

# Épistémologie et recherche en physique théorique

## Introduction

Le statut de la réflexion épistémologique, chez les physiciens, est curieux. Si la plupart d'entre eux ont, en physique, une philosophie implicite, ils ont souvent tendance à rejeter les intérêts philosophiques dans la sphère privée. Un Président (scientifique) d'Université éclatait de rire, il y a quelques années, quand était prononcé l'adjectif "épistémologique". Il arrive aussi que s'exprime au grand jour un refus pour tout ce qui s'écarte de la science pure et dure: lorsque la Société Française de Physique a (re)commencé à insérer dans son bulletin un encart pédagogique, dans un de ses premiers numéros (1), elle a publié (sous couvert d'humour) une mise au goût du jour d'un ancien aphorisme: "lorsqu'un physicien n'est plus capable de faire de la recherche, il enseigne, et lorsqu'il n'est plus capable d'enseigner, il fait de la recherche pédagogique". L'oubli de l'épistémologie comme stade ultime de la décomposition d'une activité noble provient sans doute de la bienséance de l'auteur, évitant de charger les anciens chercheurs. Richard Feynman lui-même, qui n'a pas cessé, dans son activité de physicien, de se poser des questions épistémologiques, et d'apporter ses réponses (pertinentes s'il en est), affectait de mépriser l'activité philosophique (2). Il est vrai que le contexte philosophique américain, avec son pragmatisme, est peut-être à l'origine de cette affectation.

Mon activité personnelle a suivi le chemin inverse de celui considéré habituellement comme normal. Le statut de mes connaissances a changé quand j'ai commencé à enseigner (ce qu'on pourrait traduire brutalement par: j'ai commencé à apprendre vraiment en enseignant). La nécessité de rentrer dans le cheminement personnel des étudiants, à l'occasion de leur appropriation de connaissances nouvelles pour eux, m'a apporté une nouvelle vision de ces connaissances. Cet enseignement m'a conduit à m'intéresser à la didactique. Quand j'ai ressenti mes limites personnelles dans cette activité de recherche, et quand j'ai eu l'impression que mes étudiants cessaient de "m'apprendre" suffisamment à l'occasion des séances de travaux dirigés ou de travaux pratiques, j'ai il y a trois ou quatre ans, en investissant moins directement dans l'enseignement, basculé (par ennui ?) vers l'activité de recherche en physique théorique.

Je me suis relancé alors dans ce domaine, que je n'avais précédemment abordé qu'en pointillé. A partir des questions que m'avaient renvoyées les étudiants et de mes exigences épistémologiques (institutionnalisées dans ma participation au séminaire Epiphymaths réunissant essentiellement des physiciens et des mathématiciens de la Faculté des Sciences de Besançon), j'ai été conduit, à l'occasion de ce travail, à porter un regard neuf sur des questions que l'orthodoxie en physique considérait comme des questions insurmontables: la relation entre l'aspect quantique du rayonnement (le photon) et l'électromagnétisme classique, et le problème de la signification de la complexité de la fonction d'onde et de sa phase indéterminée et indéterminable. Par la suite, cela m'a conduit à un effort de compréhension et de représentation de l'espace temps à dix dimensions qu'introduisent les théories de jauge.

Les premiers résultats "scientifiques" de ces recherches ont déjà paru, avec quelques difficultés (3), ou vont paraître. Je me suis rendu compte (il s'agit là d'un autre domaine qui

mériterait une analyse) que le cheminement vers la publication est long et plein d'obstacles, lorsqu'on n'est pas dans une "bonne" équipe de recherche, et surtout lorsqu'on apparaît en retrait par rapport à l'orthodoxie de la "Science normale". Ce que je voudrais présenter ici, c'est l'esprit de cette recherche, et mon itinéraire personnel, pour en rendre accessible les axes et les détours, en insistant sur mes intérêts épistémologiques, et sur les retombées de mon absence de formation au fonctionnement "normal" de l'activité scientifique. Je donne en Annexes des exemples précis de fonctionnement atypique (d'anarchisme épistémologique), avec des résultats obtenus "naturellement" en contravention avec les démarches scientifiques habituelles. L'exposé principal tente de donner un aperçu du domaine dans lequel j'ai travaillé, et de mon mode de progression sur ces sujets. Il sera nécessaire de rentrer dans certains aspects techniques. La présentation pourra en apparaître naïve ou simplificatrice aux physiciens et quelque peu ardue aux non spécialistes: ils trouveront facilement des physiciens pour discuter des points de physique qui leur paraîtraient obscurs dans cette présentation.

### Vers les ondes lip

Le champ électromagnétique dans le vide est décomposable en ondes planes progressives monochromatiques. Ces ondes monochromatiques, ainsi nommées car elles correspondent en optique à des couleurs "pures" (obtenues par exemple dans la décomposition de la lumière blanche par un prisme) sont caractérisées par une variation périodique (sinusoïdale) des composantes électrique et magnétique du champ électromagnétique. Elles correspondent à des répartitions du champ électromagnétique présent aux différents points de l'espace restant dans un même plan perpendiculaire aux rayons lumineux de l'optique géométrique, et progressent, suivant les rayons lumineux, à la vitesse de la lumière  $c$ .

La présentation la plus usuelle de ces ondes planes, dont la superposition permet de se représenter et de comprendre la plupart des phénomènes électromagnétiques usuels, correspond à l'utilisation d'ondes polarisées rectilignement : les variations du champ électrique et du champ magnétique, dans le temps et dans l'espace, se font suivant des directions fixes. J'ai privilégié (sans aucune innocence) une décomposition connue, mais moins utilisée, en ondes polarisées circulairement: les champs électrique et magnétique ont mêmes modules dans tout l'espace, mais leur direction tourne dans le temps et dans l'espace.

La décomposition en ondes planes, domaine où le laboratoire d'Optique bisontin P.M. Duffieux poursuit dans la voie de son créateur (qui a introduit, dans ce domaine, la transformée de Fourier en Optique), est extrêmement fructueuse. Elle permet par exemple d'expliquer pourquoi la lumière d'un laser, émise suivant un fin pinceau lumineux, ne garde pas ses propriétés de confinement latéral, pour diverger, et ce d'autant plus rapidement que le faisceau est plus étroit. Cette décomposition en ondes planes ne permet pas d'expliquer certains comportements des "grains de lumière", les photons qui (pour parler rapidement) semblent en général (avec d'autres propriétés paradoxales) voyager à la vitesse  $c$  sans déformation, en restant confinés la plupart du temps dans un espace caractéristique de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde du photon (relations d'inégalité de Heisenberg (4)). La formulation habituelle de cette propriété est proposée en sens contraire: au lieu de considérer qu'il est confiné dans cet espace, on insiste sur le fait que le photon peut se manifester indifféremment à l'intérieur d'un certain voisinage, sans qu'on puisse mieux prédire sa manifestation. Il est à noter que ces relations, liées à la non commutativité des opérateurs en mécanique quantique, ne se traduisent de la sorte que dans une représentation dans l'espace temps, qui, pour liée qu'elle soit avec notre expérience habituelle, n'est pour le physicien que l'une des représentations possibles.

Le premier pas de ma recherche, hardiesse qui n'avait pas été jugée intéressante précédemment, a été de m'intéresser systématiquement à des solutions des équations de Maxwell (équations aux dérivées partielles régissant le comportement du champ électromagnétique) qui peuvent devenir infinies dans une région de l'espace, avec une densité d'énergie et une énergie infinies, sans introduire en même temps la matière qui en limite le champ d'application (les conditions aux limites disent les mathématiciens et surtout les physiciens), matière qui permet d'empêcher une telle divergence des champs présents dans les problèmes physiques.

Cette étude m'a permis de présenter de façon originale une famille de solutions, connues dans les problèmes de réflexion totale sur un dioptre, les ondes évanescentes (planes inhomogènes), à partir d'une nouvelle base de solutions à polarisations circulaires (ces ondes "évanescents" ont une amplitude qui s'atténue quand on se déplace dans une certaine direction, mais augmente indéfiniment quand on change de sens de déplacement).

La seconde témérité a été - aidé en cela par la simplicité de ma présentation de ces ondes évanescentes - de considérer, toujours indépendamment des conditions aux limites qui auraient permis de supprimer le problème de la croissance infinie de ces ondes dans certaines régions de l'espace, une superposition de ces ondes polarisées circulairement. Cette recherche a conduit à un résultat inattendu : une onde plane classique, définie (et finie) en tous les points de l'espace, peut être considérée comme la superposition de telles ondes évanescentes (qui elles, rappelons le, deviennent infinies dans certaines régions de l'espace).

Au lieu de m'arrêter à ce premier succès, j'ai continué en cherchant d'autres superpositions de telles ondes. Ce travail m'a conduit à découvrir, parmi d'autres solutions "TEM", de nouvelles solutions des équations de Maxwell, inconnues jusqu'alors, solutions que j'ai baptisées ondes "lip", tant pour utiliser un terme vernaculaire bisontin que pour signifier la candeur et l'assurance tranquille qui ont présidé à la découverte de ces ondes. C'est cette impertinence que je voudrais présenter maintenant.

### Inconvénances des ondes lip

La superposition des ondes évanescentes que j'ai utilisée (voir Annexe 1) est nulle en tous les points de l'espace. Mais en étudiant cette superposition, je l'ai écrite sous la forme du produit d'une intégrale nulle par une quantité que j'ai étudiée de plus près, et cette quantité s'est révélée être un onde physiquement intéressante, solution des équations de Maxwell dans l'espace vide, mais infinie sur un axe. Après coup, j'ai mis en évidence d'autres façons d'obtenir ces solutions. J'ai publié ces résultats, en cachant la genèse, mais cette précaution n'a pas suffi à les faire admettre facilement. En effet, en plus de maladresses de forme et d'une méconnaissance des us de la publications, ma rédaction présentait des ouvertures sur les suites possibles de ce travail, qui ne pouvaient faire l'objet d'une publication sérieuse. Un "pape de l'électromagnétisme", à qui j'avais adressé cet article (remanié) et les suivants, a même affirmé, en raison de son hostilité aux articles qui ne correspondaient pas à son domaine de compétence, que cet article d'électromagnétisme (accepté par un comité de lecture exigeant) n'était pas publiable.

Je ne me suis en effet pas arrêté à ce résultat intéressant, j'ai persisté, et sur une voie difficilement acceptable par un physicien "orthodoxe", pour tenter de "normaliser" ces ondes lip, c'est à dire pour utiliser ces ondes lip en dépit de leur divergence sur l'axe. Au lieu

d'effacer cet axe, j'ai au contraire persisté dans la singularité en tentant, plutôt que de considérer cette onde partout sauf sur cet axe, de la rendre finie sur cet axe et nulle ailleurs.

Cette opération a été rendue possible par l'utilisation de l'analyse non standard. Cette théorie, introduite dans les années soixante (mille neuf cent) par Robinson (5), et dont la présentation a été rendue plus simple par les travaux de E. Nelson (6,7), est intéressante du point de vue épistémologique. Aux dix septième et dix huitième siècle s'est imposé chez les mathématiciens et les physiciens (c'étaient les mêmes) le calcul infinitésimal, introduisant les différentielles comme accroissements "infinitement petits" d'une variable. Au dix neuvième siècle, les mathématiciens ont mis de l'ordre dans cette anarchie en introduisant les "coupures", et en excluant ces types de raisonnement intuitifs (8). A. Robinson a réintroduit la rigueur dans la manipulation des infinitement petits, encore pratiqués intuitivement par les physiciens, qui se sentaient néanmoins obligés de présenter les justifications de leurs résultats par la voie détournée du calcul, des "limites".

Une image simple permet d'illustrer cette notion de nombre infinitement petit "non standard". Si on considère une droite  $Ox$ , on peut caractériser par un angle  $\alpha$  l'écart avec  $Ox$  d'une droite passant par  $O$ . Si maintenant on considère des cercles tangents en  $O$  à  $Ox$ , ces cercles sont d'autant plus proches de  $Ox$  que le rayon sera grand. En  $O$ , l'angle que font ces cercles avec  $Ox$  est nul, et pourtant ils ne seront pas identiquement proches de  $Ox$ . Pourquoi ne pas les caractériser par des angles "non standard" formellement nuls (dans le monde standard) mais qui auront les mêmes propriétés additives que les angles?

Nous distinguerons alors deux mondes, munis des mêmes propriétés, mais dans lesquels tout nombre "non standard" infinitement petit sera inférieur à tout nombre "standard" positif (différent de zéro). Il en résulte une théorie mathématique simple, enseignable (et enseignée en quelques endroits, en particulier à Strasbourg, Lausanne et ParisVII, mais pas à Besançon, malgré certaines propositions) au niveau d'un Deug Scientifique.

### Normalisation des ondes lip

L'amplitude du champ électromagnétique des ondes lip dépend de la distance à l'axe,  $\rho$ , par un facteur multiplicatif inversement proportionnel au carré de  $\rho$ , qu'on est amené à écrire,  $\delta$  étant une longueur,  $(\delta/\rho)^2$ .

Pourquoi ne pas supposer que les ondes lip que j'avais introduites puissent être caractérisées par un  $\delta$  non standard: pour tout  $\rho > 0$  réel standard (correspondant à notre espace géométrique "réel" standard) l'amplitude est alors nulle. Il suffit ensuite d'introduire une quantification de l'espace dans cet espace non standard (non accessible à nos opérations matérielles, dans notre monde standard: voir Annexe 2) pour réaliser la tâche que je m'étais proposée. La piste de la quantification de l'espace (il s'agit là d'un "thème" qui traverse la pensée classique) a souvent été caressée, malgré la contradiction qu'elle introduit avec l'hypothèse de relativité lorsqu'elle est introduite dans notre espace standard. Son introduction dans un espace non standard, dans lequel il conviendrait de situer le cadre des calculs relatifs à la microphysique, lève l'hypothèque de cette contradiction.

La suite relève de la même irrévérence par rapport aux notions de physique classique habituelles. En effet le champ électromagnétique obtenu de la sorte a une direction indéterminée (pour simplifier - en fait il y a deux directions pour les parties électrique et magnétique du champ).

La solution de ce problème est l'existence (à ce niveau de la microphysique), d'un champ électromagnétique à directions indéterminées - qui correspond formellement à l'introduction

d'un champ électromagnétique intrinsèquement complexe au lieu d'être profondément réel, comme toutes les grandeurs que nous manipulons tous les jours (l'utilisation dans les calculs de grandeurs complexes depuis le 19<sup>ème</sup> siècle n'est qu'un artifice de calcul fécond). Cette hardiesse est moins grande qu'il n'y paraît, en raison de la familiarité acquise par les physiciens dans la manipulation des fonctions d'onde intrinsèquement complexes en mécanique quantique, en rupture avec notre pratique habituelle de grandeurs fondamentalement réelles. La pratique de grandeurs complexes, dont la partie réelle correspond aux grandeurs physiquement pertinentes, a d'ailleurs beaucoup facilité cette rupture épistémologique passée dans les moeurs en physique quantique.

Cette introduction d'un champ complexe à directions indéterminées, correspondant à la transfiguration des ondes lip (transsubstantiation?), permet de rejoindre les propositions de Louis de Broglie (9), physicien théoricien qui, en dépit de sa construction de la mécanique ondulatoire et de son Prix Nobel, sent le fagot, sur la représentation du photon comme fusion de deux particules de spin 1/2. Le reste n'est que calculs éminemment orthodoxes, pour obtenir une description d'un champ électromagnétique correspondant aux propriétés connues (et paradoxales) du photon.

Cette démarche, avec ses hardiesses, permet de proposer un modèle qui rend compte des rapports entre les théories de la mécanique quantique et le monde de la physique classique, qui ont suscité tant d'élucubrations "philosophiques" discutables. Notre résultat permettrait de rendre compte pour le photon de la continuité /rupture que constituent les propriétés, en microphysique de l'électromagnétisme, avec l'introduction en continuité avec le monde macroscopique, de grandeurs complexes à phase indéterminée. Nos résultats conduisent aussi immédiatement aux mêmes conclusions pour l'électron, habillé par les échanges de photons virtuels (10).

Par ailleurs, les propriétés topologiques de l'espace géométrique, dans cette façon de ramener sur un axe standard une onde appartenant à un espace à trois dimensions, nécessitent "naturellement" que les propriétés topologiques de cet axe soient les mêmes que celles d'un espace à trois dimensions. Cela conduit, pour l'espace temps, à un nombre de dimensions topologiques dix, comme y sont arrivées les théories de renormalisation (supercordes) (11), et ce sans nécessité que ces dimensions soient "repliées" dans notre espace géométrique (confinement qui avait été prévu pour un distance de l'ordre de  $10^{-50}$  m).

### Anarchisme épistémologique?

J'ai insisté jusqu'ici sur une liberté que je me permise, contrastant avec un conformisme caractérisant le fonctionnement habituel de la science "normale" (12). Ce parti pris, qui comblerait d'aise l'anarchisme épistémologique de Feyerabend (13) correspond à plus qu'à une propension individuelle dépassant les limites de l'activité de recherche. Cette attitude, nourrie de la connaissance de l'histoire des sciences et d'une réflexion épistémologique, traverse la science. J'en vois comme exemples récents la tranquillité d'Yves Rocard pour se pencher sur les techniques des sourciers, et certains travaux de Jean-Pierre Petit sur la MHD et les soucoupes volantes, qui l'ont conduit à dénoncer les épistémoflics (même si je m'interroge sur sa dernière manifestation médiatique, y soupçonnant quand même une simple opération de provocation).

Mais il est d'autres aspects épistémologiques que j'aimerais souligner. Le premier est l'acceptation profonde par la majorité des physiciens d'une résignation à ne pas comprendre l'interface quantique classique. Cette attitude, refusée par Louis de Broglie, et acceptée de façon

contingente par Feynman alors même qu'il effectue, avec les photons virtuels dans sa présentation de l'électrodynamique quantique par exemple, des percées décisives pour en repousser les limites, est acceptée comme immanente par la plupart des physiciens. J'en veux pour preuve les interprétations qui ont été proposées aux inégalités de Bell (14) et aux remarquables expériences d'Aspect (15). Sans aller jusqu'aux déplorables manifestations que représentent certain livre récent (16), ou à l'aval donné par des physiciens éminents au nébuleux congrès de Cordoue (17), beaucoup trop de physiciens se résignent, comme s'il s'agissait d'une impossibilité majeure d'interprétation, à faire des calculs, en particulier en mécanique quantique, sans en comprendre les fondements. Nous avons lutté, et continuons de le faire dans notre enseignement de physique en premier cycle (18) contre cette attitude passive en face d'une science révélée, pour prôner et mettre en oeuvre une attitude active d'appropriation de la connaissance.

Le second aspect apparaissant dans ma démarche correspond à ce qui a été souligné par G. Holton (19), qui insiste sur la prégnance des "thèmes" (themata) dans l'activité scientifique. Plusieurs fils conducteurs ont sous-tendu mon activité de recherche dans ce domaine de la compréhension du photon, et, sans eux, je n'aurais pas osé, sans doute n'y aurais-je même pas songé, sauter des gouffres pour obtenir ces résultats. Le premier parti pris correspond à l'analogie que j'ai perçue entre la polarisation circulaire et le spin du photon, relation dont les physiciens orthodoxes que je côtoie n'ont cessé de me souligner la fragilité, sinon voire affirmer sa non pertinence (même après une reformulation, permettant naturellement d'introduire pour un champ électromagnétique de fréquence  $\omega/2\pi$ , les rotations angulaires du champ à la vitesse  $\omega/2$ , et d'établir sur des bases plus saines qu'une intuition une relation entre ondes lip et spin  $1/2$ ). Sans lui je ne me serais jamais lancé dans les calculs ingrats de représentation des solutions évanescents circulaires des équations de Maxwell. Cet aller et retour d'une intuition aux calculs qu'elle suscite participe de l'attitude "moderne" comme la présente justement Castoriadis (20), à l'encontre des contempteurs de la post-modernité. Enfin, en réfléchissant après coup aux facteurs déclenchants de ma démarche, je dois beaucoup à la clarification que m'a apportée le livre d'Alexandre Kojève, écrit en 1932 et publié en 1990 (21): L'idée du déterminisme dans la physique classique et dans la physique moderne.

## Modernité

C'est cette volonté d'expliquer qui m'a conduit, dans l'esprit même qui est celui de l'acceptation de l'incomplétude des mathématiques correspondant aux travaux de Gödel (22), à refuser la démission en face de l'inexpliqué, dans la relation entre l'électromagnétisme classique et les propriétés quantiques de la lumière. En cela je pense rejoindre modestement les attitudes de nombreux scientifiques, dont j'ai côtoyé certains, dans mes études ou plus comme collègues, et illustrées magistralement par R. Feynman ou le récent "Nobel" français, P.G. De Gennes.

Mon obstination à chercher, sous un champ manifestement nul (celui correspondant à ma superposition d'ondes évanescents polarisées circulairement), le frémississement qui m'a permis de trouver les ondes lip a été suscité par ma conviction qu'il était nécessaire de trouver le photon comme solution des équations de Maxwell pour pouvoir en comprendre les propriétés, alors que les physiciens féconds acceptaient sans états d'âme (23) le vecteur d'onde du photon, comme si celui ci pouvait correspondre directement à une onde plane.

C'est cette volonté de modernité qui m'a conduit à accepter, en en remettant en cause la représentation, un espace géométrique à 9 dimensions sous-jacent à notre espace géométrique

usuel à 3 dimensions et c'est la dialectique entre cette volonté de trouver, en suivant un fil conducteur qui n'indiquait certes pas la voie royale vers la compréhension des phénomènes, et l'acceptation des règles de la connaissance scientifique (vérité des calculs) qui m'a conduit à une vision aussi lointaine de mes pressentiments que de la connaissance -et de l'ignorance- établies.

Pour mon travail, l'outil essentiel a été l'exigence épistémologique liée à l'intériorisation d'une culture historique et épistémologique, et le refus de me plier systématiquement à l'orthodoxie. Il est à noter que mon itinéraire est redevable, à côté de rencontres comme celles du Professeur Philippe Pluvinage (dont la trajectoire personnelle a été inverse de la mienne), de Jean-Marie Vigoureux et celles du séminaire Epiphymaths (24), à l'autonomie et la liberté universitaire française, où ma démarche et ses réussites peut illustrer la richesse d'une véritable fonction d'enseignant chercheur, avec des transferts d'intérêts successifs. Et je peux inciter les physiciens qui travaillent dans ce cadre lourd de contraintes mais riche de possibilités d'en profiter pleinement, en faisant "encore un effort pour être résolument modernes".

Claude-Alain RISSET  
Laboratoire de Physique Théorique  
Faculté des Sciences  
25030 Besançon Cedex

## Annexe 1    Emploi heuristique des divisions et multiplications par 0

Dans la présentation des résultats, les scientifiques attachent une grande importance à la rigueur, et la présentation des articles scientifiques ne s'embarrasse en général pas de la façon dont on été obtenus en fait ces résultats. Un article scientifique présente un produit fini, lissé de ce qui est considéré comme des scories dans la production d'un texte scientifique. Nous nous proposons de rompre avec cette convention, en donnant deux exemples de raisonnements productifs, dont la présentation apparaît comme une provocation au vu les normes habituelles d'évaluation des textes scientifiques. Le premier comporte une part importante de mathématique et correspond au passage des superpositions d'ondes évanescences aux ondes lip. Le second, plus accessible directement, est consacré au passage d'une onde lip à une distribution de champ sur un axe. Une présentation de ces raisonnements acceptable par les mathématiciens est faite sans difficulté en analyse non standard, et sans doute faut-il chercher dans ce double aspect de la présentation du résultat, incorrecte en standard et correcte en non standard, l'origine des réticences des physiciens à se mettre à l'analyse non standard. Depuis deux siècles, ils font des efforts pour bannir les raisonnements intuitifs utilisant les infiniment petits, en passant sous les fourches caudines des mathématiciens par l'utilisation des coupures et des limites. Cela les conduit à refuser le détour (facile, intuitif et mathématiquement irréprochable) par l'analyse non standard.

### Introduction heuristique des ondes lip

L'étude systématique des solutions planes inhomogènes des équations de Maxwell nous a conduit à introduire sous une forme originale des solutions singulières (le champ devient infini quand on s'éloigne dans la direction de Oy), avec une répartition de champ (en écriture complexe)  $\mathbf{E}(\rho, \theta, z)$ ,  $\mathbf{B}(\rho, \theta, z)$  donnée par les formules suivantes, où  $\mathbf{x}^\circ$ ,  $\mathbf{y}^\circ$ ,  $\mathbf{e}_\rho$ ,  $\mathbf{e}_\theta$  sont les vecteurs unitaires usuels,  $E_0$  et  $\delta$  sont des constantes d'homogénéité, et  $\varepsilon$  vaut  $\pm 1$ .

$$\mathbf{E}(\rho, \theta, z) = E_0 (\mathbf{x}^\circ - j\varepsilon \mathbf{y}^\circ) e^{j\omega(t-z/c)} e^{\frac{j\varepsilon x}{\delta}} e^{\frac{y}{\delta}} \quad \mathbf{B} = \frac{j\varepsilon \mathbf{E}}{c}$$

Ce qui peut s'écrire aussi:

$$\mathbf{E} = E_0 (\mathbf{e}_\rho - j\varepsilon \mathbf{e}_\theta) e^{-j\varepsilon\theta} e^{j\omega(t-z/c)} e^{\frac{j\varepsilon\rho}{\delta}} e^{-j\varepsilon\theta} \quad \mathbf{B} = \frac{j\varepsilon \mathbf{E}}{c}$$

Considérons, dans un repère orthonormé O X Y Z, une distribution de telles solutions correspondant à:

- la même amplitude, le même plan de polarisation XOY et le même sens de polarisation (caractérisé par la valeur de  $\varepsilon$ ), avec, à l'origine, un champ électromagnétique caractérisé, à un facteur de phase près, par les vecteurs ( $\frac{\partial E_0}{\partial \varphi}$  étant une constante):

$$\mathbf{E} = \frac{\partial E_0}{\partial \varphi} (\mathbf{X}^\circ - j\varepsilon \mathbf{Y}^\circ) \quad \mathbf{B} = \frac{j\varepsilon \mathbf{E}}{c}$$

- une symétrie cylindrique de leurs vecteurs d'onde, caractérisés par l'angle  $\varphi$  de leur axe Ox avec OX.

- un déphasage, se traduisant par un terme multiplicatif  $e^{-j\varepsilon\varphi}$ .

La dépendance en  $x, y, z, t$  de chacune de ces ondes correspond à une dépendance en  $X, Y, Z, t$ , avec

$$x = X \cos \varphi - Y \sin \varphi$$

$$y = X \sin \varphi + Y \cos \varphi$$

$$z = Z$$

Le champ électromagnétique total correspond (toujours avec  $\mathbf{B} = \frac{j\varepsilon \mathbf{E}}{c}$ ) à :

$$\mathbf{E} = \int_{2\pi} d\varphi \frac{\partial E_0}{\partial \varphi} (\mathbf{e}_\rho - j\varepsilon \mathbf{e}_\theta) e^{-j\varepsilon(\theta-\varphi)} e^{j\omega(t-Z/c)} e^{\frac{j\varepsilon\rho}{\delta}} e^{-j\varepsilon\theta}$$

Comme les vecteurs unitaires en semi polaire ne dépendent pas de  $\varphi$  ( $\mathbf{e}_\Theta = \mathbf{e}_\theta \dots$ ),  $\mathbf{e}_\rho$  et  $\mathbf{e}_\theta$  sont les mêmes pour toutes les ondes de la distribution, et puisque les différents  $\theta$  correspondent aux  $\Theta$  de OXYZ par  $\Theta = \theta + \varphi$ , on peut écrire ce champ :

$$\mathbf{E} = \frac{\partial E_0}{\partial \varphi} (\mathbf{e}_\rho - j\varepsilon \mathbf{e}_\Theta) e^{j\omega(t-Z/c)} \int_{2\pi} d\varphi e^{-j\varepsilon(\Theta-2\varphi)} e^{\frac{j\varepsilon\rho}{\delta}} e^{-j\varepsilon(\Theta-\varphi)}$$

ou encore

$$\frac{\partial E_0}{\partial \varphi} (\mathbf{e}_\rho - j\varepsilon \mathbf{e}_\Theta) e^{j\omega(t-Z/c)} e^{j\varepsilon\Theta} \int_{2\pi} d\varphi e^{-2j\varepsilon(\Theta-\varphi)} e^{\frac{j\varepsilon\rho}{\delta}} e^{-j\varepsilon(\Theta-\varphi)}$$

En utilisant la transformation  $u = \frac{j\varepsilon\rho}{\delta} e^{-j\varepsilon(\Theta-\varphi)} d\varphi = -j\varepsilon \frac{du}{u}$  on obtient, pour l'intégrale, et quelque soient les valeurs de  $\rho$  et  $\Theta$ , une intégrale curviligne, sur le cercle de

rayon unité:  $\int j\varepsilon u e^u du$

$$\mathbf{E} = \frac{\partial E_0}{\partial \varphi} (\mathbf{e}_\rho - j\varepsilon \mathbf{e}_\Theta) e^{j\omega(t-Z/c)} e^{j\varepsilon\Theta} \frac{\delta^2}{\rho^2} \int j\varepsilon u du e^u$$

Formellement on peut en conclure que le coefficient multiplicateur de l'intégrale, ne dépendant pas de  $\rho, \theta, z$  et  $t$ , est solution des équations de Maxwell, ce que l'on vérifie aisément. Le seul détail, diront certains, est que cette intégrale curviligne sur le cercle de rayon

unité  $\int j\varepsilon u du e^u$  est identiquement nulle. Il n'en reste pas moins que le résultat de cette affirmation est juste, et l'émergence des ondes lip se situe dans ce calcul.

### Cure d'amaigrissement des ondes lip

Pour l'utilisation ultérieure des ondes lip, il nous semblait intéressant de passer de ces ondes lip, présentes dans tout l'espace et devenant infinies sur un axe, à une distribution de champ sur l'axe OZ. Nous avons par la suite montré que le traitement complet de ce problème est aisé en analyse non standard, en introduisant un  $\delta$  infiniment petit, au prix d'une quantification de longueur. Mais il est possible de proposer un raisonnement intuitif conduisant à ce résultat. Comme pour la genèse des ondes lip, c'est ce raisonnement prohibé qui est à l'origine du voyage dans un monde non standard, avec la validation des résultats correspondants. Si on prend l'expression du champ des ondes lip:

$$\mathbf{E} = E_0 (e_\rho - j\epsilon e_\Theta) \frac{\delta^2}{\rho^2} e^{j\omega(t-Z/c)} e^{j\epsilon\Theta} \quad \mathbf{B} = \frac{j\epsilon \mathbf{E}}{c}$$

il est loisible de diviser par l'intégrale  $\int_0^\infty \delta^2 \frac{d\rho}{\rho}$

Alors, pour toute valeur de  $\rho$  différente de 0, on obtient le quotient d'une quantité finie par une quantité infinie, c'est à dire 0. Pour  $\rho = 0$ , on obtient le quotient de deux quantités infinies, mais qui correspondent formellement toutes deux à la "valeur" de  $\frac{\delta^2}{\rho^2}$  pour  $\rho \rightarrow \infty$

Cela conduit -formellement- à la distribution linéique de champ (un champ présent uniquement sur l'axe), ayant pour valeur:

$$\mathbf{E} = E_0 (e_\rho - j\epsilon e_\Theta) e^{j\omega(t-Z/c)} e^{j\epsilon\Theta}$$

soit ce que l'on obtient par le raisonnement complet en analyse non standard (et auquel on pourra attacher une signification en passant à un champ à valeurs intrinsèquement complexes).

Ces deux exemples ne tendent pas à prétendre qu'il faut se contenter de raisonnements intuitifs, mais soulignent que dans une démarche heuristique, il n'est pas inutile de braver les interdits. Tout est bon à l'intérieur d'une démarche de recherche, et, sans l'encouragement de ces "résultats", je ne me serais pas intéressé aux ondes TEM dont l'analyse permet d'introduire de façon "normale" les ondes lip, et je ne serais sans doute jamais allé chercher une distribution d'ondes solutions des équations de Maxwell à valeurs intrinsèquement complexes dans un espace non standard quantifié, apparaissant dans notre espace géométrique comme une distribution d'ondes "linéiques" (non solution des équations de Maxwell dans notre espace géométrique -standard), pour tenter de lancer un pont entre l'électromagnétisme classique et la mécanique quantique.

## Annexe 2 Quantification de l'espace et principe de relativité

Nous nous sommes heurté également au problème de la divergence énergétique des ondes lip, qui subsiste même quand on les a "normalisées" comme précédemment, en les "collant à l'axe grâce à l'introduction d'une longueur caractéristique  $\delta$  infiniment petite (non standard). La normalisation énergétique nécessaire, esquissée dans l'annexe 1, va entraîner sur un terrain non classique, où se posent différemment les problèmes.

L'idée qui s'impose, pour surmonter le problème de la singularité sur l'axe des ondes lip, est de se débarrasser de l'axe et du voisinage de l'axe. Dans notre espace ordinaire, cela pourrait correspondre à des problèmes où la matière (comme dans des études classiques le long d'une baguette diélectrique, ou à l'intérieur d'une ligne coaxiale) limiterait le champ d'application des équations de Maxwell écrites sous cette forme. Dans la problématique qui était la notre, s'intéressant au photon, cette piste est exclue.

La seconde idée séduisante est de supposer qu'une quantification de l'espace interdise les valeurs de  $\rho$  inférieures à une certaine limite. Le principe de relativité interdit, quelle que soit la valeur de cette limite, une telle solution. En effet l'existence, dans un référentiel donné, d'un tel seuil correspondrait, dans un autre référentiel, à un seuil différent, et les référentiels ne seraient plus équivalents. **Une quantification de l'espace est impossible dans notre monde géométrique, si on accepte le principe de relativité.**

Cependant, un nouveau recours à l'analyse non standard permet de lever cette hypothèse, puisque nous avons la bénédiction des mathématiciens pour manipuler les infiniment petits. Les acquis de l'analyse non standard utiles ici correspondent à l'existence des nombres non standard infiniment petits, pour les quels subsistent toutes les règles opératoires des nombres ordinaires, mais plus petits que tout nombre standard (usuel) différent de zéro. Ce prolongement de l'analyse standard, réhabilite en particulier les raisonnements "intuitifs" des physiciens sur les différentielles (sans passer dans le domaine des formes algébriques), et permet de travailler plus finement au voisinage de zéro.

Pour une valeur de  $E_0$  donnée, une onde lip est caractérisée par la distance à l'axe  $\delta$  où le module du champ électrique est  $E_0$ . Nous avons supposé que  $\delta$  est un infiniment petit non standard. Il faut supposer aussi que les équations de Maxwell sont valables dans ce monde non standard (ce qui semble naturel, par un principe de correspondance identique à celui existant entre quantique/classique, dans le rapport monde standard/monde non standard).

Rien ne s'oppose, dans ce monde non standard, à l'existence d'une **quantification de l'espace correspondant à un infiniment petit**: en effet cette quantification dans l'espace non standard ne pourra se traduire dans notre monde géométrique standard par une longueur limite, le pas de quantification étant plus petit que tout nombre standard non nul. Le principe de relativité ne s'oppose donc plus, si on admet qu'il s'applique à notre monde standard - correspondant aux mesures physiquement possibles - à l'existence de cette quantification dans le monde non standard.

Cette approche conduit à une "compréhension" satisfaisante des supercordes introduites dans les théories de renormalisation. Dans ces théories, les propriétés *topologiques* de l'espace ne sont pas celles de notre espace ordinaire: tout se passe (un peu) comme si une droite se

comportait comme une "corde" ayant une certaine épaisseur. Les vulgarisateurs se contorsionnent pour expliquer comment ces dimensions sont "repliées" dans notre espace géométrique. Le recours à un espace non standard du type de celui introduit dans la normalisation des ondes lip permet de comprendre, en introduisant des dimensions infiniment petites pour les dimensions latérales des supercordes, le pourquoi de ces propriétés topologiques, sans apparition dans notre espace géométrique des "dimensions" correspondantes.

## Bibliographie

- 1 - SOC. FR. DE PHYS.                    Bulletin, encart pédagogique (1974)
- 2 - R. FEYNMAN ET AL.                Le cours de physique... Addison Wesley (1969)
- 3 - C.A. RISSET                         C.R. Acad. Sc. Paris, 315 II (1992) 1005
- 4 - J.M. LEVY LEBLOND                Bul. S.F.Phys. Paris, 14 (1974) , Enc. péd.
- 5 - A. ROBINSON                        Non-standard analysis, North Holland (1974)
- 6 - J. HARTHONG                        La Recherche, 148 (1983) 1194
- H. BARREAU, J. HARTHONG        La Mathématique non standard, CNRS (1989)
- 7- A. DELEDICQ, F. DIENER         Leçons de calcul infinitésimal, PUF (1990)
- A. DIENER, G. REEB                Analyse non standard, Hermann (1989)
- A. ROBERT                            Analyse non standard, Presses polytechniques romandes (1985)
- 8 - A. BADIOU
- 9 - L. de BROGLIE                     Une nouvelle conception de la lumière, Hermann (1934).
- 10 - R. FEYNMAN                      Lumière et matière, Interédition (1979)
- 11 - R. WALGATE                      La Recherche, 173 (1986) 116
- 12 - T.S. KUHN                        La structure des révolutions scientifiques, Flammarion, (1972)
- 13 - P.FEYERABEND                    Contre la méthode, Seuil (1979)
- 14 - J.S. BELL                         Speakable and unspeakable in M.Q., Cambridge (1987)
- N. D. MERMIN                     Ann. J. Phys., 49 (1981) 940
- J.S. BELL                         Rev. Mod. Phys., 98 (1966)
- 15 - A. ASPECT                        Thèse, Paris (1900)
- F. SELLERI                        Le grand débat de la M.Q., Flammarion (1986)
- 16 - J. GUITTON ET AL.                Dieu et la science, Grasset (1991)
- 17 - H. ATLAN                         A tort et à raison, Seuil (1986)
- 18 - C.A. RISSET                      Revue Française de Pédagogie, 55 (1981) 19
- 19 - G. HOLTON                        Débats, 4 (1980) 89
- 20 - C.CASTORIADIS                    Le monde morcelé, Seuil, (1990)
- 21 - A. KOJEVE                        L'idée du déterminisme dans la physique classique et dans la physique moderne, Livre de poche (biblio), [1990]
- 22 - H. HOFSTADTER                    Gödel Escher Bach, Interéditions, (1985)
- 23 - C. COHEN TANOUDJI              Séminaire ENS, (1973-74)
- 24 - EPIPHYMATHS.                    Séminaire... Fac. Sciences Besançon, (1983, 1991)