique qui se voudrait totalement détachée des contingences matérielles. Le mot "expérience" définit cette attitude originale du physicien qui, loin de mépriser la matière ou de lui faire jouer un rôle secondaire, cherche modestement à tirer de son étude tout le parti possible.

Nous prendrons une position "expérimentaliste" dans cette étude en nous fixant les règles suivantes :

- 1) Nous intéresser pour chaque notion (même sans faire chaque fois une étude exhaustive) à la connaissance préscientifique que nous avons, et au vocabulaire correspondant (qu'il y ait continuité ou discontinuité entre les notions préalables et les nouveaux concepts).
- 2) Etudier cette même notion en Physique en nous gardant des idées préconçues engendrées par la connaissance préscientifique (actes - images de la vie quotidienne).
- 3) N'accepter, en matière de connaissance scientifique, que ce qui est acquis à la suite d'expériences.
- 4) Définir scrupuleusement (ou montrer le saut qualitatif correspondant) les mots nouveaux et plus encore les nouveaux sens de mots courants.
- 5) Etudier la structure mathématique qui convient au modèle, en suivant, autant que possible, une progression en accord avec les possibilités expérimentales. (Cette attitude systématique correspond à notre volonté d'analyse ; elle ne constitue certes pas un modèle d'action. L'histoire des sciences en donne de nombreuses illustrations et nous verrons dans cet exposé ses limites).

L'application de ces règles permettra de dissiper certaines obscurités initiales de la Physique.

Cette volonté méthodologique ne veut pas (contrairement aux efforts des empiristes critiques ou pas) créer de nouveaux critères de scientificité, mais présenter la Physique sous un éclairage nouveau d'une façon exploitable dans une démarche d'appropriation critique de ses connaissances.

5) Quelques remarques préalables

Un système physique ne peut se définir à l'aide de notions déjà acquises. On peut donc considérer qu'il s'agit là d'un terme primitif. Pour définir un de ces systèmes nous nous référerons à des composants de l'univers et aux perceptions qu'on peut en avoir. Initialement, ces perceptions seront des perceptions sensibles directes qui seront vite remplacées par des indications d'instruments de mesures, autres systèmes physiques qu'il faudra définir. Nous prendrons d'abord des exemples, pour dégager ensuite notre idée directrice.

En physique, nous verrons apparaître de nombreux espaces vectoriels. Pour le temps par exemple nous allons introduire un modèle mathématique (jeu de termes primitifs et d'axiomes, avec toutes leurs conséquences logiques) espace vectoriel correspondant aux résultats expérimentaux. Cet espace "temporel" homomorphe à l'espace "IR" aura pour nous une différence essentielle avec lui.

On pourra le symboliser par :

$$t = x u_t, \quad x \in \mathbb{R}, \quad u_t = 1 \text{ seconde}$$

De la même façon, on obtiendra un espace vectoriel géométrique

$$\vec{r} = \vec{x} u_x, \quad \vec{x} \in \mathbb{R}^3, \quad u_x = 1 \text{ mètre}$$

On définira de la même façon un espace vectoriel des vitesses, des forces, des accélérations qui sont autant d'espaces différents.

Il nous semble important d'insister d'emblée sur la différence essentielle entre la nature de ces espaces vectoriels et les représentations que nous en faisons dans l'espace géométrique (en particulier au tableau).

Mettre le doigt d'emblée sur ces représentations c'est éviter une confusion entre réalité et représentation visuelle qui laisse désespérés les étudiants quand les représentations visuelles font défaut (espace-temps ou espace des phases en particulier). Cette difficulté nous semble essentielle et des réserves faites par de Broglie sur la présentation de la physique quantique ne nous semblent pas avoir d'autre source : il serait dangereux d'avoir recours à l'espace des phases. Le saut de l'espace géométrique à l'espace des phases ne nous semble pas plus dangereux que celui qui nous fait dessiner des forces dans une représentation de la trajectoire d'un point matériel.

II - UNE APPROCHE DU TEMPS EN PHYSIQUE

Nous allons donner les grandes lignes, en nous plaçant dans le cadre didactique correspondant à cet enseignement de premier cycle universitaire, de la construction des concepts mathématiques nécessaires au temps du physicien, en mettant en évidence les difficultés conceptuelles et les références à l'expérience et la technologie qui interviennent. (Les étudiants effectuaient un cycle de manipulations en relation avec la présentation théorique)

1) Notions et pratiques communes

Notre présentation, sans être allusive, sera rapide (on peut se référer pour plus de précisions à "Construction des modèles mathématiques fondamentaux de la physique" P. Pluvinage. Librairie Cêtre. Besançon).

D'un balayage rapide des notions "primitives" relatives au temps, nous retiendrons :

- l'événement (associant dans le langage courant l'espace et le temps, souvent doublement ponctuel),

- des notions relatives à l'évolution : dans un événement on peut souvent distinguer un début, un déroulement, une fin. Ceci correspond à d'autres notions que nous pouvons associer à des termes primitifs :

passé (avant) présent (pendant) futur (après)

Au nombre des notions intuitives, celle d'événement instantané va nous servir à commencer notre analyse.

La notion intuitive d'événement instantané est d'abord subjective. Un événement peut apparaître instantané si on ne lui assigne aucune durée ; certains étudiants proposent comme définition : si le début et la fin ne peuvent en être distingués.

Cette notion demande à être précisée par une pratique expérimentale, et pose des problèmes intéressants sur la subjectivité de l'observateur normal et la "cosubjectivité". Sans nous lancer dans cette discussion (qui intervient à propos des activités de mesure), nous pouvons progresser dans la construction d'un modèle mathématique.

Pour cela utilisons la notion primitive de simultanéité d'événements instantanés se produisant au même lieu, en laissant de côté la question de la reproductibilité dans l'estimation de la simultanéité, beaucoup plus profitable à un stade ultérieur du travail. Deux événements instantanés seront dits simultanés s'ils apparaissent simultanés à l'observateur ("normal").

A ce propos nous devons signaler une confusion souvent rencontrée chez les étudiants, en particulier dans des copies d'examen, entre les qualificatifs instantané et simultané.

2) La durée

La première étape à effectuer, dans la longue marche pour une définition satisfaisante du modèle mathématique du temps, est la définition physique de l'instant.

Un instant est défini à partir de la simultanéité : une première définition viendrait de l'instant comme appartenant à tous les événements simultanés. Cette première définition ne peut être satisfaisante. En effet, cette propriété n'est manifestement pas transitive : deux événements simultanés d'un même troisième n'apparaissent pas forcément comme simultanés : il s'agit du problème "d'épaisseur du présent" (ou de grain d'information). Nous souhaitons que 2 événements instantanés correspondant au même instant qu'un même troisième apparaissent aussi simultanés. Ce qui n'est manifestement pas le cas avec des mesures réelles, aussi loin qu'on veuille les pousser : le passage à la limite, correspondant à l'introduction d'une structure mathématique sous jacente, n'est pas forcément licite : l'axiome de division n'est pas évident, et il s'agit d'un coup de force de vouloir en imposer l'évidence. (Pourquoi, à ce niveau, le déroulement du temps aurait-il moins de raison d'être discontinu que l'énergie, ou la charge par exemple ?) Pour avoir une propriété transitive il est nécessaire de définir l'instant en privilégiant une série d'événements particuliers, que nous obtiendrons à l'aide d'un système physique

"convenablement préparé". L'instant correspondra à l'ensemble des événements instantanés apparaissant simultanés avec un événement de ce système de "référence".

La physique commence avec l'introduction d'un tel système de référence.

La propriété de transitivité de la relation de simultanéité sera alors tautologique : Seront simultanés deux événements simultanés avec un événement du système de référence. La classe d'équivalence correspondante sera l'instant.

Nous définirons donc une série d'instants du monde physique en les rapportant à ce système de référence. Il nous faut maintenant fixer de tels systèmes physiques convenablement préparés. Pour éclairer les problèmes inhérents à ces systèmes, nous proposons deux systèmes physiques différents pour définir une suite d'instants.

Le premier sera un sablier qu'on retournera systématiquement au moment où le dernier grain de sable passera.

Les retournements correspondront à notre suite d'instants. Pour le second il s'agit d'une série d'événements constitués par le passage de "secteurs angulaires" d'un pendule de torsion devant un repère, depuis l'abandon de ce pendule loin de sa position d'équilibre. Pour éviter tout problème cette suite sera limitée à l'arrêt du pendule.

Nous allons mettre les ensembles d'instants ainsi définis par l'un ou l'autre des deux systèmes de référence en relation avec une partie de l'ensemble des entiers naturels, tel qu'il nous est connu ; la relation d'ordre est, dans la présentation ensembliste, retenue d'habitude indissociable de l'opération d'addition. La légitimité de cette opération d'addition pour une suite d'intervalles de temps n'est pas évidente : le choix que nous avons fait du pendule et de la définition des instants par le passage des frontières de secteurs devant un index le montre (et l'étude historique a la même clarté sur ce point).

Nous sommes par conséquent amenés à réintroduire (malgré notre volonté de rapprocher les définitions mathématiques de la définition physique) une démarche dialectique entre réalité physique et expérience d'une part, conceptualisation mathématique d'autre part.

Réalisons alors une demi-oscillation à partir d'une position fixe précédemment définie. Nous constatons que les instants se succèdent dans un ordre constant. Par exemple :

A est toujours antérieur à B qui est lui-même toujours antérieur à C

Ce fait peut paraître "évident" mais l'évidence, conformément à l'étymologie, résulte du témoignage de nos yeux, et non de quelque opération logique. On remarque que l'ordre dans le temps est associé à un ordre géométrique qui est celui des dessins tels que nous les voyons en même temps, d'un seul coup d'oeil. Il en est ainsi chaque fois qu'on cherche à réaliser des phénomènes instantanés par un système mécanique en mouvement. Un chronomètre à aiguilles est un dispositif du même genre sauf que le cadran est fixe et les aiguilles mobiles. Il faut essayer

de faire abstraction ici de l'évidence géométrique pour fixer son attention sur ce qui passe à l'endroit où se trouve l'index fixe. Alors, toute l'évidence d'ordre sensible donnée par le montage mène à un énoncé mathématique abstrait dont nous allons étudier la signification :

Les instants définis par l'appareil forment un ensemble fini totalement ordonné.

Les phénomènes extérieurs au système physique de référence peuvent être classés par rapport aux instants A, B, C, \dots, S . Nous dirons que l'appareil définit expérimentalement $[A, B], [B, C], \dots, [R, S]$. Lors d'une autre mise en route, on définira des instants $A^{(n)}, B^{(n)}, \dots$ et des intervalles de temps $[A^{(n)}, B^{(n)}]$

Remarquons qu'il y a ambiguïté, dans le langage courant, entre l'intervalle de temps caractérisé par les instants A et B , et sa mesure (durée, définie plus loin).

3) Définition expérimentale d'une échelle de durées

Nous considérerons les bijections entre les intervalles de temps $[A, B]$ et $[A^{(n)}, B^{(n)}]$ et nous appellerons durée la classe d'équivalence de ces intervalles de temps.

Au nombre des diverses classes d'équivalence entre les différents intervalles de temps nous allons privilégier celle des intervalles suivants :

$$[A, B] \quad [A, C] \quad [A, D] \quad \dots \quad [A, S]$$

Cette échelle va permettre un repérage des durées.

Considérons un événement instantané Y se produisant par exemple entre les instants $K^{(n)}$ et $L^{(n)}$.

Nous dirons que la durée $[A^{(n)}, Y]$ est supérieure à la durée définie par la classe d'équivalence $[A, K]$ et inférieure à la durée définie par celle de $[A, L]$.

La définition de l'échelle des durées semble ne se référer qu'à des problèmes techniques (qui seront évoqués) sur la reproduction.

Mais il n'y a pas seulement des problèmes techniques dans la comparaison de deux systèmes physiques pouvant servir de référence : pourquoi la reproduction d'un même phénomène aurait-il un statut ontologique spécial assurant la cohérence de l'opération de mesure ? Seule, nous confortera (corroborera notre théorie dira Popper) la référence expérimentale montrant que :

- les divers systèmes de référence sont équivalents ;
- la nature du temps absolu que nous définissons ainsi a une certaine cohérence.

La critique de l'opération de mesure de longueur dans la relativité générale nous montre que les questions philosophiques ne sont pas gratuites. Ici aussi référence à l'expérience et retour à la théorie resteront nécessaires.

Nous avons détaillé l'introduction critique d'une définition de suites d'instantanés, et des durées, en insistant sur la nécessité de recours à des opérations physiques. Nous avons pu mettre en évidence une différence fondamentale entre la démarche d'axiomatisation utilisée en mathématique et celle que nous proposons en restant en contact avec la réalité expérimentale : la structure d'ordre s'introduit avant l'addition, alors que dans l'axiomatisation sur les nombres

entiers, elle la suit. Il faut souligner la différence d'attitude avec celle des mathématiciens dans leur travail d'axiomatisation ; la rigueur que nous exigeons, loin de déprécier "l'imagination mathématique" lui donne sa véritable portée.

Au niveau expérimental, il reste à montrer que la technologie permet de dépasser la définition intuitive de la simultanéité avec son "épaisseur du présent" et que, dans le cadre de la métrologie des temps, l'axiome de division n'est pas mis en défaut, ce qui suppose une habileté expérimentale et une pratique qu'il ne suffit pas d'imaginer.

Plutôt qu'une mise en oeuvre directe de l'analyse du support métrologique du développement du modèle, cela se traduira par des manipulations de mesure corroborant les résultats issus de l'exploitation de ce modèle mathématique.

Le cas du modèle mathématique des durées et des instants est un exemple particulièrement simple où les assertions du modèle ne semblent pas remises en cause par l'expérience. Mais l'effort de clarté et de mise en évidence de l'extrapolation à partir des données expérimentales a une portée générale et, transposé dans d'autres domaines, permet de caractériser les structures différentes des modèles mathématiques utilisables en mécanique, en particulier dans le domaine de la relativité.

4) Les modèles mathématiques des durées et d'échelle de temps

La suite du passage d'une échelle discrète des durées à un espace vectoriel reste longue. Nous allons en donner les éléments essentiels :

– Introduction d'une loi de composition interne des durées qui va permettre d'introduire le modèle mathématique des durées. Cette opération "d'addition" doit posséder d'abord les 3 propriétés :

1) Commutativité, 2) Associativité, 3) Elle possède un élément neutre (durée nulle)

L'existence d'une telle opération est assurée par notre définition des durées, qui permet de comparer la durée correspondant à des couples d'événements non adjacents. L'introduction de cette opération amène à abandonner un système de référence tel que le pendule lent, car, expérimentalement, on ne trouve pas $[A,B] = [B,C]$. On sera donc amené à introduire une échelle "régulière" des durées (type retournement de sablier).

Les propriétés nécessaires suivantes seront celles correspondant à l'axiome d'ordre (que nous avons déjà discuté), l'axiome d'Archimède (ensemble infini) et les deux axiomes qui constituent des prolongements infinis aux opérations possibles pour fonder le modèle mathématique : l'axiome de division et l'axiome de Cantor.

Cette approche permet de constituer un ensemble M_t des durées, isomorphe à l'ensemble \mathbb{R}^+ .

– On peut ensuite passer à l'espace vectoriel des durées relatives, avec ses deux lois de compositions, isomorphe à \mathbb{R} , puis à l'espace ponctuel affine associé, ou espace des instants.

Comme nous l'avions annoncé initialement le refus de nous laisser conduire par l'évidence de l'exploitation d'un modèle mathématique dont on a perdu de vue l'insertion dans la réalité à travers l'expérience est fondamentalement différent de l'attitude qui domine la majorité des actes pédagogiques.

Cette présentation des rapports difficiles entre approche théorique et pratique expérimentale met en évidence l'effort que nous demandons aux étudiants.

Cet exposé rapide prête le flanc aux critiques. La présentation théorique, sur un document écrit, amplifie les défauts de l'enseignement, où l'apport de la critique des étudiants et leurs réactions, intégrant leur acquis expérimental, est essentiel. On a pu reprocher ce document son "bourbakisme", alors que l'un de ses buts est de montrer l'impossibilité de calquer une démarche d'analyse de type physique sur les axiomes mathématiques. L'imperfection même d'une démarche axiomatisante nous apparaît comme une introduction intéressante à la nécessité de la pratique expérimentale !

Séminaire EPIPHYMATHS

Claude-Alain RISSET
Physique théorique
Faculté des Sciences et Techniques
25030 BESANCON CEDEX